teoria da filtração

Engº Luiz di Bernardo
Professor Assistente-Doutor Departamento de Hidráulica e Saneamento-Escola de Engenharia de São Carlos

1. INTRODUÇÃO

Muitas Pesquisas têm sido realizadas a fim de se estabelecer uma teoria geral para explicar a filtração da água. No entanto, até o presente, ainda não se tem notícias de que se obtiveram modelos matemáticos que satisfaçam as condições reais, normalmente encontradas na prática. Apesar disso, os filtros rápidos de gravidade têm sido empregados com relativa eficiência e economia em estações de tratamento de água.

A existência de uma teoria comprovada facilitaria a compreensão do fenômeno por muitos engenheiros e permitiria obter soluções econômicas e precisas para projetos de filtros.

A finalidade deste trabalho é apresentar a teoria da filtração aceita até o presente. Discutem-se os mecanismos através dos quais as partículas suspensas do afluente são retidas nos leitos granulares a a cinética do processo.

O trabalho foi divido em duas partes: Mecanismos da Filtração e Cinética da Filtração.

A bibliografia utilizada será apresentada junto com a segunda parte.

2 – MECANISMOS DA FILTRAÇÃO

2.1. INTRODUÇÃO

A remoção de partículas com diâmetros em torno de 1 μm em leitos granulares com poros de dimensões próximas a 500 μm intrigou os pesquisadores durante muito tempo, pois acreditava-se que um filtro funcionasse como um coador. Se fosse considerada sòmente a ação física de coar, seria impossível explicar a remoção de partículas menores que os interstícios granulares. É devido a esse fato que se iniciaram estudos para verificar as condições em que as partículas são retidas nos poros.

É comum considerar o processo da filtração como sendo o resultado de dois mecanismos distintos, porém, complementares: transporte e aderência. Em primeiro lugar, as partículas percorrem distâncias relativamente grandes até alcançar a superfície dos grãos. Posteriormente, elas devem permanecer aderidas aos grãos de modo a resistir à ação das forças de cisalhamento, devidas às condições hidrodinâmicas do escoamento. O estudo do processo da filtração com base em dois mecanismos distintos é razoável, visto que as forças de aderência entre as partículas e grãos são ativas para distâncias da ordem de alguns Angstroms.

O transporte de partículas é um mecanismo *físico e hidráulico, sendo afetado, principalmente*, pelos parâmetros que governam a transferência de massas. A aderência entre partículas e grãos é, basicamente, um fenômeno de ação superficial, sendo influenciada por parâmetros químicos e físicos.

Os mecanismos dominantes, quer sejam de transporte ou aderência, dependem, essencialmente, das características físicas e químicas da suspensão e do meio filtrante, da velocidade de filtração e das características físico-químicas da água.

2.2. MECANISMOS DE TRANSPORTE

Os mecanismos de transporte de partículas da suspensão para a superfície dos grãos têm merecido atenção considerável dos pesquisadores. Dentre os principais, destacam-se os estudos de Ives e seus colaboradores (48 a 68), Camp (7), O'Mélia e Stumm (87), O'Mélia e Krapps (88), Herzig e outros (42), Kaufman (72), Leclerc e Vu (78), Craft (17), Cleasby (10 a 14), Hall (33), Wright e outros (104) e Heertjes (34 a 41). A maior parte destes pesquisadores ressalta a diferença entre filtração de ação superficial e de profundidade. No primeiro caso, há formação de uma camada de partículas, removidas da suspensão, na superfície do leito, fazendo com que cerca de 90% da perda de carga total, ocorra nesse local, enquanto que, no segundo, a penetração de partículas é profunda, resultando uma distribuição da perda de carga em todo o leito filtrante.

A ação física de coar é o mecanismo dominante no primeiro caso, enquanto que, no segundo, tal mecanismo é de menor importância dentre outros responsáveis pela remoção das partículas suspensas.

2.2.1. Ação Física de Coar

O mecanismo mais óbvio de remoção de partículas suspensas da água é o da ação física de coar, onde as partículas são retidas por serem maiores que os interstícios granulares, conforme mostra a figura 2.1.

Para verificar a ação desse mecanismo, Bodziony e Litwinizyn (citados em 66) realizaram um trabalho estatístico, considerando uma camada filtrante com uma determinada disposição de poros de tamanhos diferentes, através da qual escoava uma suspensão de distribuição granulométrica conhecida. As partículas de tamanho maior que os poros eram retidas, enquanto que as menores passavam, evidenciando a ação desse mecanismo. Para uma suspensão constante, esses pesquisadores verificaram que, com o decorrer do tempo, ocorria uma diminuição progressiva do tamanho dos poros até a completa obstrução, segundo uma função exponencial.

Quando a ação física de coar for dominante, a perda de pressão durante a filtração aumentará exponencialmente com o volume de suspensão filtrado, de acordo com a lei de Boucher (66).

eq. 2–1 $\Delta P = \Delta P_0 \cdot e^{K_2 \cdot V_c}$

ΔP – perda de pressão ($ML^{-1}T^{-2}$)

ΔP_0 – perda de pressão inicial ($ML^{-1}T^{-2}$)

V_c – volume de suspensão filtrada por unidade de área (L)

K_2 – índice de filtrabilidade de Boucher (L^{-1})

2.2.2. *Impacto Inercial*

Nas proximidades dos grãos, as linhas de corrente divergem, fazendo com que as partículas com quantidade de movimento suficiente para manter suas trajetórias colidam com a superfície dos grãos, conforme ilustra a figura 2–2.

Considerando um escoamento contínuo e uniforme de uma suspensão em torno de um grão esférico, Ives (66) propôs um parâmetro adimensional E para caracterizar a eficiência de coleta de partículas na superfície do grão. O parâmetro E representa a relação entre o número de partículas que colidem com o grão *e o número de partículas suspensas, a uma distância infinita à montante do grão.*

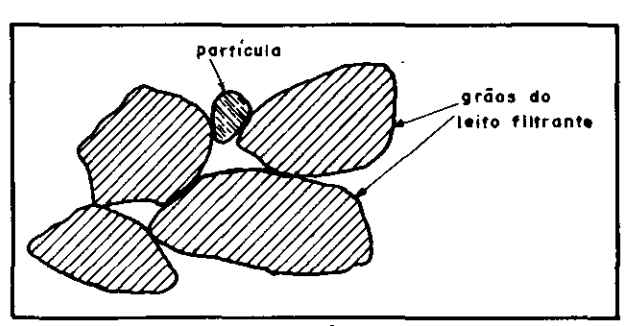

FIG. 2.1 – ESQUEMA DA AÇÃO FÍSICA DE COAR (9)

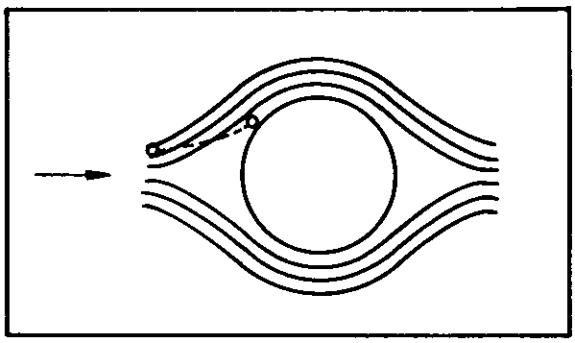

FIG. 2.2 – ESQUEMA DO MECANISMO IMPACTO INERCIAL (66)

eq. 2–2 $E = \frac{\rho_s \cdot d^2 \cdot V\infty}{18 \cdot \mu \cdot D}$

ρ_s – densidade das partículas suspensas (ML^{-3})

d – diâmetro das partículas suspensas (L)

$V\infty$ – velocidade de aproximação ($L.T^{-1}$)

D – diâmetro dos grãos do meio filtrante (L)

μ – viscosidade absoluta da água ($ML^{-1}T^{-1}$)

A equação 2–2 mostra que E é inversamente proporcional ao diâmetro dos grãos e independe da densidade do líquido. Para os leitos filtrantes normalmente utilizados, o tamanho dos interstícios granulares é diretamente proporcional ao tamanho dos grãos, sendo E crescente a medida que os poros decrescem de tamanho. Os parâmetros mais significativos são a velocidade $V\infty$ e a viscosidade μ. Na prática, o valor de $V\infty$ varia entre 1,5 e 5 mm/s, sendo μ da ordem de 1000 kg/m.s. De um modo geral, o valor de E está compreendido entre 10^{-9} e 10^{-3}.

Segundo Herzig e outros (42), a força centrífuga inercial, que faz com que a partícula deixe a linha de corrente é dada por:

eq. 2–3 $Fi = \pi \cdot \frac{d^3}{3} \cdot (\rho_s \leftrightarrow \rho_a) \cdot \frac{Vi^2}{D}$

Fi – força centrífuga inercial (MLT^{-2})

ρ_a – densidade da água (ML^{-3})

Vi – velocidade intersticial média (ML^{-1})

A força de gravidade que age sobre as partículas suspensas é:

eq. 2–4 $F_g = \frac{\pi \cdot d^3}{6} \cdot (\rho_s - \rho_a) \cdot g$

F_g – força de gravidade (MLT^{-2})

g – aceleração da gravidade (LT^{-2})

A relação F_i e F_g é:

eq. 2–5 $\frac{F_i}{F_g} = \frac{2 V_i^2}{g \cdot D}$

Herzig e outros (42) avaliam a eficiência do mecanismo através da relação Fi/Fg. A medida que essa relação aumenta, maior será a remoção de partículas através desse mecanismo. Isto significa que, quanto maior for Vi ou menor D, maior será a probabilidade da partícula suspensa deixar a linha de corrente e colidir com o grão.

Para os casos usuais de filtração, onde D varia entre 0,3 e 1,5 mm e Vi entre 2 e 7 mm/s, a relação Fi/Fg é relativamente pequena, variando entre 10^{-7} e 10^{-1}, o que mostra a insignificância do impacto inercial. Este fato também poderia ser verificado pelos valores relativamente pequenos de E.

Segundo Ives (57, 63), durante a filtração de suspensões aquosas, o regime de escoamento é laminar. Mesmo com um grau elevado de colmatação e velocidade de aproximação de 10 m/h, Cleasby e Baumann (14) verificaram que o regime de escoamento ainda era laminar. Considerando-se partículas suspensas de tamanho compreendido entre 0,01 e 100 μm e com densidade entre 1,00 e 2,65 g/cm^3, o efeito do impacto inercial será desprezível pelo fato do regime de escoamento ser laminar (66).

As pesquisas realizadas por Ison (citado em 48), com suspensão de caolinita em um filtro de fluxo ascendente mostraram que as partículas não aderiam na parte inferior dos grãos, evidenciando a predominância de outros mecanismos.

2.2.3. Intercepção

Durante a filtração com regime de escoamento laminar, as partículas se movem ao longo das linhas de corrente. Mesmo que as partículas tenham densidade aproximadamente igual à da água, elas serão removidas da suspensão quando, em relação à superfície do grão, as linhas de corrente estiverem a uma distância menor que a metade do diâmetro da partícula, conforme mostra a figura 2–3.

Segundo Ives (66), a eficiência da intercepção pode ser avaliada através da relação entre d e D:

eq. 2–6 $I = \frac{d}{D}$

I – parâmetro adimensional de intercepção

De acordo com a equação 2–6, é de se esperar que o mecanismo seja mais eficiente para valores maiores de I. Quando o valor de I for próximo da unidade, a ação física de coar será o mecanismo dominante. Os valores de I estão normalmente compreendidos entre 2×10^{-4} e 10^{-1} (66).

Embora a equação 2–6 evidencie o aumento da eficiência com o aumento de I, as pesquisas de Ison e Ives (48), realizadas com uma suspensão de caolinita (ρ_s = 2,65 g/cm^3) mostraram que a eficiência da filtração varia com $I^{-2/3}$ quando os outros mecanismos não forem significativos e o número de Reynolds (eq. 2–7) for mantido constante. Este resultado surpreende, pois esperava-se que as partículas maiores fossem removidas mais facilmente pela intercepção. A explicação para o fato é que, não obstante o número de Reynolds, definido pela equação 2–7, permaneça constante para o filtro, ele é variável com o tamanho da partícula e à medida que d aumenta, os efeitos hidrodinâmicos se tornam predominantes.

eq. 2–7 $R = \frac{V\infty \cdot D \cdot \rho_a}{\mu}$

R – número de Reynolds para o filtro

2.2.4. Sedimentação

O efeito da gravidade na filtração de partículas suspensas foi sugerido há mais de 70 anos, quando Hazen (citado em 66) descreveu os poros de filtros lentos de areia como sendo pequenas unidades de sedimentação. No entanto, a sedimentação não era considerada nos filtros rápidos, pois de acordo com a

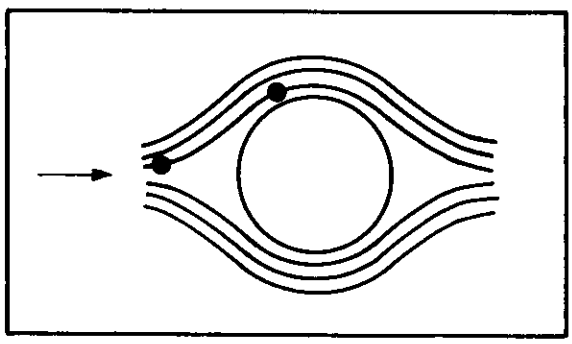

FIG. 2.3 – ESQUEMA DO MECANISMO INTERCEPÇÃO (66)

lei de Stokes, a velocidade de sedimentação das partículas e especialmente a de pequenos flocos é desprezível quando comparada com a velocidade de filtração.

A lei de Stokes é dada pela equação:

$$\text{eq. 2–8} \quad V_S = \frac{g(\rho_S - \rho_a) \cdot d^2}{18 \cdot \mu}$$

V_S – velocidade de sidimentação (LT^{-1})

Para $g = 9{,}8\ m/s^2$, $a = 1000\ kg/m^3$, $\mu = 10^{-3}$ kg/m.s e considerando-se partículas de argila de diâmetro médio igual a 10 μm e $\rho_S = 2500\ kg/m^3$, a velocidade de sedimentação V_S resulta igual a 0,1 mm/s.

Para um filtro de areia, com porosidade inicial igual a 0,4, operado com velocidade de aproximação de 2 mm/s, a velocidade intersticial média V_i resulta igual a 5 mm/s. Este resultado indica um efeito gravitacional pouco significativo na remoção de algumas partículas floculentas da suspensão, cujas densidades chegam a ser da ordem de 1010 kg/m³. Este fato é mais acentuado quando se consideram partículas de diâmetro inferior a 1 μm (105). No entanto, essas partículas podem estar em regiões onde a velocidade de escoamento é relativamente pequena devido a distribuição parabólica de velocidade, resultante do regime laminar. A análise do escoamento em torno de uma esfera indica que a velocidade tangencial decresce rapidamente até zero na superfície do grão (66).

Segundo Ives (66), para um filtro de fluxo descendente, o escoamento em torno de uma esfera fixa de diâmetro igual a 0,5 mm apresenta os seguintes componentes de velocidade, em um local distante 20 μm da superfície da esfera, perfazendo um ângulo de 10° com o eixo da mesma na direção do escoamento, mostradas na figura 2–5.

É óbvio que as condições do escoamento em torno de uma esfera fixa não são as mesmas que se têm na filtração, porém, essa idealização fornece meios para que se faça uma análise teórica do mecanismo da sedimentação. Se U for considerada igual a V_i, a componente V_4 será igual a 0,18 mm/s, quando se emprega a velocidade intersticial média de 5 mm/s.

Neste caso, a velocidade tangencial que tende a arrastar a partícula sobre a superfície do grão é da mesma ordem de grandeza de V_S. Para o exemplo citado, onde V_S é igual a 0,1 mm/s, a relação entre V_S e V_4 será:

$$\text{eq. 2–9} \quad \frac{V_S}{V_4} = \frac{0{,}1}{0{,}18} = 0{,}55$$

Todas as velocidades de interesse na filtração são proporcionais à velocidade de aproximação $V\infty$ e portanto, a relação $Vs/V\infty$ é um parâmetro que caracteriza o mecanismo da sedimentação, embora seu valor numérico, não expresse a eficiência da captura de partículas suspensas (66).

Para analisar a ação da gravidade em uma partícula suspensa, Ives (59, 60) propôs um parâmetro adimensional G*,que representa a relação entre a velocidade de sedimentação Vs e a de aproximação $V\infty$.

$$\text{eq. 2–10} \quad G^* = \frac{g(\rho_S - \rho_a) \cdot d^2}{18 \cdot \mu \cdot V\infty}$$

G* – parâmetro adimensional da sedimentação;

Segundo Ives (66), o valor de G* está normalmente compreendido entre 0 e 1,4. O limite inferior ocorre quando se têm partículas de densidade próxima a da água e valores elevados de $V\infty$. O limite superior ocorre quando se tem valores baixos de $V\infty$ e ρ_S significativamente superior a ρ_a. É improvável que se tenha G* = 0 na prática, pois as pesquisas de Yao e seus colaboradores (105) mostraram que a sedimentação era significativa na filtração de partículas de óxido férrico hidratado de tamanho superior a 1 μm, cujo valor de ρ_S é aproximadamente igual ao de ρ_a.

Ao filtrarem uma suspensão de caolinita (tamanho entre 2,5 e 10,0 μm) em um leito filtrante de esferas de vidro de diâmetro compreendidos entre 0,42 e 0,50 mm, Ison e Ives (48(verificaram que a eficiência da filtração era proporcional a $(G^*)^{1,3}$ quando o número de Reynolds para o filtro e a relação d/D permaneceram constantes.

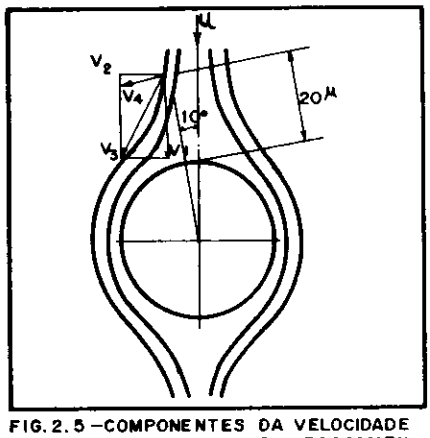

FIG. 2.5 – COMPONENTES DA VELOCIDADE INTERSTICIAL DO ESCOAMENTO EM UM FILTRO DE AREIA

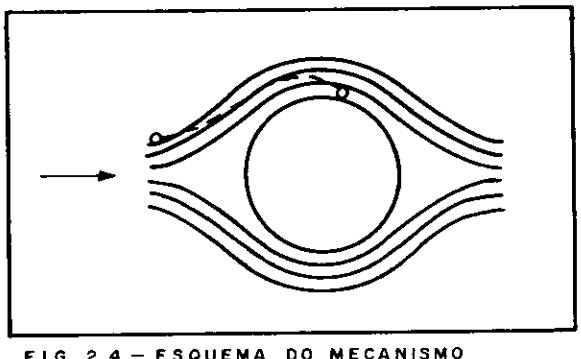

FIG. 2.4 – ESQUEMA DO MECANISMO SEDIMENTAÇÃO (66)

2.2.5. Difusão

Tem-se observado que as partículas muito pequenas, quando suspensas em um líquido, apresentam movimento errático devido a energia das moléculas da água. Este fato foi explicado por Weiner (citado em 8) como sendo o bombardeio das partículas dispersas pelas moléculas de água. Esse movimento desordenado das partículas dispersas é conhecido como movimento Browniano. Em temperaturas elevadas, o movimento é mais acentuado devido ao aumento da energia termodinâmica das moléculas e à diminuição da viscosidade da água. A força de arrasto e a inércia das partículas restringem o movimento daquelas maiores que 1 μm, sendo o movimento difusivo, imersamente proporcional ao tamanho das partículas suspensas (66).

A figura 2–6 mostra, esquematicamente, como se dá o transporte de partículas segundo o mecanismo da difusão. Apesar da floculação pericinética ocorrer devido ao movimento Browniano, parece que a mesma não é significativa na filtração, pois não se tem, até o momento, estudos relativos à verificação deste fenômeno nos interstícios granulares.

Segundo Herzig e seus colaboradores (42), é insignificante a influência do movimento Browniano na filtração de ação de profundidade, pois a relação entre a translação média de uma partícula e o diâmetro dos grãos, é relativamente pequena (entre 0,0002 e 0,06).

O número de Peclet é um dos parâmetro mais importantes que se considera nos estudos de difusão e é dado por:

$$\text{eq. 2–11} \quad P = \frac{D \cdot V\infty}{B}$$

P – número de Peclet;

B – coeficiente de difusão (L^2T^{-1})

O coeficiente de difusão 8 é dado pela equação de Stokes-Stein:

$$\text{eq. 2–12} \quad B = \frac{KT}{3\pi \cdot \mu \cdot d}$$

K – constante de Boltzmann ($1{,}38 \times 10^{-23}$ J/°K)

T – temperatura (°K)

Substituindo-se 2–12 em 2–11, obtém-se:

$$\text{eq. 2–13} \quad P = \frac{3\pi \cdot \mu \cdot d \cdot V\infty \cdot D}{KT}$$

Na filtração da água, o valor de P está geralmente compreendido entre 10^5 e 10^8 (66). A realização de trabalhos experimentais com partículas menores que 1 μm é difícil, porém, os estudos de Ives e Sholji, e Yao e seus colaboradores (54 e 105) confirmam a aplicabilidade da equação 2–13 na representação das características de remoção de partículas de tamanho inferior a 1 μm. Mantendo-se a temperatura entre 3 e 33°C, a viscosidade absoluta μ é inversamente proporcional à temperatura absoluta. Se o tamanho das partículas for constante, a equação 2–13 transforma-se em:

$$\text{eq. 2–14} \quad P = cte \cdot (\mu^2 \cdot V\infty \cdot D)$$

Trabalhando com uma suspensão de partículas esféricas de cloreto de polivinila de 1,3 μm de diâmetro e densidade igual a 1,4 g/cm³, Ives e Sholji (54) verificaram que a eficiência de remoção variava com D/P, e, conseqüentemente, com $(1/\mu^2 \cdot V\infty)$. De

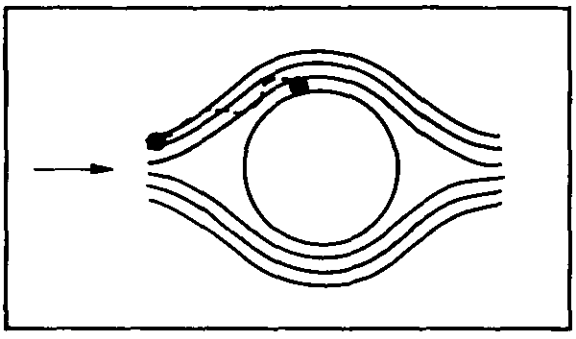

FIG. 2.6 – ESQUEMA DO MECANISMO DIFUSÃO (66)

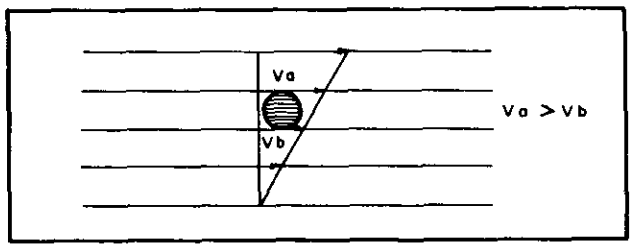

FIG. 2.7 – AÇÃO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO UNIFORME.(66)

acordo com esses pesquisadores, o mecanismo da difusão pode ser caracterizado pela relação D/P.

2.2.6. Ação Hidrodinâmica

Num escoamento em que o gradiente de velocidade é constante, tem-se tensão de cisalhamento uniforme. Uma partícula esférica suspensa nesse escoamento, estará submetida, como mostra a figura 2–7, as velocidades tangenciais variáveis, na direção perpendicular à do escoamento.

A diferença entre V_a e V_b tende a fazer com que a partícula gire, produzindo assim uma diferença de pressão na direção perpendicular à do escoamento, fazendo com que a força resultante encaminhe a partícula para a região de velocidade baixa. Em um leito filtrante ocorre o mesmo fenômeno, porém, as forças laterais são variáveis com a posição.

Em uma quantidade de poros interligados e de diferentes tamanhos, a ocorrência de cisalhamento não uniforme e não estacionário produz forças laterais complexas e dependentes do tempo e, consequentemente, gradiente de velocidade não linear.

Comumente, as partículas a serem filtradas não são esféricas, estando suspensas em um líquido escoando com movimento laminar não uniforme e dependente do tempo; os seus movimentos, devidos aos efeitos mencionados, serão erráticos, através das linhas de corrente. Tais migrações têm sido verificadas em capilares retilíneos e não propriamente nos interstícios granulares.

Ison e Ives (48) verificaram que a eficiência da filtração varia em função do número de Reynolds para o filtro (eq. 2–7). De um modo geral, na prática da filtração rápida, o número de Reynolds se mantém em torno de 1,0. Embora seja conveniente a apresentação do número de Reynolds segundo a eq. 2–7, onde a dimensão característica é o tamanho do grão (D) e a velocidade característica é a de aproximação ($V\infty$), ele não reflete a dependência intrínseca entre a ação hidrodinâmina de transporte e o tamanho da partícula ou o gradiente de velocidade. Outros fatores que podem influir neste mecanismo são: velocidade da partícula em relação ao líquido, velocidade angular da partícula e a freqüência do escoamento devido a seqüência de tamanho de poros.

Ao invés de analisar a eficiência do filtro devido ao mecanismo hidrodinâmico levando em conta todas as outras possíveis variáveis, Ives (66) propõe uma expressão onde se considera o número de Reynolds apresentado pela equação 2–7 e o prarâmetro de forma d/D (eq. 2–6).

eq. 2–15 $$I^{N_1} \cdot R^{M_1} = \frac{d}{D}^{N_1} \cdot \left(\frac{\rho \cdot V\infty \cdot D}{\mu}\right)^{M_1}$$

N_1, M_1 – expoentes a serem determinados experimentalmente.

A figura 2–8 apresenta o efeito da ação hidrodinâmica.

Tem-se verificado a remoção de partículas relativamente grandes ($\cong$ 10μm) durante a filtração rápida. A remoção dessas partículas não pode ser explicada pelo mecanismo da difusão e muitas vezes, é improvável a ocorrência da sedimentação, devido a sua densidade ser próxima à da água (~ 1005 kg/m^3). Assume-se então, que a ação hidrodinâmica seja responsável pela remoção dessas partículas (66).

Mantendo constante G^* e I, Ison e Ives (48) verificaram que a eficiência da filtração era proporcional a $R^{-2,7}$ para a filtração de suspensão de caolinita.

2.3. FLOCULAÇÃO

Devido a influência do tamanho das partículas suspensas (d) e, em menor grau, da densidade das partículas (ρ_s) nos mecanismos de transporte, é interessante considerar as variações dessas características por ocasião da floculação entre as partículas suspensas no interior dos poros. Como o escoamento é laminar, há o aparecimento de gradientes de velocidade, possibilitando a ocorrência da floculação ortocinética.

De acordo com a equação de Smoluchowski, têm-se:

eq. 2–16 $$\frac{d\,N_{ij}}{dt} = \frac{G}{6} \cdot N_i \cdot N_j \cdot (d_i + d_j)^3$$

N_{ij} – número de colisões entre partículas i e j, por unidade de volume (L^{-3})

N_i – número de partículas de tamanho d_i, por unidade de volume (L^{-3})

N_j – número de partículas de tamanho d_j, por unidade de volume (L^{-3})

$(d_i + d_j)$ – diâmetro mutual de colisão (L)

Segundo Ives (66), o gradiente médio de velocidade produzido durante o escoamento através da camada filtrante é dado por:

eq. 2–17 $$G = \frac{13{,}4 \cdot V\infty \cdot (1 - \in)}{D \cdot \in^2}$$

– Porosidade

Considerando-se o intervalo de tempoΔt e admitindo-se que o caminho percorrido pela água seja aproximadamente, igual a ΔL, têm-se:

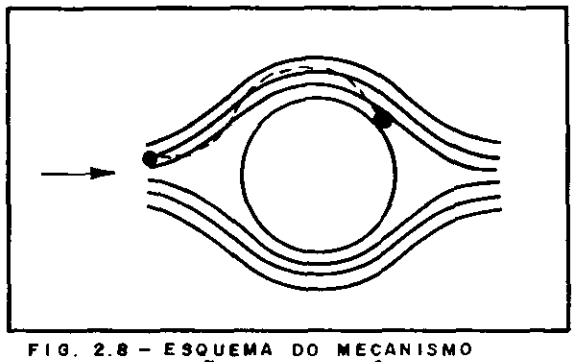

FIG. 2.8 – ESQUEMA DO MECANISMO AÇÃO HIDRODINÂMICA (66)

eq. 2–18 $\Delta t = \frac{\Delta L \cdot \epsilon}{V\infty}$

Combinando-se as equações 2–16, 2–17 e 2–18 e, considerando-se $dt = \Delta t$ e $dL = \Delta L$, obtém-se:

eq. 2-19 $$\frac{d\,N_{ij}}{dL} = 2{,}23 \cdot \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon \cdot D} \cdot N_i \cdot N_j \cdot (d_i + d_j)^3$$

Apesar da equação 2–19 não ter sido verificada experimentalmente até o momento, permite tecer algumas considerações como, por exemplo, que a taxa de agregação de partículas nos poros, em relação à profundidade, é independente da taxa de filtração e é diretamente proporcional à superfície interna do poro por unidade de volume do poro [6 (1 – – ϵ)/$\epsilon \cdot D$].

A floculação realizada em um meio poroso, como é o caso do leito filtrante, é um fenômeno conhecido e usado na prática. Entretanto, os fatores que afetam a floculação e a maneira de controlá-los não estão totalmente esclarecidos, havendo a necessidade de pesquisa (66).

2.4. MECANISMOS COMBINADOS

É provável que todos os mecanismos ajam simultaneamente, embora o grau de importância de cada um deles dependa das características da suspensão e do meio filtrante.

De acordo com Ives (58, 59 e 66), O'Mélia e Crapps (88), O'Mélia e Stumm (87) e Kaufmann (72), a ação física de coar não é estritamente um mecanismo de transporte e o efeito do impacto inercial é insignificante em relação aos demais. Analisando a intercepção, sedimentação e difusão, esses pesquisadores verificaram que a eficiência da filtração aumenta com I, G* e 1/P. No caso da ação hidrodinâmica, sua relação com a eficiência não é tão óbvia. Ison (citado em 66), verificou que a eficiência da filtração era proporcional a 1/R quando permaneceram constantes os parâmetros que caracterizam os demais mecanismos.

A eficiência do filtro em reter partículas suspensas, devido à ação dos mecanismos de transporte, pode ser convenientemente expressa como sendo uma função dos mecanismos principais, de acordo com a seguinte equação (66):

eq. 2–20 $$E_{f_1} = \pi_1 \cdot (I)^{\alpha} \cdot (1/P)^{\beta} \cdot (G^*)^{\gamma} \cdot (L/R)^{\delta}$$

E_{f_1} = eficiência de remoção

π_1 = constante

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ = expoentes

eq. 2–21 $$E_{f_1} = \pi_1 \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{KT}{3\pi \cdot \mu \cdot d \cdot V\infty \cdot D}\right)^{\beta} \cdot \left(\frac{g(\rho_s - \rho_a) \cdot d^2}{18\,\mu \cdot V\infty}\right)^{\gamma} \cdot \left(\frac{\mu}{\rho_a \cdot V\infty \cdot D}\right)^{\delta}$$

eq. 2–22 $$E_{f_1} = \pi_1 \frac{(d)^{\alpha + 2\gamma - \beta}}{(\mu)^{\beta + \gamma - \delta} \cdot (D)^{\alpha + \beta + \gamma} \cdot (V\infty)^{\beta + \gamma + \delta}} \cdot (KT)^{\beta} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_a)^{\gamma}}{(\rho_a)^{\delta}}$$

π_1' = constante

A equação 2–22 mostra que a eficiência de coleta é inversamente proporcional a D e V∞. Com o aumento da temperatura, a viscosidade diminui, conduzindo a uma eficiência maior, desde que a soma ($\beta + \gamma$) seja relativamente grande quando comparada com δ. A elevação da temperatura também aumenta a eficiência, pois influi diretamente na energia termodinâmica KT.

A equação 2–22 mostra também, que, para uma suspensão de partículas de densidade conhecida, a uma temperatura compreendida entre 5 e 25°C, onde as variações de μ e KT são pequenas, é possível verificar como cada uma das variáveis μ, V∞, D e d influi na eficiência de coleta ou seja, determinar o expoente de cada variável. O conhecimento desses expoentes permitiria, determinar α, β, γ e δ e, empregando-se a equação 2–20, seria possível avaliar a importância relativa dos quatro mecanismos para aquela suspensão.

A equação 2–22 indica ainda de um modo geral, que a exceção ocorre quando β é muito grande quando comparado com $\alpha + 2\delta$, isto é, quando se trata de pequenas partículas possíveis de serem afetadas pela difusão. Sendo constantes os demais fatores, obém-se o valor mínimo de E_{f_1} em função de d quando esta variável for suficientemente grande para tornar insignificante o efeito da difusão (β pequeno) e relatifamente pequena para que os mecanismos de intercepção e sedimentação sejam consideráveis (α e γ pequenos).

Ao filtrarem suspensões de partículas esféricas em um leito constituído de grãos esféricos, Yao e seus colaboradores (105), verificaram que existe um tamanho de partícula, para o qual, a eficiência da captura, devida a sedimentação, intercepção e difusão, é mínima. Para partículas de densidade aproximadamente igual a 1,05 g/cm³, o valor mínimo da eficiência ocorre quando o tamanho de partícula é da ordem de 1,4 μm. A figura 2–9 apresenta os resultados das pesquisas realizadas por Yao e seus colaboradores. (105)

Muitos outros pesquisadores têm proposto modelos para relacionar a eficiência de coleta com os diversos mecanismos. Destacam-se os propostos por O'Mélia e Stumm (87), Ison e Ives (48), e Ives e Sholji (54). De modo geral, esses pesquisadores têm chegado a conclusão de que a eficiência da filtração é inversamente proporcional à velocidade de aproximação V∞, ao diâmetro dos grãos do meio filtrante D e à viscosidade μ.

2.5. MECANISMOS DE ADERÊNCIA

De maneira análoga ao caso do transporte, os mecanismos de aderência entre partículas da suspensão e grãos do leito filtrante têm sido estudadas por inúmeros pesquisadores. Além,

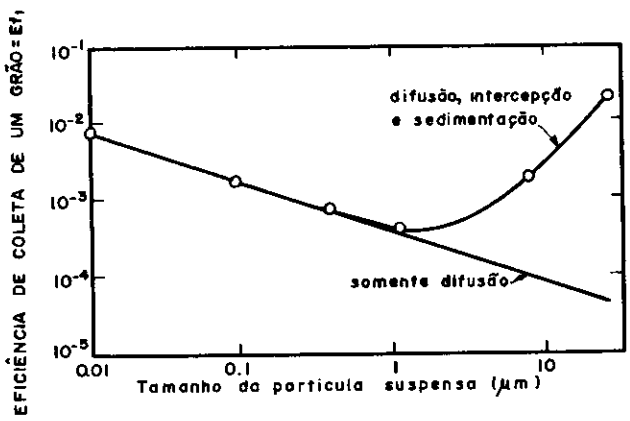

FIG. 2.9 – EFICIÊNCIA DO TRANSPORTE DE PARTÍCULAS (105)

daqueles citados no ítem 2.2, destacam-se, ainda, os trabalhos realizados por Gregory (31), Stanley (99), O'Mélia (89), Jordan (71) e pelos irmãos Mackrle (80).

A aderência entre partículas transportadas e grãos é governada, principalmente, pelas características das superfícies das partículas e dos grãos. Do mesmo modo que as partículas aderem diretamente às superfícies dos grãos, elas podem, também, aderir aos depósitos existentes.

Ao filtrar uma suspensão de argila em um leito de areia, com velocidade de 1,5 mm/s, Kaufmann (72) verificou uma eficiência de remoção inferior a 20%. A filtração da mesma suspensão, quando coagulada com Al^{+++} ou Fe^{+++}, pode apresentar eficiência superior a 95%, o que evidencia a importância das características das superfícies das partículas. No primeiro caso, tem-se uma porcentagem elevada de partículas estáveis, enquanto que no segundo, a maior parte dessas partículas.foi desestabilizada.

A aderência pode ser atribuída a duas categorias de fenômenos: interação entre as forças elétricas e as de Van der Waals e ligações químicas das partículas às superfícies dos grãos por um material intermediário (72). Tem sido sugerido, inclusive, ser a filtração não mais que um caso especial de floculação, onde, algumas partículas são fixas (aquelas aderidas inicialmente aos grãos) e outras suspensas.

2.5.1. Interação Elétrica

De modo geral, todas as partículas sólidas apresentam carga em suas superfícies quando imersas na água. Segundo O'Mélia e Crapps (88), este fato pode ocorrer devido a uma ou mais das seguintes razões: dissociação de íons na superfície da partícula; cargas não balanceadas devido às imperfeições da estrutura do cristal; reação química com íons específicos da suspensão, com formação de ligações químicas; adsorção física de íons da suspensão; substituição isomórfica na estrutura do cristal.

De acordo com Gregory (31), há uma diferença de potencial elétrico entre as duas fases em contato (partícula sólida e água). A origem desses potenciais interfaciais se deve, além das razões sugeridas por O'Mélia e Crapps, à orientação dos dipolos das moléculas de água.

Na interface sólido-líquido existe uma camada de íons de carga oposta à do sólido conhecida como camada estacionária ou compacta e outra, de íons espalhados, também de carga oposta, denominada camada difusa. Essa camada dupla eletroquímica estabelece um potencial de repulsão entre partículas de cargas elétricas semelhantes da suspensão. A magnitude desse potencial e a distância em que sua ação é eficiente são afetados pela composição química da suspensão (88).

As características da interface sólido-líquido têm sido avaliadas em termos de potencial Zeta. De acordo com Johnson e Alexander (citados em 8), o potencial Zeta é a medida de energia requerida para trazer uma carga unitária desde o infinito até o plano de cisalhamento. Nesse caso, o plano de cisalhamento separa o resto da dispersão, a seção de camada que se move juntamente com a partícula e que está situada entre as superfícies interna e externa da camada dupla, como mostra a figura 2—10.

Entre partículas coloidais semelhantes suspensas na água, a interação das duplas camadas elétricas conduz à repulsão ou atração de acordo com o sinal das cargas superficiais. Quando se trata de partículas coloidais semelhantes com potencial Zeta relativamente elevado, a repulsão evita o contato, sendo estável a dispersão. Como as superfícies dos grãos de areia e da maior parte das partículas coloidais têm potencial Zeta negativo, a interação entre as duplas camadas irá dificultar a aderência (53 e 58).

Segundo Derjaguin (citado em 31), a energia elétrica de repulsão entre duas esferas iguais é:

eq. 2—23V $$V_R = \frac{64\pi \cdot a \cdot n^* \cdot K \cdot T \cdot B^2 \cdot \exp(-\eta \cdot \chi)}{\eta^2}$$

V_R — energia elétrica de repulsão (J)
a — raios das esferas (L)
η^* — número de íons
ζ — parâmetro de Debye-Huckel (L^{-1})
T — temperatura (^oK)
K — constante de Boltzman ($1{,}38 \times 10^{-23}$ J/^oK)
x — distância entre esferas (L)

O valor de B_1 é dado pela equação 2-24.

eq. 2—24 $$B_1 = \text{tg h}\left(\frac{Z \cdot e \cdot \Psi_o}{4 \cdot K \cdot T}\right)$$

Z — valência do íon
e — carga elementar ($1{,}6 \times 10^{-19}$ E)
Ψ_o — potencial de superfício (V)

2.5.2. Interação de Van der Waals

As forças atrativas entre átomos e moléculas foram postuladas por Van der Waals para explicar a diferença entre os gases ideais e os reais e vapores (31). Estas forças podem ser decorrentes de três efeitos distintos: de Keeson, Indução e Dispersão. Entre partículas sólidas, é possível de ocorrer interações por qualquer um dos efeitos mencionados, porém, somente a contribuição devida à dispersão, ou seja, o movimento errático das moléculas, é aditiva e efetiva a uma distância inferior a 500 Å (31,97). Por esse motivo, a interação de Van der Waals entre partículas é, muitas vezes, referida como interação de dispersão.

Hamaker (citado em 31), mostrou que

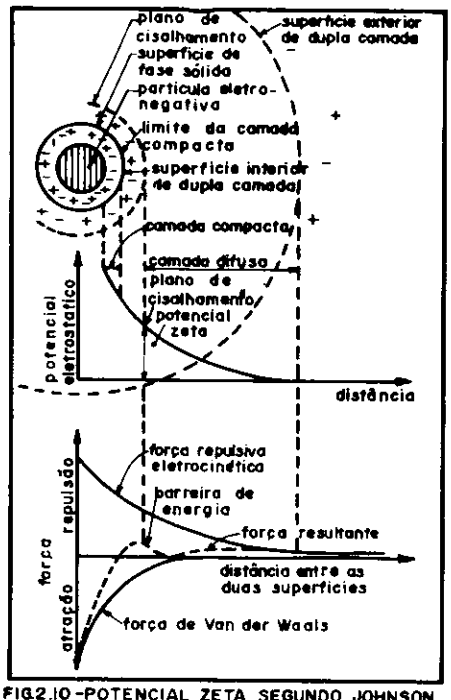

FIG.2.10 -POTENCIAL ZETA SEGUNDO JOHNSON E ALEXANDER

pode ser obtida a energia de interação entre partículas de diferentes formas a partir da interação entre moléculas. As equações 2-25 e 2-26, apresentam, respectivamente, a energia de interação entre duas placas planas e duas eferas.

e. 2-25 $$V_{AP} = \frac{-A_{12}}{12 \cdot \pi \cdot x^2}$$

V_{AP} = energia de interação entre duas placas (J. L^{-2})
x — distância entre placas (L)
A_{12} — constante que depende das propriedades físicas das partículas 1 e 2 (J)

eq. 2-26 $$V_{AV} = \frac{A_{12} \cdot a_1 \cdot a_2}{6 \cdot x \cdot (a_1 + a_2)}$$

$x <<< a_1, a_2$
a_1, a_2 — raio das esferas (L)
V_{AC} — energia de interação entre duas esferas (J)

Considerando-se esferas iguais, obtém-se:

eq. 2-27 $$V_A = -\frac{A_{12} \cdot a_1}{12 \cdot x}$$

V_A — energia de interação entre esferas iguais (J)

Considerando-se placa e esfera ($^a2 = \infty$), obtém-se a equação 2—28 (31).

eq. 2-28 $$V_{APe} = -\frac{A_{12} \cdot a_1}{6x}$$

V_{APe} — energia de interação entre placa e esfera (J)

É importante observar que a influência da distância na atração entre partículas é consideravelmente diferente daquela entre átomos e moléculas. O fato da energia de atração

QUADRO I-2 — Valores de V_A/E_{cm} em função de A_1

a_1 (μm)	0,01	0,1	1,0	10
V_A/E_{cm}	0,14	1,4	14,0	140

entre partículas não diminuir tão acentuamente com a distância, mostra que a interação de Van der Waals é muito mais significativa do que originalmente se pensava (31).

Quanto as partículas interagentes estão separadas por um terceiro meio, como a água, as equações 2-25, 2-26, 2-27 e 2-28 podem ser usadas desde que a constante de Hamaker seja modificada.

eq. 2-29 $\quad A_{132} = A_{12} - A_{13} - A_{23} + A_{33}$

Para partículas semelhantes e admitindo-se que $A_{13} \approx \sqrt{a_{11} \cdot A_{33}}$, obtém-se:

eq. 2–30 $\quad A_{131} = (\sqrt{A_{11}} - \sqrt{A_{33}})^2$

De um modo geral, a constante de Hamaker, para partículas interagentes na água, varia entre 10^{-21} e 10^{-19} J. Os valores mais baixos são obtidos com polímeros e os mais elevados, com metais.

Segundo Herzig e seus colaboradores (42), é interessante comparar as forças de Van der Waals com a resultante da energia técnica. De acordo com esses pesquisadores, a energia cinética média das partículas (E_{cm}) é dada por:

eq. 2-31 $\quad E_{cm} = \dfrac{3\,B\,T}{2}$

A relação entre as equações 2-27 e 2-31 é:

eq. 2-32 $\quad \dfrac{V_A}{E_{cm}} = \dfrac{A_{12} \cdot a_1}{18\,B \cdot T \cdot x}$

Empregando a equação 2-32 para T = = 293°K, X = 0,01 μm $A_{12} = 10^{-13}$ erg e B = 1,3 x 10^{-10} cm²/s, Herzig e seus colaboradores (42) obtiveram os valores de V_A/E_{cm} para diferentes tamanhos, apresentados no QUADRO I-2.

O QUADRO I-2 mostra que para as partículas de diâmetro igual a 0,1 μm, a energia de atração já é 40% superior à do movimento Browniano.

Com base nas forças de Van der Waals e características hidrodinâmicas do escoamento em um filtro, os irmãos Mackrle (80) obtiveram um grupo adimensional (M_a), conhecido como "critério de aderência", que inclui os parâmetros que afetam a remoção de partículas suspensas. Este número adimensional foi obtido ao se considerar a força de interação entre uma placa infinita e uma partícula suspensa e apresenta a seguinte forma:

eq. 2-33 $\quad M_a = \dfrac{A_{12}}{V_n \cdot \mu \cdot r^2}$

V_n — velocidade da partícula, na direção normal à sufície do grão (LT^{-1})

r — distância entre placa e partícula (L)

Em condições isotérmicas e de regime permanente, têm-se:

eq. 2-34 $\quad M_a = f(R_A)$

R_A — número de Reynolds onde a dimensão característica é a área específica.

Trabalhando com um leito de areia de 1 m de espessura, partículas suspensas de tamanhos compreendidos entre 1,0 e 1,2 mm, taxas de filtração entre 40 e 360 m³/m² · dia e utilizando sulfato de alumínio e cloreto férrico como coagulantes, os irmãos Mackrle chegaram ao seguinte resultado:

eq. 2-35 $\quad M_a = (R_A)^{2,16}$

onde

eq. 2-36 $\quad R_A = \dfrac{\rho_a \cdot V\infty}{\mu \cdot A_{esp}}$

A_{esp} — área específica dos grãos (L^2/L^3)

2.5.3. Interação Combinada

Se em uma dispersão coloidal, as únicas forças entre as partículas fossem a de atração de Van der Waals e a de repulsão elétrica, poder-se-ia calcular o efeito global da interação pela adição de ambas as contribuições. Admitindo-se partículas esféricas de raio igual a 1 μm, potencial da superfície de 25 mV e parâmetro de Debye-Huckel igual a 0,1 m⁻¹, Gregory (31), determinou a energia elétrica V_R dada pela equação 2-23 e a de atração V_A mediante o emprego das equações 2-27 e 2-30. Em ambos os casos, a energia é dada em termos de KT(J) para facilitar a comparação com a energia térmica das partículas.

A figura 2-11 apresenta as interações independentes e o resultado da soma de ambas.

Como V_A e V_R são proporcionais aos raios das partículas, geralmente as curvas apresentadas na figura 2-11 são semelhantes, porém, o valor de $(V_R - V_A)_{max}$ é variável. A fim de reduzir a estabilidade dos coloides para que ocorra aderência entre partículas suspensas e grãos do leito filtrante, a resultante $(V_R - V_A)_{max}$ deve ser reduzida ou preferivelmente, anulada. Uma das maneiras para alcançar este objetivo é aumentar a força iônica da dispersão e assim, aumentar o parâmetro de Debye-Huckel (31). A equação 2-23 mostra que o fator exp $(-\eta x)$ e a "espessura" da camada difusa diminuiriam e, consequentemente, reduziriam V_R (31).

Segundo OMélia e Stumm (87), a aplicação do modelo da camada dupla, com relação à aderência de partículas suspensas e grãos do meio filtrante, baseia-se em:

a) O hidrogênio e os íons hidróxidos são determinadores de potencial para muitos óxidos metálicos, inclusive SiO_2, Fe_2O_3 e Al_2O_3. Para um determinado valor de pH, os potenciais da superfície desses óxidos serão constantes. As variações de pH alterarão o potencial elétrico da superfície, modificando a variação de V_R com a distância e afetando o contato. Geralmente, a sílica tem carga negativa para pH superior a 2 enquanto que os pontos isoelétricos de Fe_2O_3 e Al_2O_3 são obtidos, respectivamente, em pH neutro e alcalino. Para valores de pH superiores aos dos referentes aos pontos isoelétricos das partículas e grãos, devido à interação de duas duplas camadas negativas. As forças de Van der Waals irão predominar quando as partículas estiverem próximas de seus pontos isoelétricos.

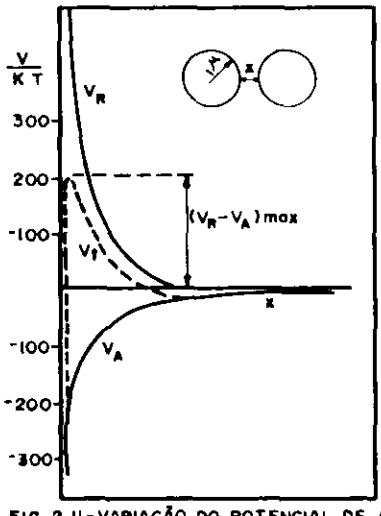

FIG. 2.11 - VARIAÇÃO DO POTENCIAL DE ATRAÇÃO OU REPULSÃO EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE DUAS ESFERAS (31)

b) Para potenciais de superfície constantes, a adição de um sal neutro não altera o potencial, porém V_R varia com a distância para diferentes partículas. O aumento da força iônica da suspensão comprime a camada difusa acarretando diminuição ou eliminação da barreira de energia. Para partículas com densidade de carga superficial constante, a adição de um eletrólito indiferente abaixará o potencial da superfície e comprimirá a camada dupla fazendo com que haja aderência entre superfícies de cargas idênticas.

c) O número de átomos por unidade de volume em cada um dos materiais interagentes afeta a magnitude da constante de Hamaker. Os irmãos Mackrle (80) notaram que, na filtração da água, a variação da constante de Hamaker é devida, principalmente, à variação da densidade das partículas suspensas. O aumento da densidade aumenta a constante de Hamaker a consequentemente V_A, reduzindo ou eliminando a barreira de energia.

As pesquisas de Stanley (99) indicaram que os coágulos obtidos com Fe^{+3} eram removidos mais facilmente na região de pH próximo do seu ponto isoelétrico e que a filtração era afetada pelo tipo de íons presentes na água. Por exemplo, a presença de 500 mg/1 de NaCl ou de Na_2SO_4 ou de $MgSO_4$, aumentava consideravelmente a penetração dos coágulos no interior do leito filtrante.

Cleasby e Baumann (14) observavam que o tamanho dos flocos obtidos com coagulação com Fe^{+3} influenciava muito pouco na eficiência da remoção. Para suspensão de partículas relativamente grandes (20 a 100 μm), a eficiência na remoção foi consideravelmente menor que suspensões contendo partículas menores (1 a 20μm). Estes investigadores concluiram que as forças eletrocinéticas foram as principais responsáveis pela remoção de partículas de óxidos férricos hidratadso. Esta conclusão foi reforçada pelo exame das condições do leito filtrante de areia, onde as partículas floculentas envolveram completamente os grãos de areia.

As interações da camada dupla podem ser calculadas através do conhecimento dos eletrólitos dissolvidos na água e dos potenciais Zeta das superfícies do grão e da partícula. De um modo geral, os potenciais Zeta da areia e antracito variam entre −10 e 20 mV, embora dependam da concentração do eletrólito e do pH (14).

2.5.4. Ponte Química

Embora o modelo da camada dupla seja muito importante, somente pode ser aplicado para colóides liófobos e eletrólitos simples. Esta restrição é resultante do fato de que o referido modelo não considera as forças químicas que interferem na aderência (87).

A aderência de partículas coloidais na interface sólido-líquido que ocorre nos filtros pode ser devida a uma série de mecanismos físicos e químicos que dependem das características de ambas interfaces. Quando a partícula suspensa e o grão forem de cargas opostas, a força eletrostática de atração, tem sido normalmente considerada como a base da aderência. É importante ressaltar que, em muitos casos, as forças químicas podem sobrepujar as eletrostáticas. A adsorção de polímeros aniônicos sobre superfícies negativas é um exemplo da presença das forças químicas.

Segundo O'Mélia e Stumm (87), Gregory (31) e Ives (53), as ligações químicas dos coágulos com as superfícies dos grãos podem ser feitas de diversas maneiras: Troca iônica, ligações de hidrogênio e adsorção mútua.

a) Troca Iônica

A troca iônica pode ser melhor ilustrada como um mecanismo de adsorção de polímeros catiônicos sobre superfícies negativas, através da equação:

$$Po^{+} + (-MeOH) \rightarrow (-MePo) + HO^{-}$$

Nessa reação, (−MeOH) representa um óxido hidratado de algum metal ou um grupo superficial da sílica.

A figura 2-12 apresenta a influência do pH na capacidade de troca iônica entre flocos e grãos do leito filtrante.

b) Hidratação

Aceita-se, atualmente, o modelo de Frank e Wen (citados em 58) para a estrutura molecular da água, segundo o qual há equilíbrio entre agrupamentos efêmeros de hidrogênio interligados e moléculas de água não associadas. As ligações de hidrogênio são relativamente fracas, sendo facilmente rompidas devido à energia térmica das moléculas e por isso, os agrupamentos são continuamente formados e rompidos, sendo o tempo médio de vida da ligação de aproximadamente 10^{-11} segundos.

Quando se considera um interface sólido-líquido, o fenômeno se torna mais complicado, pois se a fase sólida tem grupos carregados em sua superfície, estes serão hidratados do mesmo modo que os íons da solução, isto é, há uma orientação rígida de um determinado número de moléculas adjacentes ao grupo carregado, circundadas por moléculas de água desordenadas devido ao desacoplamento das ligações de hidrogênio pelo campo elétrico.

A hidratação pode também ocorrer com grupos capazes de formar ligações de hidrogênio com a água (grupos hidroxilas) promovendo ligações com outras moléculas de água. A estrutura resultante não é, provavelmente, a mesma obtida com os agrupamentos de hidrogênio na água (58).

As superfícies que podem ser hidratadas são facilmente "molhadas" pela água e são denominadas hidrófilas.

Oulman e seus colaboradores (citados em 58) propuseram que a aderência da partícula aos grãos do meio filtrante, ocorre através de ligações dos hidrogênios das moléculas de água. Segundo Ives e Gregory (58), essa condição é improvável devido ao fato de que as camadas de água em torno das partículas coloidais hidratados se tornam estáveis e evitam o contato.

c) Adsorção Mútua

Sabe-se que a desestabilização das partículas coloidais é efetuada pelos produtos da hidrólise de polímeros ou de sais de alumínio e ferro que se polimerizam a determinados valores de pH (4).

Assim sendo, se as moléculas de polímeros aderidas às partículas mantiverem estendidas em solução, partes de sua cadeia que tenham pelo menos, o mesmo comprimento que a faixa de variação da repulsão elétrica, pode-se esperar que haja aderência.

Sakaguchi e Nagase (citados em 58) mostraram que a floculação da caolinita é melhorada quando o comprimento da cadeia dos polieletrólitos é aproximadamente igual a 1 000 Å. Foi verificado, nesse caso, que a distância, para qual a repulsão elétrica ainda se tornava efetiva, era dessa ordem.

Em um filtro, onde normalmente a distância de repulsão é inferior a 1000 Å, os polímeros de peso molecular inferior ao dos polieletrólitos, têm sido empregados com sucesso na filtração direta (58).

O uso de auxiliares de filtração tais como polieletrólitos tem aumentado consideravelmente a aderência da matéria suspensa aos grãos do meio filtrante (58 a 72).

Segundo Arboleda (9), a adsorção mútua é, provavelmente, o fenômeno mais importante para a aderência entre partículas, devido a ocorrência de ponte química.

A figura 2-13 representa dos grãos do leito filtrante de material 1, imersos em um meio 3 e envolvidos por uma camada de material 2. O esquema dessa figura é útil para ilustrar a ação dos polímeros em um meio granular, pois as partes das cadeias de moléculas estendidas entre os dois grãos facilita a aderência de partículas coloidais que tenham, também, cadeias de moléculas aderidas às suas superfícies.

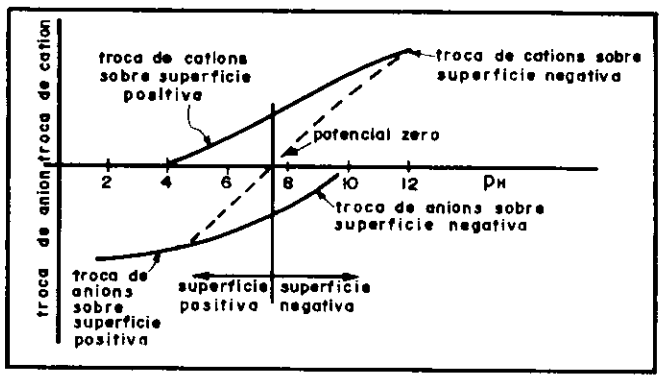

FIG. 2.12 - CAPACIDADE DE TROCA IONICA (89)

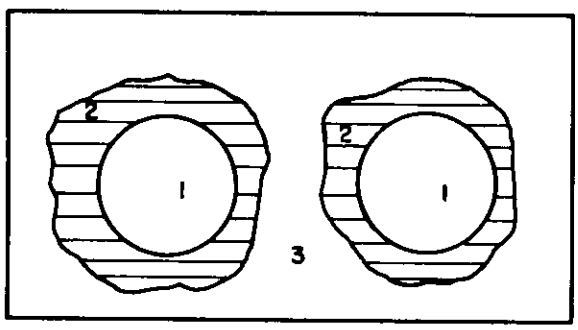

FIG. 2.13 - CAMADAS ABSORVIDAS NA SUPERFICIE DE PARTÍCULAS ESFÉRICAS (31)

3. CINÉTICA DA FILTRAÇÃO

3.1. INTRODUÇÃO

Os filtros de fluxo descendente, em que a retenção de partículas suspensas se dá ao longo de todo o leito filtrante são, normalmente, operados com suspensões relativamente diluídas. À medida que os poros são ocupados por partículas removidas da suspensão, há aumento da perda de carga. Conhecendo-se as características da suspensão (concentração inicial de partículas suspensas, temperatura da água, potencial Zeta, etc.) as dos leitos filtrantes (tamanho dos grãos, porosidade inicial, etc.) e as variáveis de operação (velocidade de aproximação, taxa constante ou variável), utilizam-se os modelos matemáticos para prever a variação de concentração de partículas da suspensão e a perda de carga em qualquer ponto do interior do leito filtrante em função do tempo.

Fazendo-se o balanço de massa, pode-se representar a variação da quantidade de depósito que ocorre nos interstícios granulares. Um segundo modelo matemático é utilizado para representar a variação da concentração de partículas em função da espessura do leito. Em terceiro lugar, deve-se dispor de uma

equação que descreva a variação da perda de carga no leito filtrante em função do tempo. Assim sendo, para se analisar o comportamento de um filtro, deve-se levar em conta, pelo menos três modelos matemáticos.

3.2. LEITO FILTRANTE UNIFORME

Não obstante o conhecimento extensivo dos mecanismos de transporte e aderência, há compreensão apenas parcial das suspensões e das características físico-químicas da filtração. Consequentemente, a maior parte dos modelos matemáticos para descrever o processo da filtração foi obtida considerando-se uma suspensão homogênea e uniforme e um leito filtrante também homogêneo e uniforme.

3.2.1. Modelo Matemático para o Balanço de Massa

Em princípio, o balnço de massa apresenta finalidade dupla na análise do processo da filtração. Em primeiro lugar, juntamente com a equação que descreve a remoção de partículas suspensas, permite determinar a distribuição dos depósitos no leito filtrante em função da posição e tempo. Em segundo, o balanço de massa conduz a uma expressão que possibilita a determinação da quantidade de sólidos depositados por unidade de volume do leito filtrante.

A figura 3.1 apresenta um elemento do leito filtrante de área A e espessura ΔL.

A variação da concentração da suspensão é dada por:

eq. 3-1 $\quad -\Delta C = (C_2 - C_1)$

ΔC — variação da concentração de partículas (volume de partículas suspensas por volume de solução: L^3/L^3)

C_1 — concentração de partículas afluente ao elemento de volume de leito filtrante (L^3/L^3)

C_2 — concentração de partículas efluente do elemento de volume de leito filtrante (L^3/L^3)

Sendo Q a vazão que escoa através do elemento e admitindo que o depósito específico aumente de $\Delta\sigma a$ após o decorrer do intervalo de tempo Δt, tem-se:

— volume de partículas removidas da suspensão

$$-\Delta C \cdot Q \cdot \Delta t$$

— volume de partículas acumuladas

$$\Delta\sigma a \cdot A \cdot L$$

Igualando as duas expressões anteriores, obtém-se:

eq. 3-2 $$-\Delta C \cdot Q \cdot \Delta t = \Delta\sigma a \cdot A \cdot \Delta L$$

Q — vazão (L^3/T)

Δt — intervalo de tempo (T)

$\Delta\sigma a$ — variação do depósito específico absoluto (L^3/L^3)

A — área do elemento de volume do leito filtrante (L^2)

ΔL — espessura do elemento de volume do leito filtrante (L)

A partir da eq. 3-2, obtém-se a equação, na forma diferencial, que foi proposta por Iwasaki (69) em 1937:

eq. 3-3 $$\frac{\partial C}{\partial L} + \frac{A}{Q} \cdot \frac{\partial \sigma a}{\partial t} = 0$$

ou

eq. 3-4 $$\frac{\partial C}{\partial L} \cdot V\infty + \frac{\partial \sigma a}{\partial t} = 0$$

σa — depósito específico absoluto (volume de sólidos por volume de leito filtrate)

$V\infty$ — velocidade de aproximação (L/T)

L — espessura do leito filtrante (L)

A equação 3-4 apresenta a relação entre a variação da concentração de partículas com a profundidade e a variação do depósito específico absoluto com o tempo para a velocidade de aproximação considerada. Alguns autores, como Ives (67), consideram o volume efetivamente ocupado pelas partículas depositadas, introduzindo na equação 3-4, um parâmetro que leva em conta a porosidade das partículas retidas nos poros.

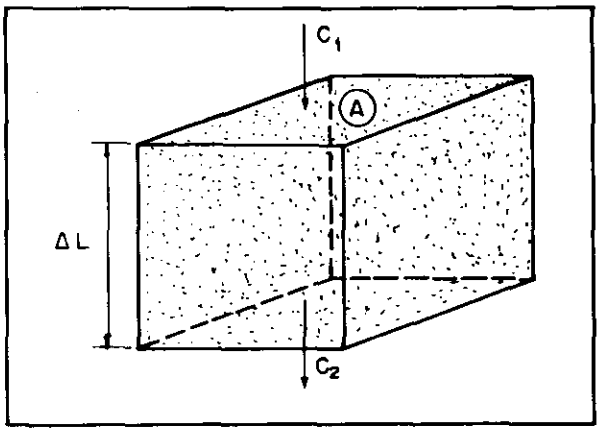

FIG. 3-1 - ELEMENTO DO LEITO FILTRANTE

eq. 3-5 $\quad \sigma = \beta \cdot \sigma a$

σ — depósito específico efetivo (L^3/L^3)

β — relação entre o volume dos depósitos e o volume de sólidos contidos nos depósitos ($\beta \geq 1$)

Nesse caso, a porosidade local passa a ser dada por:

eq. 3-6 $\quad \epsilon = \epsilon_0 - \sigma$

ϵ — porosidade (volume de vazios por volume total de leito filtrante)

ϵ_0 — porosidade inicial (L^3/L^3)

Combinando-se as equações 3-5 e 3-4, obtém-se:

eq. 3-7 $$-\frac{\partial C}{\partial L} = \frac{1}{\beta \cdot V\infty} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

A equação 3-7 representa a variação da concentração em função da espessura do leito e mostra que a taxa de variação de concentração diminui à medida que o depósito específico aumenta com o tempo de operação.

3.2.2. Modelo Matemático para Remoção de Partículas

Mas de cinqüenta modelos foram propostos até o presente para descrever a variação da concentração da suspensão ao longo do leito filtrante. A forma geral desses modelos é:

eq. 3-8 $$-\frac{\partial C}{\partial L} = F\,(C,\ \sigma,\ \text{parâmetros do modelo})$$

A primeira tentativa para determinar a função F da equação 3-8 foi realizada em 1937 por Iwasaki (69). Baseado em pesquisas realizadas com uma variedade de partículas discretas, sem aplicação de coagulante, e com velocidade de aproximação inferior a 12 m/dia, Iwasaki (69) propôs a seguinte equação:

eq. 3-9 $$-\frac{\partial C}{\partial L} = \lambda \cdot C$$

λ — módulo de impedimento (L^{-1})

Convém mencionar que a equação 3-9 foi desenvolvida para filtros lentos, onde o mecanismo de transporte da ação física de coar é dominante. No início do processo, quando o leito filtrante está limpo, o emprego da equação 3-9 baseia-se na hipótese de que qualquer subcamada do leito filtrante apresenta a mesma eficiência. Assume-se também que a suspensão seja uniforme ao entrar e sair de uma subcamada qualquer. A integração da equação 3-9, para t = 0, fornece o seguinte resultado:

eq. 3-10 $$C = C_0 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot L}$$

C_0 — concentração inicial de partículas suspensas (L^3/L^3)

λ_0 — módulo de impedimento inicial (L^{-1})

Durante o processo da filtração, ocorre um uma colmatação progressiva dos poros e, como resultado, a variação da eficiência de

remoção, o que invalida o emprego da eq. 3-10. Conseqüentemente, deve-se levar em conta as variações nos poros, que são dependentes da profundidade e tempo. A complexidade dessas variações pode ser facilmente demonstrada por meio de um exemplo numérico.

Considere-se uma suspensão de concentração inicial igual a 1 000 unidades arbitrárias escoando através de um leito filtrante dividido em quatro subcamadas, de modo que a eficiência delas seja de 70%. No início da filtração (t = 0), têm-se os dados do QUADRO I.

QUADRO I

Subcamada	Depósito Inicial	Concentração	Depósito Final
afluente	—	1000	—
1	zero	300	700
2	zero	90	210
3	zero	27	63
4	zero	8	19

Com o decorrer do tempo, a subcamada 1 terá sua eficiência alterada devido às 700 unidades que passarem a ocupar os seus poros; a subcamada 2 também devido as 210 e assim por diante. Além disso, cada subcamada removerá uma proporção diferente em relação a suspensão afluente, o que se acentuará, com o tempo.

Para explicar este fenômeno, têm sido consideradas duas teorias: a de retenção e arrastamento de partículas e a do módulo de impedimento modificado.

3.2.2.1. Retenção e Arrastamento de Partículas

A teoria da retenção e arrastamento de partículas baseia-se nas pesquisas de Mints (citado em 67). De acordo com essa teoria e considerando uma vazão constante, as partículas retidas nos poros causam o estreitamento dos canais, acarretando aumento da velocidade intersticial. Este aumento faz com que parte das partículas sejam arrastadas para camadas inferiores.

Analisando o efeito do arrastamento de partículas em um leito filtrante, Ives (67) propôs a seguinte equação:

$$\text{eq. 3-11} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial L \cdot \partial t} + \lambda \frac{\partial C}{\partial t} + \alpha' \frac{\partial C}{\partial L} = 0$$

α' — coeficiente de arrastamento

As condições limites são:

a) $C = C_0$ para $L = 0$

b) $C = C_0 \cdot e^{-\lambda_0 L}$ para $t = 0$

Pode-se obter equação semelhante à 3-11 que relacione a variação de σ com L e t. A figura 3-2 apresenta a variação de C e σ com L e t.

Pode-se notar na figura 3-2, que há uma condição limite na superfície do leito e que progride através de todo o leito filtrante. Quando se tem esta condição em todo o leito filtrante, o depósito específico atinge um valor de saturação, (σu), e de acordo com a teoria de Mints (citado em 67), a taxa de retenção é igual a de arrastamento.

3.2.2.2. Módulo de Impedimento Modificado

Tem sido apresentada uma grande variedade de modelos matemáticos que procuram relacionar λ com σ. Estes modelos baseiam-se na hipótese de que a variação da eficiência do filtro é devida a variações de geometria dos poros causadas pela retenção de partículas. A maior parte destes modelos leva em conta a superfície específica dos poros e o aumento da velocidade intersticial devido ao estreitamento dos canais por onde escoa a suspensão.

Estes modelos são utilizados, levando-se em conta três casos: o leito filtrante é representado por um conjunto de esferas individuais; o leito filtrante é representado por um conjunto de capilares cilíndricos individuais; a velocidade intersticial é modificada pela quantidade média de depósito em qualquer elemento de volume do leito filtrante.

a) Modelo do Grão Esférico

Considerando um elemento de volume de um leito filtrante constituído de esferas, Ives (67) obteve a seguinte equação que representa a variação da superfície específica em função do tempo:

$$\text{eq. 3-12} \quad \frac{S}{S_0} = \left(1 + \frac{b \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{2/3}$$

S_0 — superfície específica quando os grãos esféricos estão limpos (L^2/L^3)

S — superfície específica após a retenção de partículas (L^2/L^3)

b — constante de compactação do leito filtrante

De acordo com Ives (67), o valor de b é dado por:

$$\text{eq. 3-13} \quad b = \frac{\epsilon_0}{1 - \epsilon_0}$$

b) Modelo Cilindro Capilar

Considerando um elemento de volume de um leito filtrante onde os espaços vazios constituem cilindros capilares, Ives (67) obteve a seguinte equação que representa a variação da superfície específica com o tempo:

$$\text{eq. 3-14} \quad \frac{S}{S_0} = \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{1/2}$$

c) Modelo Combinado para a Superfície Específica

De acordo com Ives (67), as partículas retidas na superfície dos grãos farão com que haja predominância do modelo do grão esférico no início do processo, porém, com o decorrer do tempo, os espaços vazios serão ocupados e o escoamento dar-se-á através de canais de forma aproximada à de cilindros capilares. Segundo esse pesquisador, o resultado conjugado de ambos os modelos é dado pela equação:

$$\text{eq. 3-15} \quad \frac{S}{S_0} = \left(1 + \frac{b \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{2/3} \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{1/2}$$

Como na prática a geometria dos poros não é aquela assumida, Ives (67) substituiu os expoentes 2/3 e 1/2 por y e z, respectivamente, os quais devem ser determinados experimentalmente.

$$\text{eq. 3-16} \quad \frac{S}{S_0} = \left(1 + \frac{b \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{y} \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{z}$$

Na equação 3-16, S será igual a zero quando $\sigma = \epsilon_0$. Esta não é a condição limitante na prática, pois quando a filtração deixa de ser efetiva ($\sigma = \epsilon_0$), ainda se tem escoamento.

d) Modelo da Velocidade Intersticial

Admitindo-se que λ seja proporcional ao recíproco da velocidade intersticial, Ives (67) obteve a seguinte equação que representa a variação de λ com o tempo:

$$\text{eq. 3-17} \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u}\right)^{x}$$

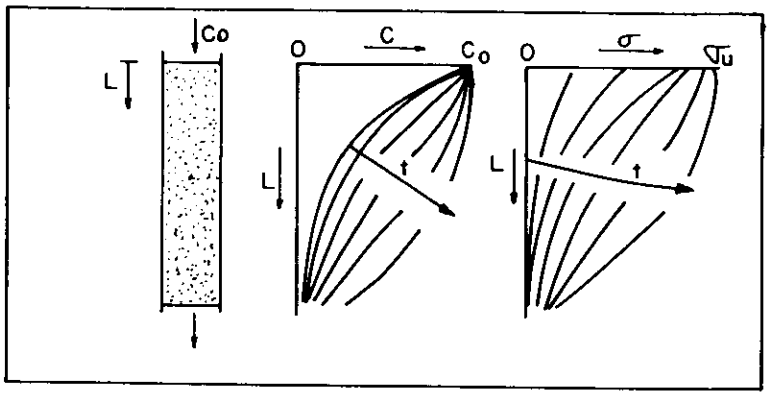

FIG. 3-2 - VARIAÇÃO DE C e σ EM FUNÇÃO DE L e t (67)

e) Modelo Geral do Módulo de Impedimento

Se for admitido que λ seja simultaneamente uma função da superfície específica e da velocidade intersticial, Ives (67) propôs a seguinte equação que leva em conta as equações 3-16 e 3-17:

$$\text{eq. 3-18} \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(1 + \frac{b\sigma}{\epsilon_0}\right)^y \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^z \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u}\right)^x$$

Combinando-se as equações 3-18 e 3-9, obtém-se o modelo matemático geral que apresenta a variação da concentração de suspensão em função da espessura do leito (L) e do tempo (t).

$$\text{eq. 3-19} \quad -\frac{\partial C}{\partial L} = C \cdot \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{b\sigma}{\epsilon_0}\right)^y \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^z \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u}\right)^x$$

3.2.2.3. Modelos Matemáticos que Relacionam λ com σ.

A maior parte dos modelos matemáticos existentes que relacionam λ com σ pode ser expressa pela equação 3-18 através de seleção adequada dos expoentes x, y e z e os parâmetros envolvidos.

Apresentam-se, a seguir, os principais modelos que relacionam λ com σ.

a) Relação entre λ e σ segundo Iwasaki

Segundo Iwasaki (69), λ cresce linearmente com σ de acordo com a seguinte equação:

$$\text{eq. 3-20} \quad \lambda = \lambda_0 + K_1 \cdot \sigma$$

K_1 — constante

Fazendo $x = z = 0$, $y = 1$ na equação 3-18 e $K_1 = \frac{\lambda_0 \cdot b}{\epsilon_0}$ na equação 3-20, obtém-se duas equações idênticas.

b) Relação entre λ e σ segundo Heertjes

Os estudos de Heertjes e seus colaboradores (34 a 41) levavam à proposição de um modelo que pode ser derivado da equação 3-18 ao se fazer $x = y = 0$, $z = 1$ e $b = 1$.

$$\text{eq. 3-21} \quad \lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)$$

c) Relação entre λ e σ segundo Maroudas e Eisenklan

O modelo matemático obtido por Maroudas e Eisenklan (81,82) pode ser derivado da eq. 3-18, fazendo $x = 1$ e $y = z = 0$.

$$\text{eq. 3-22} \quad \lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u}\right)$$

d) Relação entre λ e σ segundo Mints e Krishtul

De acordo com Mints e Krishtul (citados em 67 e 104), a relação entre λ e σ é dada pela equação.

$$\text{eq. 3-23} \quad \lambda = \lambda_0 \left(C - \frac{C_0 \cdot \sigma}{\sigma_u}\right)$$

e) Relação entre λ e σ segundo Deb

De acordo com seus estudos, Deb (18, 19) propôs o seguinte modelo:

$$\text{eq. 3-24} \quad \lambda = M_1 \cdot \left(\frac{x^*}{\epsilon_0 - \sigma}\right)^{M_2}$$

λ — módulo de impedimento adimensional

M_1, M_2 — parâmetros a serem determinados experimentalmente

x^* — parâmetro obtido em função da área superficial dos grãos recobertos de partículas retidas; do tamanho médio dos grãos limpos e do número de grãos por unidade de volume do leito filtrante.

Não se tem relação definida entre as equações 3-24 e 3-18, que pudesse mostrar a obtenção de uma a partir da outra.

f) Relação entre λ e σ segundo Mackrle e seus colaboradores

Fazendo-se $x = 0$, a equação 3-18 se reduz ao modelo matemático apresentado por Mackrle e seus colaboradores (citados em 67).

$$\text{eq. 3-25} \quad \frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(1 + \frac{b\sigma}{\epsilon_0}\right)^y \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^z$$

g) Relação entre λ e σ segundo Ives

Com base em seus estudos, Ives (49 a 68) obteve a seguinte equação para relacionar λ com σ:

$$\text{eq. 3-26} \quad \lambda = \lambda_0 + a_1 \sigma - \frac{a_1 \cdot \sigma^2}{\epsilon_0 - \sigma}$$

a_1, a_2 — parâmetros a serem determinados experimentalmente.

Fazendo-se $x = y = z = 1$, a equação 3-18 transforma-se na equação 3-26.

3.2.2.4. Discussão Sobre os Modelos Matemáticos que Relacionam λ com σ.

O modelo proposto por Iwasaki (69) foi obtido a partir de estudos com filtros lentos e indica um crescimento linear de λ com σ. O emprego do modelo (eq. 3-20) é limitado somente aos filtros onde a ação física de coar é dominante.

O modelo proposto por Heertjes e seus colaboradores (34 a 41) foi obtido com base no conceito de uma célula unitária (poro isolado) onde as partículas, próximas da sua superfície, estariam sujeitas à resultante das forças de atrito e Van der Waals. Pode-se observar que λ será igual a zero quando o leito filtrante estiver completamente colmatado ($\sigma = \epsilon_0$), o que é improvável, pois a ação física de coar se tornará um mecanismo importante, fazendo com que λ aumente.

Maroudas e Eisenklan (81, 82) propuseram um modelo baseado na hipótese de que a eficiência global da colisão em uma camada do leito filtrante é proporcional à relação entre as forças de arrastamento (cisalhamento na superfície dos grãos) e a resultante das forças que mantêm as partículas aderidas aos grãos. Este modelo evita a deficiência apresentada pela equação 3-21, pois se tem σ_u em lugar de ϵ_0, onde σ_u é o valor máximo do depósito específico em uma determinada camada do leito filtrante. Embora a equação 3-22 tenha sido verificada experimentalmente, sua aplicabilidade parece ser limitada, pois não leva em conta o aumento de λ no início da filtração e nem o período em que λ permanece praticamente invariável com o aumento de σ.

O modelo proposto por Mints e Krishtul (citados em 67 e 104) foi desenvolvido a partir da teoria de transporte de sedimentos em meios porosos. É interessante observar que apesar das equações 3-22 e 3-23 serem diferentes do ponto de vista matemático, o significado físico é o mesmo, pois em qualquer caso, o valor máximo de σ é σ_u em qualquer camada do leito filtrante.

O modelo proposto por Deb (18, 19) foi obtido a partir da modificação de λ. Ao invés de considerar λ como um coeficiente de proporcionalidade entre a variação da concentração com a espessura do leito e a concentração afluente, Deb considera uma variação global da concentração, em função da espessura do leito (L) e do tempo (T). Assim sendo, a dimensão de λ seria $[T]^{-1}$ ao invés de $[L]^{-1}$.

O modelo proposto por Mackrle e seus colaboradores (citados em 67) apresenta uma fase de aumento e outra de diminuição de λ com o aumento de σ (eq. 3-25). Apesar das dificuldades em se determinarem os expoentes y e z, este comportamento é normalmente observado na prática, à excessão do início do processo, quando se tem verificado um crescimento linear de λ com o aumento de σ.

O modelo proposto por Ives (eq. 3-26) leva em conta os seguintes aspectos:

a) Aumento inicial da superfície específica no leito filtrante;

b) Diminuição da superfície específica no leito filtrante;

c) Redução da taxa de retenção de partículas devido ao aumento da velocidade intersticial.

A equação 3-26 foi testada para diferentes tipos de suspensão e diferentes leitos filtrantes. O QUADRO II apresenta o resumo de algumas pesquisas realizadas para verificar a validade da equação 3-26.

Com exceção do trabalho experimental de Fox e Cleasby (26), os demais verificaram que a equação 3-26 descreve relativamente bem a variação de λ com σ.

A equação 3-26 mostra que λ é função somente da variável σ. Os parâmetros λ_0, a_1 e a_2 podem ser obtidos a partir de trabalhos experimentais.

Utilizando a equação 3-7 e fazendo $\beta = 1$, Ives (50) obteve a variação de σ com t para diferentes camadas do leito filtrante. As figuras 3-3 e 3-4 apresentam os resultados obtidos em seu trabalho, onde se nota que σ diminui com a profundidade e aumenta com o tempo de funcionamento de maneira mais acentuada nas camadas superficiais do leito filtrante.

Combinando-se as equações 3-7 e 3-9, obtém-se:

$$\text{eq. 3-27} \quad \frac{1}{V_\infty} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \lambda C$$

ou

$$\text{eq. 3-28} \quad \lambda = \frac{1}{C \cdot V_\infty} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

Os valores de $\frac{\partial \sigma}{\partial t}$ podem ser obtidos na figura 3-4 para cada subcamada. Conhecendo-se os valores de C_0 e V_∞, determinam-se

QUADRO II

Autor	Suspensão	Tamanho (μ)	Densidade (g/cm^3)	Leito Filtrante (mm)	Velocidade de Filtração ($m^3/m^2 \cdot dia$)	Concentração Inicial (mg/ℓ)
Ives (50)	Chorolla Scenedemus	3 – 5 5 – 10	1,0 1,0	0,25 – 0,70 (areia)	120 – 360	155
Ivan e Sholji (54)	esferas de PVC	1,3	1,4	0,55 – 1,10 (areia)	60 – 180	100 – 200
Ives e Pienvichtr (54)	esferas de PVC	1,3	1,4	0,46 (antracito)	100 – 150	100
Ison e Ives (48)	Caolinita	2 – 9	2,5	0,46 – 0,77 (esferas de vidro)	140	100 – 2000
Fox e Cleasby (26)	Óxido férrico hidratado	0,705	1,0	0,59 – 0,84 (areia)	240 – 360	5 – 6,8

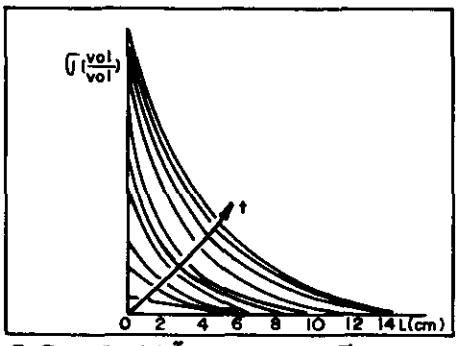

FIG. 3-3 - RELAÇÃO ENTRE σ e L PARA DIFERENTES VALORES DE t (50)

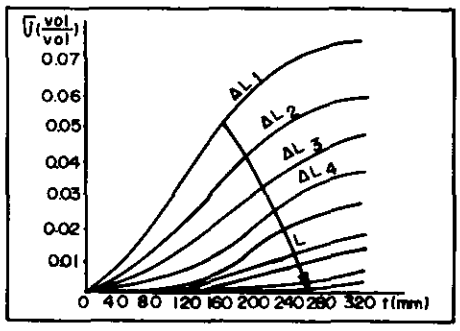

FIG. 3-4 - RELAÇÃO ENTRE λ e σ PARA UMA DETERMINADA SUB-CAMADA

os valores de λ para aquela subcamada.

Ao lançar em gráfico os valores de λ em função de σ, para V_∞ = 1,3 mm/s, Ives (50) obteve a curva apresentada na figura 3-5, a seguir.

O valor de λ_0 é obtido onde a curva intercepta o eixo das ordenadas. O valor de a_1 é o coeficiente angular da reta da equação $\lambda = \lambda_0 + a_1 \sigma$, mostrada na figura 3-5.

O valor de a_2 é obtido a partir da equação 3-26 em função dos valores experimentais de λ e σ e de λ_0 e a_1 determinados anteriormente.

Em seu trabalho, Fox e Cleasby (26) determinaram o valor de λ, para qualquer subcamada do leito filtrante e um tempo qualquer, utilizando a equação 3-9 na forma de diferenças finitas e considerando os valores da concentração de partículas suspensas no topo e na base da subcamada de acordo com a equação 3-29. Nesse caso, admitiram que λ fosse constante ao longo de toda subcamada para o tempo de amostragem.

eq. 3-29
$$\lambda = -\frac{\dfrac{C_1 - C_2}{L_2 - L_1}}{C_1}$$

Do mesmo modo, a equação 3-7 com $\beta = 1$ foi empregada na forma de diferenças finitas para computar o valor de σ, de acordo com a equação:

eq. 3-30
$$\Delta\sigma = \sigma_y - \sigma_x = \frac{[(C_1 - C_2) \cdot (t_y - t_x)] \cdot (-V_\infty)}{L_2 - L_1}$$

σ_x — depósito específico acumulado na subcamada $(L_2 - L_1)$ até o tempo t_x

σ_y — depósito específico acumulado na subcamada $(L_2 - L_1)$ em tempo subsequente, t_y

Para se obter o valor de σ acumulado em uma determinada subcamada após um certo tempo de operação, somam-se os valores de Δσ, resultando em:

eq. 3-31
$$\sigma_T = \left[\sum_{i=1}^{i=T} \frac{(C_1 - C_2) \cdot i - 1 + (C_1 - C_2)i}{2} \cdot (t_i - t_i - 1)\right] \cdot \left[\frac{V_\infty}{L_2 - L_1}\right]$$

A figura 3-6 apresenta os resultados de um dos ensaios realizados por Fox e Cleasby (26), utilizando água de um sistema público com sulfato ferroso dissolvido. A velocidade de aproximação variou entre 240 e 360 m/dia e a concentração inicial de ferro esteve compreendida entre 5,0 e 6,8 mg/1.

Pode-se notar na figura 3-6 que λ cresce até um determinado instante de acordo com $a_1 \cdot \sigma$ conforme o modelo de Ives (eq. 3-26). Entretanto, verifica-se que o termo $[a_2\sigma^2/\epsilon_0 - \sigma]$ desse mesmo modelo, não descreveu adequadamente a parte final do ensaio.

De acordo com Ott e Bogan (90), uma possível razão para explicar a discrepância entre a curva teórica e a experimental obtida no trabalho de Fox e Cleasby (26) é a diferença da porosidade inicial entre diferentes ensaios, resultante da lavagem inadequada do leito filtrante.

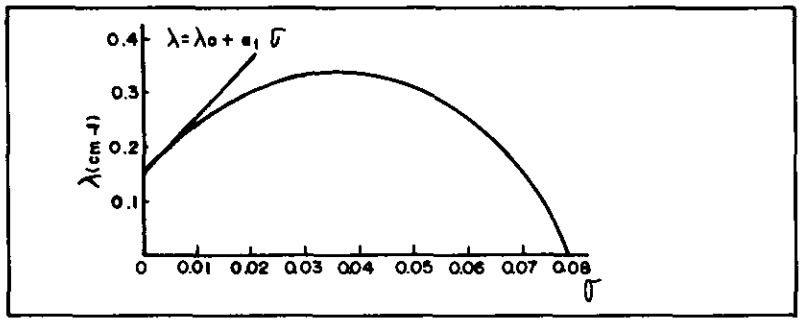

FIG.3-5 - RELAÇÃO ENTRE λ e σ PARA UMA DETERMINADA SUB-CAMADA DE ESPESSURA ΔL SEGUNDO IVES (50)

Outra possível razão da discordância dos resultados obtidos por Fox e Cleasby (26) seria o emprego da equação 3-29, pois, partindo da mesma hipótese (λ constante na subcamada), a equação 3-9 poderia ser integrada, o que resultaria em:

eq. 3-32 $$\ln\left(\frac{C}{C_{n-1}}\right) = -\lambda\,(L_n - L_{n-1})$$

ou

eq. 3-33 $$\lambda = -\frac{1}{\Delta L}\cdot \ln\,(L_n - L_{n-1})$$

$$\Delta L = L_n - L_{n-1}$$

Ott e Bogan (90), expandiram o termo $\ln\left(\frac{C_n}{C_{n-1}}\right)$ de acordo com a série de McLaurin, resultando em:

eq. 3-34 $$\ln\left(\frac{C_n}{C_{n-1}}\right) = \left(\frac{C_n - C_{n-1}}{C_{n-1}}\right) \cdot -1/2\left(\frac{C_n - C_{n-1}}{C_{n-1}}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{C_n - C_{n-1}}{C_{n-1}}\right)^3 + \ldots\ldots$$

ou

eq. 3-35 $$\ln\left(\frac{C_n}{C_{n-1}}\right) \cong \left(\frac{C_n - C_{n-1}}{C_{n-1}}\right)$$

O QUADRO III apresenta o erro cometido quando se emprega, para a determinação de λ, o termo $\left(\frac{C_n - C_{n-1}}{C_{n-1}}\right)$ ao invés de $\ln\left(\frac{C_n}{C_{n-1}}\right)$.

QUADRO III

$\left(\frac{C_n}{C_{n-1}}\right)$	$\ln\left(\frac{C_n}{C_{n-1}}\right)$	$\left(\frac{C_n - C_{n-1}}{C_{n-1}}\right)$	Erro (%)
(1)	(2)	(3)	(4)
1,0	0	0	0
0,8	−0,223	−0,2	10,3
0,6	−0,511	−0,4	21,7
0,4	−0,916	−0,6	34,5
0,2	−1,609	−0,8	50,4

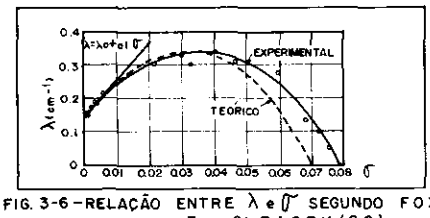

FIG. 3-6 - RELAÇÃO ENTRE λ e σ SEGUNDO FOX E CLEASBY (26)

Utilizando os dados de Fox e Cleasby (26) para uma subcamada de 5,1 cm de espessura, o valor de λ resultante foi de 0,1 cm^{-1} para uma relação $[C_n/C_{n-1}]$ igual a aproximadamente 0,49. Esse valor implica em um erro aproximativo de 28% na determinação de λ. Assim sendo, é mais conveniente o emprego da equação 3-33 para determinação de λ.

3.2.3. Relação entre os Parâmetros e as Variáveis Físico-Químicas

Há uma divergência muito grande entre os diversos pesquisadores acerca da relação de dependência entre os parâmetros dos modelos matemáticos e as variáveis físico-químicas da filtração. O QUADRO IV apresenta um resumo dos principais modelos matemáticos, seus autores e a relação da dependência entre os parâmetros e as variáveis físico-químicas. O GRUPO IV foi transcrito de Kavanaugh (72).

QUADRO IV – (72) RESUMO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

$-\partial c/\partial L = 0$ (C, σ, parâmetros dos modelos)

Investigador (Ano)	Tipo de Suspensão (Discreta ou Floculenta)	Função 0	Relação entre os Parâmetros e as Variáveis Físico-Químicas	Número de Parâmetros
Iwasaki (1937)	Discreta (D)	$\lambda_0 (1 + K_1 \sigma) C$	$\lambda_0 \alpha D^{-1} V_{\infty}^{-1 \cdot 3}$	2
Stein (1940)	Floculenta (F)	$\phi_1 = \lambda_0 (1 + K_1 \sigma) C$ $\phi_2 = \lambda_0 (1 - K_3 \sigma / 1 - K_3 \sigma_u)^4 \cdot C$	$\lambda_0 \alpha d^2 D^{-3}$	5
Ornatski (1955)	(D)	$(\lambda_0^{-} - k_3 \sigma) C$	$\lambda_0 \alpha V_{\infty}^{-1}$	2
Mintz (1960, 1966)	(F)	$\lambda_0 \left(C - \frac{Co\, \sigma}{\sigma_u} \right)$	$\lambda_0 \alpha V_{\infty}^{-0 \cdot 7} D^{-1 \cdot 7}$	2
Maroudas e Eisenklam (1964)	(D)	$\lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u} \right) C$	$\lambda_0 \alpha V_{\infty}^{-1}$	2
Ives (1962, 1967)	(D)	$\left(\lambda_0 + a_1 \sigma - \frac{a_2 \sigma^2}{\epsilon_0 - \sigma} \right) C$ $\left[\lambda_0 \left(1 + \frac{b\sigma}{\epsilon_0} \right)^y \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0} \right)^z \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^x \right] C$		3 a 5
Ives e Sholji (1965)	(D)	$\left(\lambda_0 + a_1 \sigma - \frac{a_2 \sigma^2}{\epsilon_0 - \sigma} \right) C$	$\lambda_0 \alpha D^{-1} V_{\infty}^{-1} \mu^{-2}$ $a_1 \alpha D^{-1} V_{\infty}^{-1} \mu^{-1 \cdot 2}$ $a_2 \alpha D^{-1} V_{\infty}^{-1} \mu^{-2}$	3
Ison e Ives (1969)	(D)	$\lambda_0 f(\sigma) C$	$\lambda_0 \alpha \mu^{1 \cdot 4} \cdot d^{0 \cdot 3} \cdot D^{-1 \cdot 4} \cdot V_{\infty}^{-4}$	Não Especificada
Sakthivadival (1966)	(D)	$(\lambda_0 + k_1 \sigma) C$	$\lambda_0 = f(I, R, G^*)$	2
Agrawal (1966)	(D) e (F)	λC onde $\lambda = \frac{3}{2} \left(\frac{1 - \epsilon_0}{D} \right) n$	$\lambda_0 = \frac{1 - \epsilon_0}{\mu V_{\infty}} \left\{ K_3 \xi_p^2 C_0 - K_4 \xi_p \xi_m - \frac{d}{D} \right\}$ $+ \lambda_s$	3
Heertjes e Lerk (1967)	(F)	$\lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0} \right) C$	$\lambda_0 = \frac{k_1 (1 - \epsilon_0) A_{1,2}}{\mu \cdot D^3 \cdot V_{\infty}}$	1
Litwiniszyn (1967)		$k_3 (\epsilon_0 - \sigma) C - k_4 \sigma$		2
Herzig e outros (1970)		$\frac{\lambda_0 F(\sigma)}{V_{\infty}} C$		2
Deb (1969)	(D)	$\frac{\lambda' C}{V_{\infty}} (\epsilon_0 - \sigma) + \frac{\partial c}{\partial t}$	$\lambda' = \frac{V_{\infty}}{\Delta L} K_1 \left(\frac{f(\sigma)}{\epsilon_0 - \sigma} \right)^{K_3}$	3
Yao et al. (1970)	microesferas de latex	λC onde $\lambda = \frac{3}{2} \frac{(1 - \epsilon_0)}{D)} n$	$\lambda_0 = f(n_0)$ $= F[I, N_{DIF}, G^*]$	2
(spielman (1968)	emulsão de óleo	λn $\lambda \neq f(\sigma)$	$\lambda_0 = \frac{3}{2} \left(\frac{1 - \epsilon_0}{D} \right) n_0$ $\eta_0 = K_1 (I)^2 F[N_{Ad}]$	1
Spielman e Fitzpatrick (1972) Spielman e Cukor (1972)	microesferas de latex	λn $\lambda = f(\sigma)$	$\eta_0 = K_1 (N_1)^2 F(N_{Ad}, G^*, N_{\xi}, \tau)$	1 – 2
Wright (1973)	(F)	$\lambda_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u} \right) C$		2

3.2.4. Perda de Carga no Leito Filtrante

3.2.4.1. Modelos Matemáticos

Muitas tentativas têm sido feitas para relacionar a variação da perda de pressão com o aumento de material retido nos poros do leito filtrante. A maior parte dos modelos existentes apresenta a relação $\Delta P/\Delta P_0$ em função de σ, onde ΔP é a perda de pressão em um determinado instante e ΔP_0 é a perda de pressão no início de operação, quando σ é igual a zero.

3.2.4.1.1. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e segundo Stein

$$\text{eq. 3-36} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{\left(1 + \frac{\beta \cdot \sigma}{1 - \epsilon_0}\right)^2}{\left(1 - \frac{\beta\sigma}{\epsilon_0}\right)^3 \cdot \left[1 + \frac{2\beta \cdot \sigma}{m_5 (1 - \epsilon_0)}\right]^2}$$

m_5 — constante

3.2.4.1.2. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e segundo Mints

Segundo Mints (citado em 57), têm-se:

$$\text{eq. 3-37} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\beta\sigma}{\epsilon_0}\right)^3}$$

3.2.4.1.3. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Ornatskii, Sergeev e Shekhtman

Segundo Ornatskii e seus colaboradores (citados em 57), têm-se:

$$\text{eq. 3-38} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{1/2}\right]^3}{\left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^3}$$

3.2.4.1.4. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Heertjes

De acordo com Heertjes (34 a 41), têm-se:

$$\text{eq. 3-39} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = K_5 \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{m_3} + K_6 \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{m_4}$$

K_5, K_6 — constantes

m_3, m_4 — constantes

3.2.4.1.5. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Mackrle

Com base no trabalho de Mackrle (citado em 57), têm-se:

$$\text{eq. 3-40} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{1}{(1 - k_{12} \cdot N_3)^{m_2}}$$

N_3 — nº de partículas depositadas por poro

m_2, K_{12} — constantes

3.2.4.1.6. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Maroudas

De acordo com Maroudas (citado em 57), têm-se:

$$\text{eq. 3-41} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{1}{1 - \frac{\beta\sigma}{k_7}}$$

ou

$$\text{eq. 3-42} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{\left[1 + \frac{\epsilon_0 \cdot \sigma \cdot \beta}{K_8} \cdot (1 - \epsilon_0)\right]^{4/3}}{\left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^3}$$

K_7, K_8 — constantes

3.2.4.1.7. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Sakthivadival

De acordo com Sakthivadival (citado em 42), têm-se:

$$\text{eq. 3-43} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon}\right)^3$$

3.2.4.1.8. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Hudson

De acordo com Hudson (45, 46), têm-se:

$$\text{eq. 3-44} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{1}{1 - \sigma/\epsilon_0}$$

3.2.4.1.9. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Camp

De acordo com Camp (7), têm-se:

$$\text{eq. 3-45} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0 - \sigma}$$

3.2.4.1.10. Relação entre $\Delta P/\Delta P_0$ e σ segundo Ives

Em 1960, Ives (50) propôs o seguinte modelo:

$$\text{eq. 3-46} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = 1 + \frac{K_q}{\Delta P_0} \left[(\lambda + K_{10} \cdot \epsilon_0) + \left(\frac{(K_{11} + K_{10})}{2}\right) \cdot \sigma^2 + K_{10} \cdot \epsilon_0^2 \cdot \ln\left(\frac{\epsilon_0 - \sigma}{C_0}\right)\right]$$

K_9, K_{10}, K_{11} — constantes

Em 1975, Ives (67) propôs outro modelo, que considera o gradiente hidráulico ou a perda de carga por unidade de espessura do leito filtrante.

$$\text{eq. 3-47} \quad \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_t = \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0 + p \cdot \sigma$$

p — constante

3.2.4.2. Discussão sobre os Modelos Matemáticos

Os modelos apresentados por Stein (eq. 3-3-36), Mints (eq. 3-37), Mackrle (eq. 3-40) e Maroudas (eq. 3-42) foram obtidos com base nas alterações dos termos de porosidade e superfície específica, que fazem parte da equação de Carman-Kozeny (eq. 3-49). Todos esses pesquisadores admitiram que a tortuosidade permanecia constante durante a filtração, isto é, a deposição de partículas nos poros não alterava o caminho de percolação.

Tanto o modelo apresentado por Heertjes (eq. 3-39) como o de Maroudas (eq. 3-41) foi obtido através do estudo de obstrução dos poros. Estes pesquisadores trabalham com leito filtrante constituído de esferas, onde a

geometria dos poros era conhecida e analisaram, durante a filtração, a variação da geometria dos poros com o decorrer do tempo.

O modelo proposto por Ives (eq. 3-46) é semi-empírico e o de Ornatskii (eq. 3-38) é totalmente empírico.

O modelo proposto por Sakthivadival (eq. 3-43) também foi obtido com base na hipótese de que a tortuosidade permanece constante durante a filtração.

O modelo proposto por Hudson (eq. 3-44) não leva em conta o fator β que considera a porosidade das partículas retidas nos poros.

A maior parte dos modelos pode ser representada pela seguinte equação:

$$\text{eq. 3-48} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{1}{(1 - c\sigma)^m}$$

c, m — constantes

Essa equação é justificada a partir do emprego da fórmula de Carman-Kozeny para a perda de carga.

A equação de Carman-Kozeny pode ser escrita da seguinte forma (57):

$$\text{eq. 3-49} \quad \frac{\Delta P}{\Delta L} = K_k \cdot \mu \cdot V_\infty \cdot \frac{S^2}{\epsilon^3}$$

K_k — coeficiente de Kozeny

μ — viscosidade dinâmica do líquido (M/L.T)

S — superfície específica (L^2/L^3)

ΔL — espessura da camada filtrante (L)

A variação da porosidade, devida à retenção de partículas é dada pela equação 3-50 (57):

$$\text{eq. 3-50} \quad \epsilon = \left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right) \cdot \epsilon_0$$

A equação 3-14 pode ser reescrita, levando-se em conta o fator β e substituindo-se o expoente 1/2 por q, pois os capilares são tortuosos e de raio variável. Esta mesma consideração foi feita quando Ives (67) propôs a equação 3-16.

$$\text{eq. 3-51} \quad \frac{S}{S_0} = \left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^q$$

q — expoente

Substituindo-se os valores de ϵ e S (eq. 3-50) e (eq. 3-51) na equação 3-49, obtém-se

$$\text{eq. 3-52} \quad \frac{\Delta P}{\Delta L} = K_k \cdot \mu \cdot V_\infty \cdot \frac{S_0^2 \left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{2q}}{\epsilon_0^3 \left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^3}$$

Para as condições iniciais, a equação de Carman-Kozeny é igual a:

$$\text{eq. 3-53} \quad \frac{\Delta P_0}{\Delta L} = K_k \cdot \mu \cdot V_\infty \cdot \frac{S_0^2}{\epsilon_0^3}$$

Combinando-se as equações 3-52 e 3-53, obtêm-se:

$$\text{eq. 3-54} \quad \frac{\Delta P}{\Delta P_0} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\beta \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{3-2q}}$$

Para m = 3-2q e c = β/ϵ_0, obtém-se a equação 3-48.

Esta análise foi realizada com base na hipótese de que o regime de escoamento é laminar, mesmo quando o leito esta com um grau elevado de colmatação (57). Este fato foi demonstrado por Cleasby e Baumann (14) quando a perda de pressão ainda variava linearmente com o aumento da velocidade de aproximação.

A equação que representa o modelo proposto por Ives (eq. 3-47) pode ser obtida através do seguinte caminho:

Reescrevendo a equação de Carman-Kozeny (eq. 3-49) porém, considerando a perda de carga e não a de pressão, têm-se:

$$\text{eq. 3-55} \quad \frac{\partial H}{\partial L} = K_k \cdot \mu \cdot V_\infty \cdot \frac{S^2}{\epsilon^3}$$

Substituindo-se os valores de ϵ e S na equação 3-55, dados respectivamente, pelas equações 3-6 e 3-16, obtêm-se:

$$\text{eq. 3-56} \quad \frac{\partial H}{\partial L} = K_k \cdot \mu \cdot V_\infty \cdot \frac{S_0^2}{\epsilon_0^3} \cdot \left(1 + \frac{b\sigma}{\epsilon_0}\right)^{2y} \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{2z-3}$$

ou

$$\text{eq. 3-57} \quad \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_t = \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0 \cdot \left(1 + \frac{b \cdot \sigma}{\epsilon_0}\right)^{2y} \cdot \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^{2z-3}$$

$\left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_t$ — variação da perda de carga em função da espessura do leito filtrante no tempo t

$\left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0$ — variação da perda de carga em função da espessura do leito filtrante no início (t = 0)

Carman (citado em (2) verificou a validade da equação 3-55 para as condições iniciais (S_0, ϵ_0) obtendo valores de K_k entre 4 e 6. Normalmente o valor de K_k empregado é igual a 5. O valor da superfície específica, S_0, para um leito filtrante uniforme e constituído de grãos esféricos, é igual a 6. De acordo com Rich (92) quando não se tem leito uniforme e nem constituído de grãos esféricos, o valor médio de S_0 para leitos estratificados é dado pela equação:

$$\text{eq. 3-58} \quad S_0 = \frac{6}{\varnothing} \cdot \sum_1^i \left(\frac{x_i}{d_i}\right)$$

x_i — fração (em peso) de partículas de tamanho d_i

$\varnothing$ — coeficiente de esfericidade

Considerando y = z = 1 na equação 3-57, Ives (67) obteve a seguinte equação:

$$\text{eq. 3-59} \quad \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_t = \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0 \cdot \left[\frac{(1 + b \cdot \sigma/\epsilon_0)^2}{(1 - \sigma/\epsilon_0)}\right]$$

Ao expandir o termo $\left[\frac{(1 + b\,\sigma/\epsilon_0)^2}{(1 - \sigma/\epsilon_0)}\right]$, Ives (67) obteve a equação:

$$\text{eq. 3-60} \quad \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_t = \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0 \cdot \left[1 + (2b + 1)\frac{\sigma}{\epsilon_0} + (b + 1)^2 \cdot \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 + (b + 1)^2 \cdot \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^3 + \ldots\right]$$

Para $\sigma <<< \epsilon_0$, Herzig e outros (42) e Mints, (citado em 67) verificaram que a perda de carga, por unidade de espessura do leito filtrante, era proporcional ao depósito específico local. Desprezando-se os termos de ordem maior ou igual a 2, a equação 3-60 transforma-se em:

$$\text{eq. 3-61} \quad \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_t = \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0 + p \cdot \sigma$$

p — constante

Viu-se anteriormente que o valor de σ é função de L e t (eq. 3-7). Assim sendo, a integração da equação 3-61 em função de L fornece a perda de carga total para qualquer tempo de operação t.

eq. 3-62 $$H = \int_0^L \left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0 \cdot dL + \int_0^L p \cdot \sigma \cdot dL$$

eq. 3-63 $$H = H_0 + p \cdot \int_0^L \sigma \cdot dL$$

H_0 — perda de carga inicial (L);

Segundo Mohanka (84, 85), o valor de $\int_0^L \sigma \cdot dL$ é aproximadamente igual a $[V_\infty \cdot C_0 \cdot t]$ quando a concentração do efluente (C_e) é inferior a 10% de C_0.

eq. 3-64 $$H = H_0 + p \cdot V_\infty \cdot C_0 \cdot t$$

C_0 — concentração de partículas afluente (L^3/L^3)

t — tempo de operação (T)

Quando $C_e > 0{,}1\ C_0$, têm-se:

eq. 3-65 $$H = H_0 + P\,(C_0 - C_e) \cdot V_\infty \cdot t$$

A figura 3-7 apresenta a variação da perda de carga com o tempo segundo Ives (67).

O valor de p pode ser obtido na figura 3-7, ao se determinar a tangente da reta que representa a perda de carga total.

A figura 3-8 apresenta a variação da perda de carga em função de L e t.

Verifica-se na figura 3-8, que a perda de carga é linear no início (t = 0), de acordo com a equação de Carman-Kozeny. Entretanto, à medida que ocorre retenção de partículas nos poros, essa linearidade não se mantém, pois a quantidade de partículas retidas varia de uma para outra subcamada no mesmo instante t. Conseqüentemente, o gradiente de perda de carga local aumenta de acordo com a equação 3-61 e a linha de carga hidráulica se torna não linear. É conveniente encerrar a operação de um filtro quando a linha de carga hidráulica tocar o eixo onde se tem a pressão atmosférica (ponto A da figura 3-8).

3.3. LEITO FILTRANTE NÃO UNIFORME

Há dois casos a serem levados em conta quando se considera leito filtrante não uniforme:

a) Leito filtrante com grãos de diferentes tamanhos, porém, dispersos aleatoriamente como no caso dos filtros lentos;
b) Leito filtrante estratificado.

No presente trabalho será analisado somente o caso dos leitos filtrantes estratificados, por ser o assunto de interesse neste trabalho.

3.3.1. Leito Filtrante Estratificado

Viu-se anteriormente que os coeficientes λ_0, a_1 e a_2 (eq. 3-26) e p (eq. 3-47) dependem da interação entre a suspensão e o leito filtrante. Para uma determinada suspensão, temperatura e velocidade de aproximação constantes, os coeficientes serão dependentes somente da natureza dos leitos filtrantes. Viu-se, também, que os leitos granulares removem partículas que são duas ou três vezes menores que os poros, evidenciando que os mecanismos de remoção são de alguma forma dependentes da superfície dos grãos.

De acordo com Diaper e Ives (21), a área superficial dos grãos por unidade de volume do leito filtrante é:

eq. 3-66 $$S = \frac{6}{\varnothing'} \frac{(1-\epsilon)}{d_S}$$

d_S — tamanho médio dos grãos entre duas peneiras

A equação 3-66 mostra que quanto menor for o tamanho dos grãos, o coeficiente de esfericidade (grãos angulares) e a porosidade, maior será a área superficial. Para grãos de mesmo material e provenientes da mesma fonte, 0 e ϵ são independentes do tamanho dos grãos (21). Logo, têm-se:

eq. 3-67 $$S \propto \frac{1}{d_S}$$

De acordo com Diaper e Ives (21), o módulo de impedimento é função da superfície específica S.

eq. 3-68 $$\lambda = F(S) = F\left(\frac{1}{d_S}\right) = \text{constante}\ (d_S)^{-h}$$

h — expoente

Segundo Ives (67), o valor de h varia entre 1 e 3. Os estudos de Sholji (citado em 67) mostraram que h é aproximadamente igual a 1 para a faixa de tamanho de grãos normalmente usados na prática de filtração.

Consierando as equaçãoes 3-26 e 3-47 e adotando h = 1, Diaper e Ives (21) obtiveram as seguintes equações:

eq. 3-69 $$\lambda_0 = \frac{\theta_1}{d_S}$$

eq. 3-70 $$a_1 = \frac{\theta_2}{d_S}$$

eq. 3-71 $$a_2 = \frac{\theta_3}{d_S}$$

eq. 3-72 $$P = \frac{\theta_4}{d_S}$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ — coeficientes

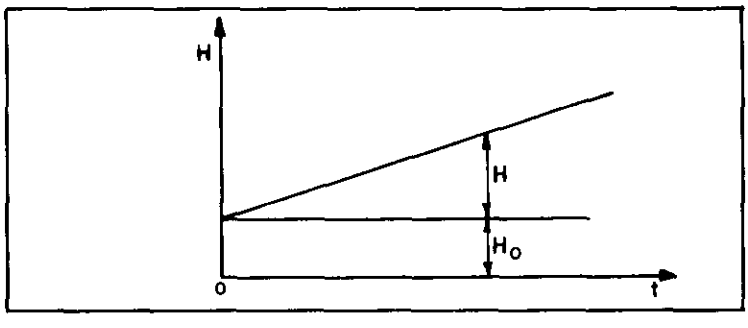

FIG. 3-7 – RELAÇÃO ENTRE H e t PARA UMA DETERMINADA SUB-CAMADA DO LEITO FILTRANTE

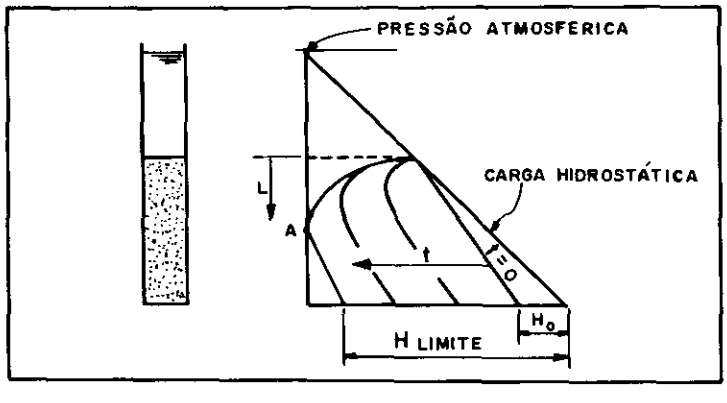

FIG. 3-8-VARIAÇÃO DE H EM FUNÇÃO DE L e t (67)

Combinando as equações 3-69, 3-70 e 3-71 com 3-26 e a equação 3-72 com 3-47 e assumindo que, de acordo com Kozeny (citado em 21), $\left[\frac{\partial H}{\partial L}\right]_0$ seja igual a $\frac{n_1^*}{d_S^2}$, obtém-se, respectivamente, as equações:

$$\text{eq. 3-73} \quad \lambda = \frac{\theta_1 + \theta_2 \cdot \sigma - \frac{\theta_3 \cdot \sigma^2}{\epsilon_0 - \sigma}}{d_S}$$

$$\text{eq. 3-74} \quad \frac{\partial H}{\partial L} = \frac{n_1^*}{d_S^2} + \frac{\theta_4}{d_S} \cdot \sigma$$

n_1^* — coeficiente

A figura 3-9 apresenta a curva granulométrica do leito filtrante preparado, relacionada com o mesmo, quando estratificado. Essa relação é importante para verificar a dependencia entre o tamanho dos grãos de cada sub-camada, velocidade de aproximação e módulo de impedimento.

Se for admitida uma variação linear entre o tamanho dos grãos e espessura L, têm-se:

$$\text{eq. 3-75} \quad d_S = d_0 + J \cdot L$$

d_0 — tamanho dos grãos na parte superior do leito filtrante

j — taxa de variação de d_S com L

Combinando-se as equações 3-73 e 3-74 com 3-77, obtém-se, respectivamente, as equações 3-36 e 3-77.

$$\text{eq. 3-76} \quad \lambda = \frac{(\epsilon_0 - \sigma) \cdot (\theta_1 + \theta_2^2 \cdot \sigma) - \theta_3 \cdot \sigma^2}{d_0 + j \cdot L}$$

$$\text{eq. 3-77} \quad \frac{dH}{dL} = \frac{n^*}{(d_0 + j\,L)^2} + \frac{\theta_4 \cdot \sigma}{(d_0 + j\,L)}$$

As equações 3-76 e 3-77 mostram, respectivamente, como o coeficiente do filtro λ e a variação da perda de carga com a espessura do leito se relacionam com o depósito específico. O emprego dessas equações é limitado devido a hipótese de que a variação da granulometria é linear com a espessura do leito filtrante (21). Ao invés de se empregar a equação 3-76 para o cálculo de λ, poder-se-ia dividir o leito filtrante em subcamadas, de modo que nelas, a granulometria seria praticamente uniforme. Nesse caso, o módulo de impedimento λ de cada subcamada seria determinada de acordo com a equação 3-26. Ao invés de se considerar uma variação linear única da granulometria em todo o leito filtrante, seria mais conveniente considerar uma variação linear da granulometria entre peneiras consecutivas para o emprego da equação 3-74.

Em seu trabalho, Diaper e Ives (21) concluem que, de um modo geral, as equações 3-73 e 3-74, desenvolvidas para leitos filtrantes estratificados, apresentam resultados semelhantes aos obtidos quando se empregam as equações 3-26 e 3-47, que foram desenvolvidas para leitos filtrantes uniformes.

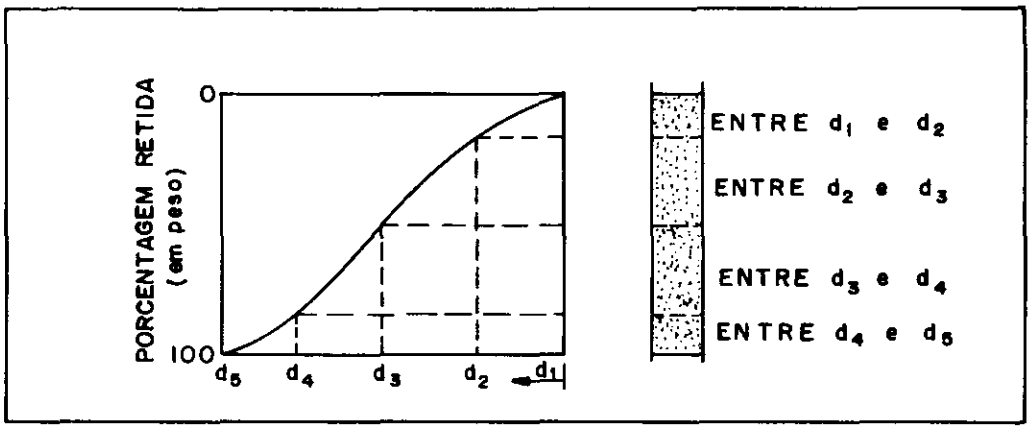

FIG. 3-9 — RELAÇÃO ENTRE GRANULOMETRIA E LEITO FILTRANTE (21)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

1 – ABNT – Padrões de Potabilidade, 1976.

2 – ADIN, A. & REBHUN, M. Hig-Rate Contact Floculation-Filtration with Cationic Polyelectrolytes *Jornal of American Water Works Association*, p: 109-117, feb. 1974.

3 – AZEVEDO NETTO, J.M. & DI BERNARDO, Luiz Instalação Piloto de Superfiltração *XIV Congresso Interamericano de Engenharia Sanitária*, México, 1974.

4 – BLACK, A.P. Basic Mechanisms of Coagulation *Journal AWWA*, 52: (492), April 1960.

5 –BOYD, Russel H. & GHOSH, Mriganka M. An Investigation of the influence of Some Physicochemical Variables on Prous Media Filtration, *Journal of the American Water Works Association*, p: 94 – 98, feb., 1974.

6 – CAMP, T. R. Flocculation and Flocculation Basins In: *Transactions, Paper nº 2722 – ASCE*, V. 120, 1955.

7 – CAMP, T. R. Theory of Water Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE*, paper 3990, p: 1-30, Aug., 1964.

8 – CAMPOS, José Roberto Ensaios sobre a Aplicação de Polieletrólitos na Floculação de Águas de Abastecimento, Dissertação de Mestrado, *EESC-USP*, São Carlos, 1972.

9 – CENTRO PANAMERICANO DE INGINIERIA SANITARIA Y CIENCIAS DEL AMBIENTE Teoria, Diseño y Control de los Processos de Clarificaion del Agua, cap. II e VII, OPS, 1973.

10 – CLEASBY, J. L. Water Filtration through Deep Granular Media *Public Works Magazine*, june 1970.

11 – CLEASBY, J. L. Behavior of Deep Granular Filters *Industrial Water Engineering*, jan., 1972.

12 – CLEASBY, J. L. & SEJKORA, G. D. Effect of Media Interaixing on Dual Media Filtration vol. 101, nº EE4, p: 503-516, Aug., 1975.

13 – CLEASBY, J. L. Optimum Back Wash of Granular Filters *Annual Conference of the Water Pollution Control Federation* Oct., 1973.

14 – CLEASBY, J. L. & BAUMANN Selection of Sand Filtration Rates *Journal of the American Water Works Association*, vol. 54, 1962.

15 – CONLEY, W. R.& HSIUNG, K. Design and Application of Multimedia Filters *Journal of the American Water Works* Association, p: 97-101, Feb., 1969.

16 – CONLEY, W. R. & HSIUNG, K. Design and Apolication of Multimedia Filters *Journal of the Sanitary Engineering Division-Proceedings ASCE*, vol. 92, nº SA5, p: 61-82, oct., 1966.

17 – CRAFT, T. F. Review of Rapid Sand Filtration Theory *Journal of the American Water Works Association*, p: 428-439, apr., 1966.

18 – DEB, Arun Theory of Sand Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE*, SA3, p: 399-422, june 1969.

19 – DEB, Arun Numerical Solution of Filtration Equations *Journal of the Sanitary Engineering Divison – Proceedings ASCE*, SA2, p: 195-210, april, 1970.

20 – DIAPER, E. W. & IVES, K. J. Discussion on Filtration Through Size-Graded Media *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE:* 92, SA4, p: 73-74, aug., 1966.

21 – DIAPER, W. & IVES, K. J. Filtration Through Size-Graded Media *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE*, vol. 91, nº SA3, p: 89-114, june 1965.

22 – DI BERNARDO, Luiz Instalação Piloto para Clarificação de Água de Abastecimento – Projeto e Execução Dissertação de Mestrado, *EESC-USP*, 1973.

23 – DI BERNARDO, Luiz et alii *Contribuição ao Estudo da Filtração Direta* IX Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária, Belo Horizonte, 1977.

24 – FAIR, G. M.; GEYER, J. C. & OKUN, D.A. Filtration In: Purificacion de Aguas y Tratamiento Y Remocion de Aguas Residuales *Editorial Limusa – Wiley, S.A.*, México, 1971.

25 – FEBEN, D. Theory of Flow in Filter Media *Journal of American Water Works Association*, Vol. 51, p: 940-958, july, 1960.

26 – FOX, D. M. & CLEASBY, J. L. Experimental Evaluation of Sand Filtration Theory *Journal of the Sanitary Engineering Divison – Proceedings ASCE*, vol. 92, nº SA5, oct., 1966.

27 – GEISE, G. D. et alii Use of Filter Conditioners in Water Treatment *Journal of American Water Works Association*, p: 1303 – 1309, oct., 1967.

28 – GHOSH, G. Media Characteristics in Water Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – Vol. 84 nº SA1, feb., 1958.

29 – GHOSH, M.M. et alii Physicochemical Approach to Water and Wastewater Filtration *Journal of the Environmental Division – Proceedings ASCE*, vol. 101, nº EE1, p: 71-36, feb., 1975.

30 – GREGORY, John Determination of Filter Media Zeta Potencial Discussion *ASCE*, pg. 571-574, vol. 94, nº SA3, june 1968.

31 – GREGORY, John Interfacial Phenomena In: *The Scientific Basis of Filtration* p: 53-90, vol. s, Noordhoff-Leyden, 1975.

32 – HABIBIAN, M.T. & O'MELIA, C.R. Particles, Polymers, and Performance in Filtration Journal *ASCE*, vol. 101, nº EE4, aug., 175, p: 567-583.

33 – HALL, W.A. An Analysis of Sand Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE*, vol. 83, nº SA3, p: 1276-1 a 1276-9, june 1957.

34 – HEERTJES, P.M. & LERK, C.F. The Functioning of Deep Bec Filters – Part II, The filtration of Flocculated Suspensions *Transactions of Institute of Chemical Engineers*, (45), T138, 1967.

35 – HEERTJES, P'M. & LERK, C.F. Filter Blocking, Filter Media and Filter Aids *Laboratory of Chemical Engineering*, Thecnical University, Delft, Holland.

36 – HEERTJES, P.M. Studies in Filtration – The Inicial Stages of the Cake Filtration *Chemical Engineering Science*, vol. 6, p: 269-276, 1957.

37 – HEERTJES, P. M. & NIJMAN, J. On the Instability and Inhomogeneity of Filter-Cakes. *Chemical Engineering Science*, vol. 7, p: 15-25, 1957.

38 – HEERTJES, P. M. Studies in Filtration Blocking Filtration *Chemical Engineering Science*, vol. 6, p: 190-203, 1957.

39 – HEERTJES, P. M. Filtration *Transactions of the Institute of Chemical Engineers*, (42), T266, 1964.

40 – HEERTJES, P. M. & LERK, C.F. Filtration Dans des Lits Épais *Genie Chimique*, (96), nº 2, p: 333-343, 1966.

41 – HEERTJES, P.M. Filtration *Accademia Nazionale dei Lincei*, V Curso Estivo di Chimica – ottobre, 1960.

42 – HERZIG, J'P. et alii Flow of Suspensions Through Porous Media – Application to Deep Filtration. *Industrial and Engineering Chemistry*, vol. 62, nº 5, p: 8-35, may, 1970.

43 – HSIUNG, K. & CLEASBY, J.L. Prediction of Filter Performance *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 94, nº SA6, p: 1043--1069, dec., 1968.

44 –HSIUNG, K. Determining Specific Deposit by Backwash Technique. *Journal of the Environmental Engineering Division – Proceedings ASCE* – 100, nº EE2, p: 353-361, apr., 1974.

45 – HUDSON Jr., H.E. Physical Aspects of Filtration *Journal of American Water Works Association*, p: 3-7, jan., 1969.

46 – HUDSON Jr., H.E. Functional Design of Rapid Sand Filters *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 89, nº SA1, jan., 1963.

47 – HUTCHISON, W.R. High-Rate Direct Filtration *Journal of American Water Works Association*, p: 292-298, june, 1976.

48 – ISON, K.J. & IVES, K.J. Removal Mechanisms in Deep Bed Filtration – *Chemical Engineering Science*, vol. 24, nº 4, p: 717-729, april, 1969.

49 – IVES, K.J. Simulation of Filtration on Electronic Digital Computer *Journal of the American Water Works Association*, p: 933-939, jul., 1960.

50 – IVES, K.J. Filtrations Using Radioative Algae *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 87, nº SA3, p: 23-37, may, 1961.

51 – IVES, K.J. New Concepts in Filtration – Part I – Introduction and Practical Concepts *Water and Water Engineering*, p: 307-309, july, 1961.

52 – IVES, K.J. New Concepts in Filtration – Part 2 – theoretical Concepts *Water and Water Engineering*, p: 341-344, aug., 1961.

53 – IVES, K.J. New Concepts in Filtration – Part 3 – Surface Force Concepts, Experimental Concepts and Conclusions *Water and Water Engineering*, p: 385-388, sept., 1961.

54 – IVES, K.J. & SHOLGI, I. Research on Variables Affecting Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 91, nº SA4, p: 1-18, aug., 1965.

55 – IVES, K.J. The use of Models in Filter Design – Part 1 *Effluent and Water Treatment Journal*, p: 552-555, nov., 1966.

56 – IVES, K.J. The Use of Models in Filter Design – conclusion *Effluent and Water Treatment Journal*, p: 591-596, dec.. 1966.

57 – IVES, K.J. & PIENVICHITR, V. Kinetics of the Filtration of Dilute Suspensions *Chemical Engineering Science*, vol. XX, nº 11, p: 965-973, nov., 1965.

58 – IVES, K.J. & GREGORY, J. Basic Concepts of Filtration *Proceedings of the Society for Water Treatment an Examination*, vol. 16, Part 3, p: 147-169, 1967.

59 – IVES, K.J. Deep Filters *Filtration & Separation – Proceedings of the filtration Society*, p: 125-135, march-april, 1967.

60 – IVES, K.J. Deep – Bed Filters – New Developments *University College London*, 1968.

61 – IVES, K.J. Discussion on Experimental Evaluation of Sand Filtration Theory *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – 93, SA3, p: 141, june, 1967.

62 – IVES, K.J. Discussion on Theory of Water Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – 91, SA1, p: 98-99, feb., 1965.

63 – IVES, K.J. & SHOLJI, I. Research on Variables Affecting Filtration – Closure *Journal of the Sanitary Engineering Division Proceedings ASCE* – vol. (92), SA5, p: 106-109, out., 1966.

64 – IVES, K.J. Advances in Deep-Bed Filtration *The Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, vol. 48, nº 3, p: T94 – T100, april, 1970.

65 – IVES, K.J. Discussion on Determining Specific Deposit by Backwash Technique *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASC* – 100, EE6, p: 1297-1298, dec., 1974.

66 – IVES, K.J. Capture Mechanisms in Filtration *Nato Advanced Study Institutes Series* – Series E: Applied Sciences, vol. 2 – The Scientific Basis of Filtration, Noordhoff-Leyden, 1975.

67 – IVES, K.J. Mathematical Models of Deep Bed Filtration *Nato Advanced Study Institutes Series* – Series E: Applied Sciences – vol. 2: The Scientific Basis of Filtration, Noordhoff-Leyden, 1975.

68 – IVES, K.J. Comunicação por carta, agosto, 1977.

69 – IWASAKI, T. Some Notes on Sand Filtration *Journal American Water Works Association*, vol. 29, nº 10, p: 1591-1602, 1937.

70 – JOHNSON, R.L. & CLEASBY, J.L. Effect of Backwash on Filter Effluent Quality *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 92, nº SA1, feb., 1966.

71 – JORDAN, R.M. Eletrophoretic Studies of Filtration Journal AWWA, 55: 771, july, 1963.

72 – KAUFMAN, W.J. Recent Theoretical Concepts of Filtration *4th Annual Symposiun of Water Filtration*, California State Department of Public Health, may, 1969.

73 – KAVANAUGH, M.C. Mechanisms and Kinetic Parameters in Granular Media Filtration pH thesis, University of California, Berkeley, 1974.

74 – KAWAMURA, S. Design and Operation of High-Rate Filters – Part 1 *Journal of the American Water Works Association*, vol. 67, nº 10, oct., 1975.

75 – KAWAMURA, S. Design and Operation of High-Rate Filters – Part 2 *Journal of the American Water Works Association*, vol. 67, nº 11, nov., 1975.

76 – KAWAMURA, S. Design and Operation of High-Rate Filters – Part 3 Journal of the American Water Works Association, vol. 67, nº 12, dec., 1975.

77 – KREISSL, J.F. et alii Use of Pilot Filters to Predict Optimum Chemical Feeds *Journal of American Water Works Association*, p: 299-314, mai, 1968.

78 – LECLERC, A. & VU, T.T. Desorption and Retentivity of Filtering Materials *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 98, nº SAE, p: 937-949, dec., 1972.

79 – LING, J.T. A Study of Filtration Through Uniform Sand Filters. *Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings ASCE*, 81:751, 1955.

80 – MACKRLE, V. & MACKRLE, S. Adhesion in Filters *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE*, paper 2940, p: 17-32, sept., 1961.

81 – MAROUDAS, A. & EINSENKLAM, P. Clarification of Inspensions: A Study of Particle Deposition in Granular Media – Part I Some Observations on Particle Deposition *Chemical Engineering Science*, vol. XX, nº 10, oct., 1965.

82 – MAROUDAS, A. & EINSENKLAM, P. Clarification of Suspersions: A Studey of Particle Deposition in Granular Media – Part II A Theory of Clarification *Chemical Engineering Science* vol. XX, nº 10, oct., 1965.

83 – MILLER, D.G. Rapid Filtration Following Coagulation, Including the Use of Multi-layer Beds *Society of Water* Treatment and Examination, Part 3, p: 192-214, nov., 1967.

84 – MOHANKA, S.S. Multi-layer Filtration *Journal of the American Water Works Association*, p: 504-511, oct., 1969.

85 – MOHANKA, S.S. Theory of Multi-layer Filtration *Journal of the Sanitary Engineering Divison – Proceedings ASCE* – vol. 95, nº SA6, dec., 1969.

86 – OEBEN, R.W., HAINES, H.P. & IVES, K.J. Comparison of Normal and Reverse Graded Filtration *Journal of the American Water Works Association*, p: 429-439, april, 1963.

87 – O'MÉLIA, C.R. & STUMM, W. Theory of Water Filtration *Journal of American Water Works Association*, vol. 59, nº 11, p: 1393.

88 – O'MELIA, C.R. & CRAPPS, D.K. Some Chemical Aspects of Rapid Sand Filtration *Journal of the American Water Works Association*, p: 1326-1344, oct., 1964..

89 – O'MELIA, C.R. Comunicação por carta, maio, 1977.

90 – OTT, C.R. & BOGAN, R.H. Theoretical Evaluation of Filter Modeling Experiments *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE* – vol. 96, nº SA2, april, 1970.

91 – POVINELLI, J. et alii Pesquisa Sobre Eficiência de Filtros Lentos em Unidade Piloto *VII Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária*, Salvador, Bahia, 1973.

92 – RICH, L.G. Flow through Beds of Solids – cap. 6 – in: Unit Operations of Sanitary Engineering, p: 136-158, *John Wiley &Sons, Inc.*, 1961.

93 – RICHARD, Y. Dual Media Filters: Myth or Reality *Techniques et Sciences Municipales – L'eau*: nº 10/75, oct., 1975.

94 – ROBECK, G.G. et alii Studies of Modifications in Water Filtration *Journal AWWA*, 56:198, fev., 1964.

95 – ROBECK, G. G. Modern Concepts in Water Filtration *Symposiom on New Methods of Water Treatment*, Asuncion, Paraguay, aug., 1972.

96 – SAKTHIVADIVAL, R. et alii Headloss Theories in Filtration *Journal of American Water Works Association*, vol. 64, nº 4, p: 233-238, apr., 1972.

97 – SEBEKA, Donald K. Forças Fracas – Ligações Fracas In: *Estrutura Eletrônica & Ligação Química*, São Paulo, Polígono, 1968.

98 – SHULL, K.E. Filtrability Techniques for Improving Water Clarification *Journal of American Water Works Association*, p: 1164-1172, sep., 1967.

99 – STANLEY, D.R. Sand Filtration Studied with Radiotracers *Journal of the Sanitary Engineering Division*, 81:592 (1955) Proc. ASCE.

100 – SUGUIO, KENITIRO Introdução a Sedimentologia São Paulo, *Edgard Blücher, Ed. da USP*, 1973.

101 – TCHOBANOGLOUS, G. & ELIASSEN, R. Filtration of Treated Sewage Effluent *Journal of the Sanitary Engineering Division – Proceedings ASCE*, vol. 96, nº SA2, april, 1970.

102 – TCHOBANOGLOUS' G. Filtration Techniques in Tertiary Treatment *Journal Water Pollution Control Federation*, vol. 42, nº 4, april, 1970.

103 – WNEK, W.J. et alii The Role of Colloid Chemistry in Modeling Deep Bed Liquid Filtration *Chemical Engineering Science*, vol. 30, nº 9, p: 1035-1047, sept., 1975.

104 – WRIGHT, A.M.; KAVANAUGH, M.C. & PEARSON, E.A. Filtration Kinectics in Water and Wastewater *First Annual Progress Report*, University of California, Berkerley, 1970.

105 – YAO, KUAN-MU, HABIBIAN, M.T. & O'MELIA, C.R. Water and Waste Water Filtration *Environmental Science & Technology*, vol. 5, nº 11, p: 1105-1112, nov., 1971.