Capacidade dos Reservatorios

J. M. de Toledo Malta
Eng.º Chefe da 3.ª Secção Técnica

Este estudo foi feito em 1926 e desde então tem sido aproveitado e seguido como nórma nos projétos de distribuição de aguas da Capital. (N. da R.)

Será necessario construir muitos reservatorios novos em S. Paulo para regularisar sua distribuição de aguas reforçada. As despezas decorrentes subirão a um total de muitos milhares de contos. O lado economico da questão apresenta, portanto, uma grande importancia que nos obriga a uma prévia avaliação, tão rigorosa como seja possivel, da capacidade minima que deve ter cada reservatorio para desempenhar a contento as suas funções.

A guiarmo-nos, para fazer tal avaliação, pelos conselhos dos autores, ver-nos-iamos desnorteados ante a desordem de opiniões que a respeito se encontram nos tratados. Tais opiniões podem classificar-se, entretanto, em duas correntes principais. Seguem a primeira todos os autores que colocam a determinação da capacidade dos reservatorios na dependencia das variações do consumo horario. Entre estes contam-se Frühling, Imbeaux & Débauve, Bechman. A segunda corrente é a seguida pelos que aconselham capacidades já experimentadas de acôrdo com certas regras ou praxes. É isso que lecionam Fanning, Folwell e quasi todos os autores americanos.

Seria interessante fazer uma resenha do que a respeito doutrinam os tratadistas. Então se veria claramente que estamos longe de possuir um principio geralmente aceito, que pudesse servir de base para os calculos em todos os casos da pratica. Nota-se uma grande influencia das condições particulares dos seus paizes de origem nas opiniões desses autores. Os que seguem a primeira corrente são quasi todos da Europa, onde as considerações do custo minimo são de mais peso. Estes procuram determinar *o minimo* volume compativel com o bom funcionamento. A segunda corrente é preferida pelos americanos, povo rico e amigo de construções de vulto. O seu objetivo é o oposto do visado pelos precedentes. O que eles desejam é determinar *o maximo* volume que se póde armazenar, para fazer face a acidentes na adução, sem prejudicar a potabilidade por excessiva estagnação.

Qual destas duas correntes devemos nós outros acompanhar neste caso que São Paulo nos depara? — A resposta depende do criterio administrativo, o qual, por sua vez, resultará de verificar si o Estado está em condições de despender com largueza para a maxima eficiencia dos serviços publicos ou si, ao contrario, o risco de serem excedidos os seus recursos aconselha economia bem ponderada nessas despezas.

Pendemos pela segunda alternativa, por ser a mais desfavoravel e a unica que demanda estudo atento do problema. Em consequencia, procuraremos avaliar com sofrivel exatidão o volume minimo de cada reservatorio em função das variações horarias do consumo, tendo em vista o perfeito funcionamento da distribuição.

Posta a questão nestes termos, ainda estamos longe da solução porque seria necessario possuir uma curva do consumo horario que representasse as condições mais desfavoraveis observadas em São Paulo. Muito poucas cidades podem apresentar um exemplar de curva dessa especie. Em São Paulo não se fez nenhuma aproveitavel. Pretender aproveitar aqui as observações registradas em outras cidades não seria muito justificavel, sabido, como é, que as variações horarias dependem de condições locais sujeitas a variar, tais como clima, a diversidade das estações, os costumes da população, a atividade de certas industrias etc.

Ha, porém, um recurso para se contornar a dificuldade. Na falta de uma curva de consumo obtida experimentalmente, poderemos lançar mão de uma curva geometricamente definida. Débauve & Imbeaux serviram-se deste artificio, assimilando a uma parabola o arco de ordenadas superiores á que mede o consumo horario medio. De modo que a representação da curva completa seria feita por duas parabolas, aliás não tangentes no ponto de concordancia: uma para o periodo de consumo superior ao medio, outra para o inferior.

Do ponto de vista analitico, a representação assim obtida é defeituosa, porque não permite exprimir o consumo em função do tempo por uma unica equação. Porisso, preferimos outra curva, como vamos explicar. Antes disso, porém, será util examinar a fórma geral e os caracteristicos mais importantes de uma curva de consumo horario. Assim, ficarão estabelecidas de ante-mão as condições a serem satisfeitas pela equação que a possa representar analiticamente.

Caracteres da curva de consumo.

De um modo geral, podemos dizer que o consumo horario é superior ao medio durante 12 horas e inferior durante os 12 restantes. O maximo e o minimo são atingidos no meio de cada um desses intervalos de 12 horas. Das observações feitas resulta que o maximo consumo é raramente superior a uma vez e meia o medio, o que não impede que se verifiquem variações muito mais intensas em determinados pontos da rede. Essas variações locais compensam-se porém, de modo que, tomadas em conjunto, não dão mais que uma vez e meia o consumo medio no tronco distribuidor do reservatorio. O consumo minimo não desce muito abaixo da metade do medio.

Expressão analitica da curva de consumo.

A inspeção das curvas construidas experimentalmente, bem como os resultados gerais de observações que acima consignamos, demonstram que a curva de consumo muito se assemelha a um senusoide. De todas as curvas geometricamente definidas o senusoide é a unica pela qual se pode traduzir o fenomeno da periodicidade. Poderemos pois representar as variações do consumo horario por meio de um certo senusoide, analogamente ao que se faz com a intensidade das correntes eletricas alternativas.

Chamemos Q — o consumo em metros cubicos por hora.
t — a hora a partir de uma origem do tempo arbitraria.
V — o volume em metros cubicos consumidos em 24 horas.

A equação do senusoide que representa as variações de consumo horario, será da fórma geral seguinte:

$$Q = A \text{ sen.} a\, t + B$$

onde A, a, B são constantes de que podemos dispôr para satisfazer a tres condições quaisquer para determinados valores de t. Especifiquemos essas condições:

Em primeiro logar coloquemos de tal modo a origem do tempo que para $t = o$ resulte Q egual ao consumo medio. Isto se exprime escrevendo

$$\frac{V}{24} = B$$

Em segundo logar, é necessário que o volume consumido em 24 horas seja egual a V. Donde:

$$\int_o^{24} Q dt = V$$

$$\text{ou } \frac{A}{a}(1 - \cos. 24\, a) + 24\, B = V$$

Porém $24\, B = V$ Portanto

$$1 - \cos. 24\, a = O \qquad 24\, a = 2\, \pi \qquad \text{ou} \qquad a = \frac{\pi}{12}$$

Em terceiro logar, o maximo e o minimo de Q são obrigados. Já vimos que B é o consumo medio egual a $\frac{V}{24}$.

De um modo geral podemos pôr:

$$Q \text{ max} = K \frac{V}{24}$$

$$Q \text{ min} = K' \frac{V}{24}$$

Sendo K e K' dois numeros, um dos quais ficará a nosso arbitrio.

Substituindo na equação geral do senusoide os coeficientes a, B pelo seus valores já determinados, temos:

$$Q = A \text{ sen. } \frac{\pi}{12} t + \frac{V}{24}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\pi}{12} A \cos \frac{\pi}{12} t$$

Seja t' o valor de t para o qual Q passa por um maximo ou um minimo. Então:

$$\cos \frac{\pi}{12} t' = 0 \quad \text{donde} \quad \frac{\pi}{12} t' = \frac{\pi}{2} + n \pi$$

sendo n um numero inteiro qualquer positivo ou negativo. Vejamos quais os valores de n que levam a um maximo, quais a um minimo. No primeiro caso sabemos que

$$\frac{d^2Q}{dt^2} < 0$$

No 2.° caso

$$\frac{d^2Q}{dt^2} > 0$$

$$-\frac{d^2Q}{dt^2} = \left(\frac{\pi}{12}\right)^2 A \text{ sen } \frac{\pi}{12} t$$

Pondo aí o valor de t' no logar de t, a condição para se ter um maximo será:

$$\text{sen} \left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) > 0$$

uma vez que se deseje para A um valor positivo. A condição é que n seja um numero par. Nesse caso teremos sen $\frac{\pi}{12} t' = 1$.

Portanto

$$Qmax = A + \frac{V}{24} = K \frac{V}{24}$$

$$\text{Donde } A = \frac{V}{24} (K - 1)$$

Inversamente, si n fôr um numero impar, Q passará por um minimo. Calculando do mesmo modo achariamos:

$$A = \frac{V}{24} (1 - K')$$

Resulta, egualando os dois valores de A, que se deve ter $K + K' = 2$. Por fim a equação da curva de consumo será a seguinte:

$$Q = \frac{V}{24}(K-1)\,sen\,\frac{\pi}{12}\,t + \frac{V}{24}$$

Esta equação pode ser reduzida a uma forma mais comoda para as aplicações. Seja c um numero pelo qual se deva multiplicar o consumo medio para se obter o consumo horario, de modo que se tenha

$$Q = c\,\frac{V}{24}$$

Então $$c = (K-1)\ \text{sen}\ \frac{\pi}{12}\,t + 1$$

Já vimos que K é raramente superior a 1,5. Para a aplicação faremos

$$K = 1.6 \quad \text{donde} \quad K' = 0.4$$

Si quizermos o angulo em graus e t em horas, a equação resultante será

$$c = 0.6\ \text{sen.}\ 15.^{\circ}\,t + 1$$

O quadro seguinte dá os valores de c para todas as horas, a partir da hora zero arbitraria. Evidentemente $c = K$ para $t = 6$.

Do mesmo modo $c = K'$ para $t = 18$.

Valores do coeficiente c.

Hora	*Valor de c*	*Hora*	*Valor de c*
0	1.0000	12	0.1000
1	1.1553	13	0.8447
2	1.3000	14	0.7000
3	1.4243	15	0.5757
4	1.5196	16	0.4804
5	1.5796	17	0.4204
6	1.6000	18	0.4000
7	1.5796	19	0.4204
8	1.5196	20	0.4804
9	1.4243	21	0.5757
10	1.3000	22	0.7000
11	1.1553	23	0.8447
12	1.0000	24	1.0000

Como se terá notado, esta maneira de resolver o problema não é mais que um caso simples de analise harmonica, tratado elementarmente. A aplicação da serie de Fourier permitiria traçar uma curva mais complexa, sujeita a maior numero de condições pre-determinadas. Não cremos, porém, que haja nisso interesse pratico imediato.

A solução que obtivemos é suficiente para o fim que temos em vista; isto é, avaliar a capacidade dos reservatorios.

É necessario distinguir a especie de reservatorio de que se trata: si de um reservatorio distribuidor, simplesmente, si de um de sobras tambem chamado de extremidade.

Reservatorio distribuidor

Neste caso o calculo da capacidade pode ser feito de uma vez por todas. Tomemos a equação.

$$Q = \frac{V}{24} (K - 1) \, sen. \, \frac{\pi}{12} t + \frac{V}{24}$$

Si integramos Qdt entre 0 e 12 horas, limites entre os quais Q é superior ao consumo médio, teremos o volume minimo, que é necessario armazenar, expresso pela seguinte equação.

$$C = \int_0^{12} Qdt - \frac{V}{24} \times 12$$

Feita a integração achamos

$$C = \frac{K - 1}{\pi} V$$

Para $K = 1.6$, valor por nós adotado,

$$C = \frac{3}{5\pi} V = 0.192 \, V$$

O maximo valor que se pode atribuir a K, de acordo com a nossa analise, é 2, em virtude da relação $K + K' = 2$

Para $K = 2$, obtemos

$$C = \frac{V}{\pi}$$

Verificamos, pois, que na hipotese mais desfavoravel, a capacidade necessaria do reservatorio resultará um pouco inferior a um terço do volume consumido em 24 horas. A relação aconselhada por Frühling parece-nos, portanto, perfeitamente justificada. Concluimos que os reservatorios simplesmente distribuidores não precisam de capacidade superior a 1/3 V. Comparando essa relação com a que daria o coeficiente $K = 1.6$, verificamos que a capacidade 1/3 V será 1.75 vezes maior do que a necessaria e suficiente, donde uma folga bastante satisfatoria contra irregularidades da adução, incendios e outros acidentes.

Reservatorio de sobras

Para esta especie de reservatorios o calculo da capacidade precisa sujeitar-se aos dados fundamentais de cada caso particular os quais são os seguintes:

1.º) O diametro D da linha que põe em comunicação o reservatorio considerado com o manancial abastecedor, seja este um outro reservatorio, uma caixa de chegada, um açude de captação ou uma outra linha cuja cota piezometrica é conhecida no ponto de entroncamento.

2.º) O comprimento L dessa linha de comunicação.

3.º) A diferença de nivel piezometrico H entre o manancial e o reservatorio. O calculo baseia-se na constancia dessa diferença, o que jamais se verifica exatamente. Esta causa de erro remedeia-se quanto se pode tomando-se os niveis medios, mas, ainda assim, será necessário aceitar os resultados apenas como aproximações.

4.º) O volume total V consumido ao longo da linha em 24 horas. A teoria supõe que esse volume se distribue uniformemente em transito, donde outra causa de erro a ser considerada nos resultados.

Não precisamos recapitular, pois isso se encontra em qualquer tratado de hidraulica, o classico problema dos dois reservatorios, comunicantes por meio de um tubo que distribue em transito. Bastará reproduzir as conclusões necessarias ao nosso intento.

Seja Q a capacidade da linha, isto é a vasão de extremidade de que ela seria capaz sem a distribuição em transito. Como se conhecem H, D, L, calcula-se Q por meio da formula que se preferir. (Empregámos a de Flamant para $D < 1.30$m e a de Levy-Vallot para $D > 1.30$m nos calculos das canalizações mestras).

Seja q o serviço em transito, variavel de hora para hora proporcionalmente aos valores correspondentes do coeficiente c:

Si chamarmos Q_o ao consumo medio teremos

$$Q_o = \frac{V}{86400}$$

donde

$$q = \frac{c\,Q_o}{L}$$

A condição para que a reservatorio funcione como alimentador é:

$$q > 1.732\,\frac{Q}{L}$$

ou, substituindo q por seu valor

$$c > 1.732\,\frac{Q}{Q_o}.$$

Esta desegualdade permitirá reconhecer antes de mais nada, mediante inspeção do quadro dos valores de c, entre quais horas o reservatorio será alimentador e entre quais será alimentado.

1.° Periodo

O reservatorio fornece agua. $c > 1.732 \frac{Q}{Q_o}$.

Para cada valor de q precisamos determinar a posição do ponto neutro. Seja l a distancia desse ponto ao manancial e l' ao reservatorio. Essas distancias podem ser calculadas pelas formulas classicas por tentativas. Mas é mais expedito usar das formulas de encanamentos, principalmente quando reduzidas a um abaco de pontos alinhados. As duas condições que determinam l e l' são:

1.°) $l + l' = L$.

2.°) Si h é a perda de carga no trecho l, e h' no trecho l', devemos ter $h - h' = H$.

Tentando-se, pois, um par de valores que satisfaçam a primeira condição, o abaco (ou a formula) indicará depressa si a segunda é ou não satisfeita. Com duas ou tres tentativas estará feita a determinação de l' e l. Demais, como os valores de c vêm aos pares, este calculo não precisa ser feito sinão umas 5 ou 6 vezes.

Uma vez conhecido l', a contribuição do reservatorio na hora considerada será

$$Q_r = ql'$$

2.° Periodo

O reservatorio recebe agua. $c < 1.732 \frac{Q}{Q_o}$

Quando esta desegualdade se verifica, a descarga que a linha pode levar ao reservatorio calcula-se facilmente pela formula pratica

$$Q = Q_r + 0.55\ qL \text{ donde}$$
$$Q_r = Q - 0.55\ qL.$$

É claro que estas formulas dão o valor absoluto de Q_r. Na construção da curva correspondente será preciso distinguir os dois periodos por meio dos sinaes $+$ e $-$. Convecionámos considerar positivas as sáidas e negativas as entradas de agua no reservatorio. Construida dessa maneira a curva $Q_r = f(t)$, bastará medir as áreas limitadas pela curva e o eixo $Q_r = o$ e multiplica-las pela constante dependente dos modulos adotados para se obterem os volumes totais das saídas e das entradas possiveis. Chamemos S ao primeiro volume, E ao segundo.

Para que o rêservatorio possa desempenhar suas funções é necessario:

1.º) — que se tenha E egual ou maior do que S

2.º) — que a capacidade C de reservatorio seja egual ou maior do que S.

A primeira condição depende da determinação do diametro.

Para satisfazer-se a segunda, convem lembrar que o valor de S, calculado como acabamos de expôr, é apenas aproximado. As causas de erros já indicadas aconselham, neste caso, uma capacidade mais folgada em relação á estritamente suficiente que o calculo fornece.

Portanto em vez de multiplicar S por 1.75 analogamente ao que foi feita no caso anterior, tomaremos

$$C = 2\ S$$

Para melhor comprehensão do assunto, damos um exemplo desta maneira de calcular.

Calculo da Capacidade de um Reservatorio de Sobras

Cota piezometrica de montante	785.000
Idem idem de jusante	779.000
Diferença de nivel	$H = 6.000$ m.

Comprimento da linha	$L =$ 4.200 m.
Diametro da linha	$D =$ 0.60 m.
Volume consumido em 24 horas	$V =$ 34.500 mc.

Aplicando-se a formula de Flamant, dados $H = 6$ $L = 4200$ $D = 0.60$, achamos $Q = 253$ lit/seg. O consumo médio é:

$$Q_o = \frac{34\ 500}{86\ 400} = 399.5 \text{ lit/seg.}$$

$$\text{Donde } q = c\ \frac{Q_o}{L} = c\ \frac{399.5}{4200} = 0.0951\ c \text{ lit/seg/m}$$

1.º Periodo

Condição para o reservatorio ser alimentador:

$$c > 1.732\ \frac{Q}{Q_o}$$

$$1.732 \times \frac{253}{399.5} = 1.096$$

Portanto devemos ter $c > 1.096$. Consultado o quadro dos valores de c, verificamos que o reservatorio será alimentador entre as horas 1 e 11. Precisamos calcular $Q_r = ql'$ para as horas (1 e 11) (2 e 10) (3 e 9) (4 e 8) e 5. Seja por exemplo a hora 2, ou 10, para a qual $c = 1.3000$. Então

$$q = 0.0951 \times 1.3000 = 0.1237 \text{ lit/seg/m}$$

Depois de algumas tentativas, achámos $l' = 260$ m proximamente, donde

$$l = L - l' = 4200 - 260 = 3.940 \text{ m.}$$

Verificação pela formula de Flamant:

$l = 3940$ m $\qquad$ D = 0.60 m

$ql = 3940 \times 0.1237 = 487$ lit/seg.

$j = 0.0046$

$$h = \frac{1}{3} jl = \frac{1}{3} \times 0.0046 \times 3940 = 6.040$$

$l' = 260$ m $\qquad$ $D = 0.60$ m

$ql' = 260 \times 0.\ 1237 = 42$ lit/seg.

$j' = 0.0000\ 38$

$$h' = \frac{1}{3} j'\ l' = \frac{1}{3}\ 0.0000\ 38 \times 260 = 0.003$$

$l + l' = 4200 = L \qquad h - h' = 6.037 \cong H$

Vemos que as duas equações que determinam l e l' são satisfeitas com suficiente aproximação. Conhecido l' temos, para as horas 2 e 10:

$$Q_r = ql' = 32 \text{ lit/seg.}$$

Do mesmo modo se calculam as descargas para as outras horas de periodo.

2.º Periodo

O reservatorio será alimentado entre as horas 12 e 0.

$$Q_r = Q - 0.55\ qL$$

$$Q_r = 253 - 0.55\ q \times 4200$$

$$Q_r = 253 - 2310\ q \text{ lit/seg.}$$

Esta formula permite calcular imediatamente os valores de Q_r para todas as horas do periodo.

Estes calculos devem ser dispostos em forma tabular, para maior clareza, como se vê no quadro seguinte.

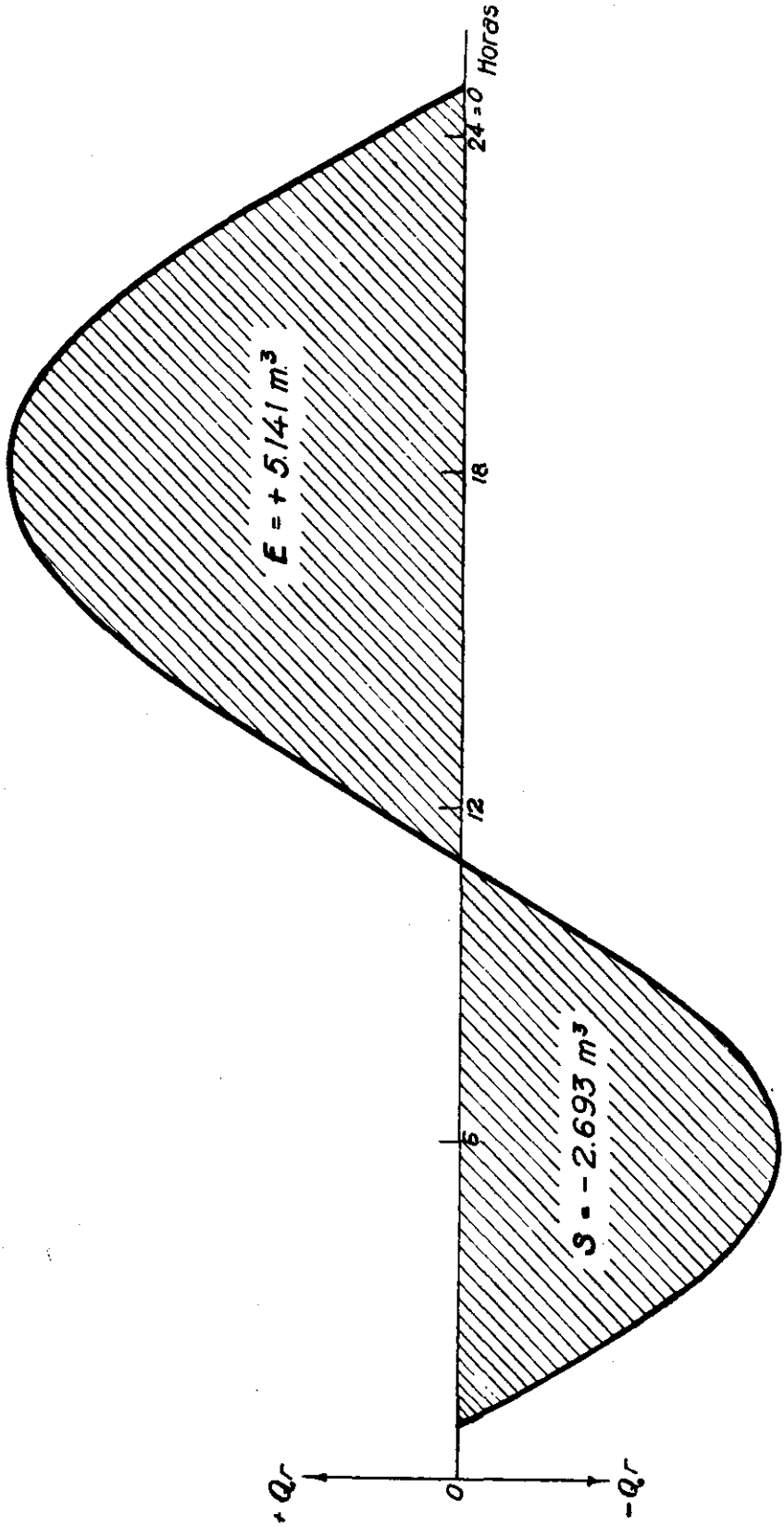

Diagrama do funcionamento do Reservatorio de Sobras

Quadro do funcionamento do Reservatorio

1.º Periodo — Alimentador				2.º Periodo — Alimentador			
Hora	$q = 0.0951c$ lit/seg/m	l' m	$Q_r = ql'$ lit/seg (—)	Hora	$q = 0.0951\ c$ lit/seg/m	$2310q$ lit/seg.	$Q_r = 253 - 2310q$ lit/seg (+)
1	0.1099	16	2	12	0.0951	220	33
2	0.1237	260	32	13	0.0804	186	67
3	0.1355	519	70	14	0.0666	152	101
4	0.1447	632	92	15	0.0548	127	126
5	0.1503	721	109	16	0.0457	105	148
6	0.1523	802	122	17	0.0400	92	161
7	0.1503	721	109	18	0.0381	88	165
8	0.1447	632	92	19	0.0400	92	161
9	0.1355	519	70	20	0.0457	105	148
10	0.1237	260	32	21	0.0548	127	126
11	0.1099	16	2	22	0.0666	152	101
				23	0.0804	186	67
				0=24	0.0951	220	33

Obtido o quadro dos valores de Q_r, já se poderiam calcular S e E por qualquer processo de integração aproximada.

Achamos porem mais facil executar graficamente essa operação.

Construindo-se uma curva dos Q_r em escala conveniente, o problema reduz-se á medição das areas situadas acima e abaixo do eixo horizontal.

Servindo-nos de um planimetro polar encontrámos os seguintes resultados:

Saídas: — 2693 mc.

Entradas possiveis: + 5141 mc.

Quer dizer que o reservatorio, durante as horas de menor consumo, poderia receber maior volume do que o necessario para as de consumo intenso. Para evitar desperdicios será necessario, portanto, o emprego de uma valvula automatica que véde as entradas a partir de um certo nivel maximo, permitindo as saídas logo que a coluna piezometrica na extremidade da linha venha abaixo desse nivel.

A capacidade deste reservatorio será de 5400 mc., valor arredondado de 2 S.