Análise de Sistemas Aplicada ao Planejamento de Recursos Hídricos

PROF. CARLO PANDOLFI

APRESENTAÇÃO

ENG. MARCELLO ORESTE BOGAERT
Superintendente do DAEE

O Departamento de Águas e Energia Elétrica, dando continuidade à divulgação de trabalhos elaborados *quer pelo seu corpo técnico, quer por* consultores, conferencistas e autoridades ligadas ao campo de recursos hídricos, apresenta nesta edição da Revista DAE o trabalho do **Prof. Carlo Pandolfi** intitulado "Análise de Sistemas Aplicada ao Planejamento de Recursos Hídricos".

O presente tema foi objeto de curso ministrado no D.A.E.E. pelo Prof. Pandolfi, da Universidade de Roma e consultor de renome no meio técnico italiano.

Face ao interesse despertado pelo citado curso e considerando a inexistência, em língua portuguesa, de publicação tão convenientemente didática, o D.A.E.E., julgou oportuna a publicação do presente trabalho, esperando assim, a par de suas atribuições, estar contribuindo para aprimoramento da *técnica nacional*.

A tradução e a adaptação do texto original esteve a cargo do engenheiro Christovão Módena de França Bueno, da Divisão de Planejamento Geral, da Diretoria de Planejamento.

1. O PROBLEMA

1.1 - Utilização da água para fins múltiplos

Entre os vários bens naturais que o homem utiliza para sua existência, um dos mais importantes é, sem dúvida, a água.

Aos usos mais estritamente individuais, *como para bebida, para higiene* pessoal e doméstica, para o cozimento de alimentos, para o afastamento de detritos e para a pesca, o progresso acrescentou e acrescenta ainda numerosos usos coletivos, de vários tipos. Dentre esses, mencionamos o uso da água para irrigação, o uso energético e industrial, os usos recreativos e a navegação. Convém recordar, por outro lado, que *as massas de água também influem* sensivelmente sobre o curso climático.

O surgimento de utilizações sempre novas de água, o aumento da população e aumento das exigências "per capita", fizeram com que a água se tornasse, em inúmeros países, um bem escasso, na medida que a sua disponibilidade não é tal que satisfaça integralmente as respectivas demandas.

Desse modo, é necessário que, em algumas ocasiões, um único recurso e, conseqüentemente sempre, o conjunto dos recursos seja aproveitado para um maior número de usos, com repartição conveniente entre eles, ou com o emprego sucessivo da mesma água, quando isto se torna compatível com os diversos usos.

É oportuno sublinhar o caráter distinto das várias utilizações; algumas delas são consumptivas, isto é, transformam a água em outro bem, sem repô-la, ou repondo-a apenas em parte; outras repõem-na, mas às vezes, ao longo do tempo ou distante do ponto de captação; outras, enfim, repõem-na com características diversas das originais; em um caso limite pode não haver captação de água, subsistindo somente o agravamento de sua qualidade. Ainda, os usos são diferenciados conforme os diversos requisitos que a água deve satisfazer, na medida que cada um deles impõe limitações, superiores ou inferiores, na quantidade das substâncias dissolvidas ou suspensas na água: oxigênio dissolvido, sais, substâncias sólidas em suspensão, microrganismos e várias impurezas.

1.2 - A demanda de água no espaço e no tempo

Cada utilização de água constitui uma demanda mais ou menos perfeitamente localizada no tempo e no espaço. A localização no espaço é *relativa ao local* em que se situam os usuários, os terrenos a serem irrigados, os estabelecimentos industriais a serem alimentados, os saltos passíveis de utilização energética; freqüentemente, é a disponibilidade da água que condiciona a disposição dos usos.

A demanda de água localiza-se também no tempo; algumas utilizações têm características de continuidade, enquanto que outras estão ligadas a desenvolvimentos estacionários, diários, ou mesmo periódicos. Outras, enfim, têm variabilidade casual.

A necessidade de utilizar a água nos lugares mais apropriados, geralmente distintos daqueles em que ela é dsponível, torna obrigatório o uso de obras de transporte. A necessidade de tê-la disponível em momentos conexos à demanda, e a disparidade entre esses momentos e aqueles em que a água é disponível, cria a necessidade de reservatórios; deve ser levado em conta o caráter de possível reservação da disponibilidade.

Tanto as obras de transporte, como as de armazenamento assumem dimensões bastante variáveis; as primeiras vão desde os grandes canais com vazão da ordem de centenas de metros cúbicos por segundo, às tubulações da rede de distribuição com vazão da ordem de litros por segundo; as obras de armazenamento compreendem os grandes reservatórios com capacidades que podem superar 10^9 m^3, os reservatórios para aquedutos, as caixas de compensação e os pequenos reservatórios a serviço de um único usuário. É desnecessário lembrar os reservatórios naturais, de superfície e os subterrâneos.

1.3 - A defesa contra inundações

Apesar de ser um bem indispensável à vida do homem, e à satisfação de múltiplas exigências, a água pode também acarretar graves danos.

Além da erosão do solo, que está ligada às precipitações e à expansão das águas meteóricas, a variabilidade dos fluxos de água no tempo, acarreta análoga variabilidade dos seus leitos; distingue-se quase sempre um leito de menor volume de água, de dimensões limitadas, permanentemente ocupado pela corrente, de um leito de maior volume de água, às vezes de grande extensão, ocupado por períodos relativamente breves nas ocasiões das maiores vazões.

Em particular nos trechos em vale aberto dos rios, o leito se desenvolve geralmente por amplas planícies, bastante favoráveis aos estabelecimentos humanos; é portanto inevitável que os leitos maiores sejam ocupados por estabelecimentos habitacionais, industriais e agrícolas, os quais sofrem grandes danos quando o próprio leito maior está ocupado pelas águas.

Para se evitar tais danos, providenciam-se obras de defesa, geralmente dirigidas a selecionar ou limitar a extensão do leito de cheia; em alguns casos é possível, com obras de acumulação, diminuir a magnitude das vazões mais elevadas.

O problema do controle de inundações é constituído então, pela natureza aleatória dos eventos, apenas parcialmente observados através do conhecimento de eventos passados.

1.4 - O planejamento de recursos hídricos

A necessidade de conciliar interesses distintos de vários usuários de um complexo de recursos hídricos e, ao mesmo tempo, de reduzir razoavelmente o caráter danoso coligado aos próprios recursos, impõe que a utilização dos recursos e a defesa contra as águas sejam planejadas. Em outros termos, o usuário isolado que utiliza a água no próprio interesse e segundo seus próprios critérios, gozando somente de uma autorização, deve ser substituído por uma comunidade de usuários e de interessados, que planeje os recursos, repartindo a sua utilização entre aqueles que a procuram, e protegendo os bens ameaçados, no interesse global da comunidade.

No caso mais geral, o planejamento de um complexo de recursos hídricos, auspiciosamente com as dimensões de uma bacia hidrográfica ou de várias bacias contíguas, deve responder aos seguintes requisitos:

a) estabelecer, entre as várias utilizações possíveis e requeridas da água, às vezes concorrenciais, ou mesmo incompatíveis entre si, e entre as exigências de defesa contra inundações, quais serão adotadas, e, em que medida;

b) entre as providências possíveis e idôneas que atendam às utilizações pré-escolhidas, e à satisfação das exigências de defesa, escolher quais as que atuarão, em que modalidade, e em que sucessão temporal;

c) definir quais os critérios de administração das obras executadas, de modo a permitir uma melhor satisfação global das exigências.

Paralelamente, o planejamento deve poder acertar o comportamento do sistema nas numerosas e às vezes infinitas combinações de eventos estocásticos, os quais podem caracterizar a situação do complexo de recursos.

O planejamento de um sistema de recursos, com o objetivo de alcançar a maior vantagem possível para a comunidade de usuários e interessados, é um problema cuja complexidade cresce em proporção às dimensões do sistema ao qual se refere, ao número de alternativas possíveis e de suas combinações; a procura de um sistema de utilidade máxima, e o seu controle, tornam-se, então, possíveis apenas através de procedimentos matemáticos adequadamente complexos, apoiados em uma interpretação adequada dos dados físicos e sócio-econômicos disponíveis.

1.5 - A análise de sistemas como instrumento de decisão

A escolha entre as alternativas possíveis de projeto e de gestão dos recursos, para os conjuntos de maior dimensão, pode ser utilmente executada inspirando-se na filosofia da análise de sistemas, e valendo-se das técnicas dessa análise, que serão colocadas a seguir.

O sistema, em tal filosofia, é definido como um conjunto de elementos, coligados e interagindo entre si, passíveis de serem isolados do resto do universo; este, exercerá sobre o sistema ações observáveis, quantificáveis em função do estado do próprio sistema e de outras grandezas conhecidas.

As interações entre os elementos isolados do sistema, também são quantificáveis, através de relações observadas.

A análise de sistemas pode constituir-se num instrumento de decisão extremamente útil, na medida em que pode indicar e sugerir, uma vez observados os objetivos de um plano, as medidas mais idôneas para atingir tais objetivos no mais alto grau, ou em um grau estipulado, com o mínimo custo; por outro lado, pode indicar qual seja o próprio custo, e a sua dependência das decisões aconselhadas.

É importante sublinhar que, na análise de sistemas, permanecem nitidamente separadas a definição dos objetivos, e a formulação das decisões. A escolha dos objetivos é um ato essencialmente político, enquanto que a formulação das decisões, que são conseqüências da própria escolha, implica uma análise técnico-econômica dos fatores a ela ligados e um procedimento analítico, mais ou menos complexo. Trata-se da análise técnico-econômica que o processo analítico sucessivo torna rigidamente imparcial, limitando-se a sugerir o conjunto das decisões mais idôneas, para que se atinjam os objetivos estabelecidos.

1.6 - Os algoritmos fundamentais

As técnicas da análise de sistemas, colocadas acima, comportam geralmente um número elevado de cálculos, que já excediam amplamente a capacidade humana antes do advento e difusão dos computadores; estes, tornaram possível a execução de complexos procedimentos de cálculos, onde se aplicam teorias, às vezes, conhecidas há tempos.

Os procedimentos fundamentais da análise de sistemas podem ser classificados em duas grandes famílias: os processos de otimização e os modelos digitais de simulação.

Nos processos de otimização, às vezes chamados impropriamente de "modelos matemáticos", o arranjo de um sistema vem definido por um ou mais vetores, ou por uma matriz, onde valores são atribuídos a cada uma das variáveis, chamadas variáveis de decisão. Os próprios valores estão ligados entre si por uma série de relações matemáticas, equações e inequações, denominadas restrições do sistema. Surgem outras restrições, para as próprias variáveis, a partir das ações que o mundo externo exerce sobre o sistema. Procura-se um nível ótimo de arranjo através da identificação dos valores das variáveis de decisão, que tornam máxima ou mínima uma função predeterminada dessas variáveis, a função-objetivo.

Formulando a ação-objetivo em conformidade com os objetivos predeterminados para o sistema, é possível, portanto, através do processo acima mencionado, identificar o arranjo do sistema que corresponde, da maneira mais completa possível, à satisfação dos objetivos preestabelecidos.

Na simulação emprega-se um modelo, físico, analógico, digital ou híbrido (misto de analógico e digital) que reproduz, com várias aproximações, o comportamento do sistema e as suas reações nos confrontos com fatores externos.

Em particular, nos modelos digitais de simulação, o arranjo do sistema é conhecido, e é representado pelos valores de algumas constantes fundamentais; outras variáveis definem o estado do sistema em um momento determinado, ou em uma determinada posição. O seu comportamento é representado por relações matemáticas entre os valores das variáveis de estado supramencionadas, as suas variações e os fatores externos conhecidos ou previsíveis.

O modelos de simulação não conduzem a um arranjo do sistema de nível ótimo, mas permitem o controle de seu comportamento, para todas as combinações previsíveis dos fatores capazes de agir sobre o próprio sistema.

Às vezes os modelos de simulação são empregados para a procura de soluções de nível ótimo, com tentativas sucessivas, variando-se para cada vez parte das constantes que definem o arranjo do sistema.

O emprego dos processos de otimização ou de simulação é sugerido de acordo com o tipo de sistema e com o tipo de problema que se deve defrontar; a forma das relações matemáticas que o governam, a capacidade de estocagem dos fatores externos que influem sobre o sistema, o objetivo que se deseja perseguir, de um modo geral, os problemas mais complexos, podem ser resolvidos de melhor maneira através do emprego de ambos os procedimentos, com várias modalidades que serão ilustradas detalhadamente a seguir.

2. ASPECTOS DE ESTATÍSTICA APLICADA À HIDROLOGIA

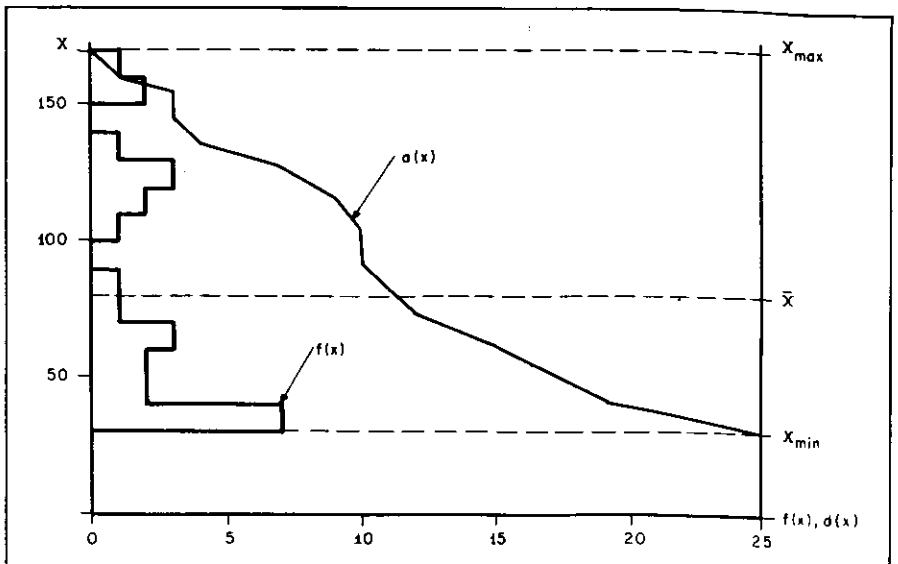
2.1 - Curvas de freqüência e de duração

Os fenômenos do ciclo natural de circulação da água sobre a crosta terrestre, estudados pela hidrologia, são governados por um conjunto de fatores, alguns dos quais estão ligados a fenômenos cíclicos regulares em parte conhecidos, tais como a rotação da terra e o seu movimento de translação, ou a fenômenos supostos e ainda em estudo, como aqueles que provocam a evolução do clima e os seus recursos plurianuais. Por outro lado, outros fatores são totalmente casuais, de modo que não se pode ter deles nenhum conhecimento prévio.

A influência dos fatores sistemáticos aumenta, à medida que se torna mais longo o intervalo de tempo referente ao fenômeno que se considera, assim, uma vazão média mensal terá distribuição mais regular que as vazões médias diárias, e uma vazão média anual terá características de maior regularidade ainda.

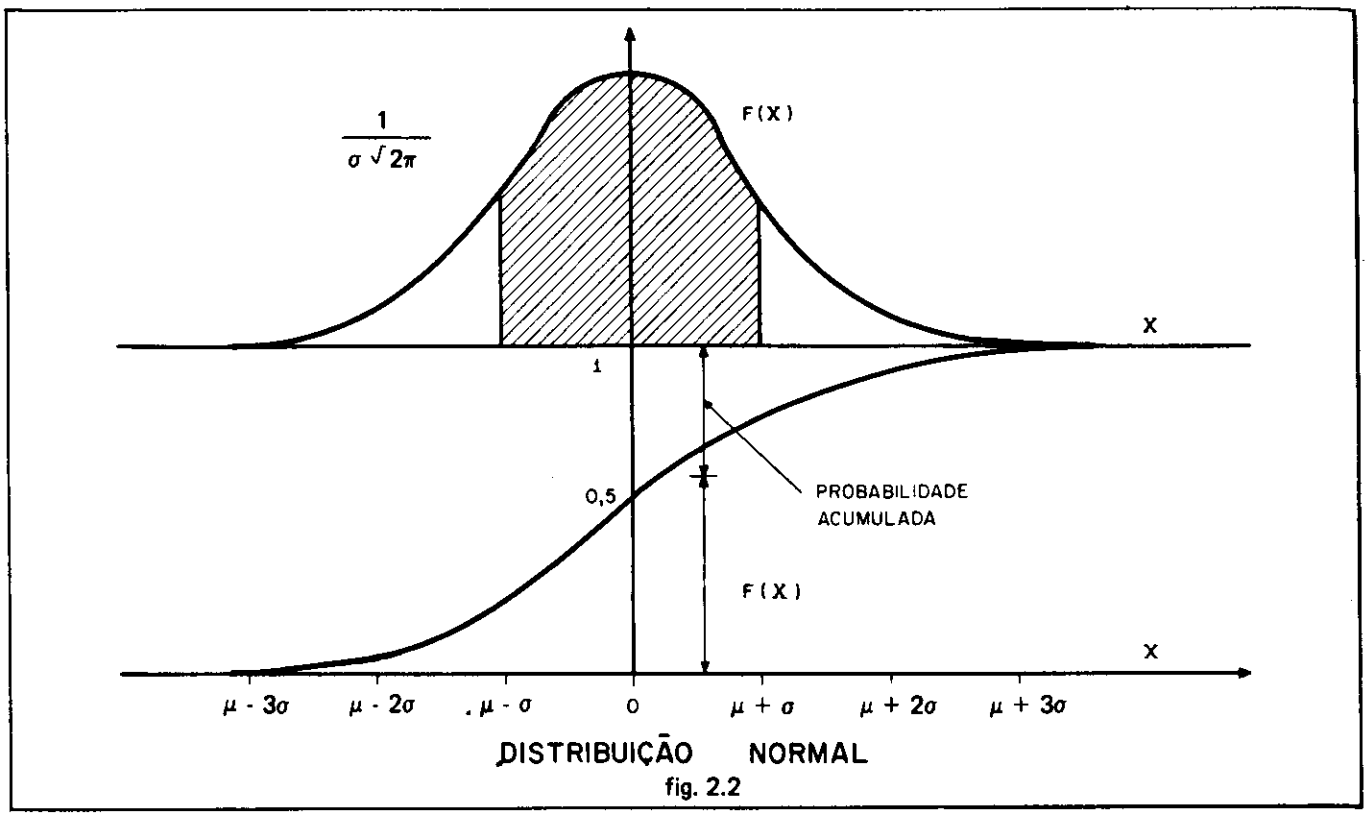
Desse modo, para representar uma grandeza intensiva, isto é, mensurável, será necessário indicar, além do valor médio das intensidades verificadas em tempos passados, o modo de distribuição dos valores efetivos em torno do valor médio. Para tal objetivo usa-se, de costume, as curvas de freqüência e de duração.

Definida uma classe de intensidade do valor de uma grandeza intensiva, por exemplo, aquela compreendida entre o valor a_i (compreendido na classe) e o valor $a_{i+1} = a_i + \triangle$ (não compreendido na classe), denomina-se freqüência da classe o número de observações, onde o valor observado está compreendido na classe; à relação da freqüência com amplitude $\triangle$ da classe dá-se o nome de densidade média de freqüência. Geralmente a curva de freqüência é dada mostrando-se a intensidade da grandeza em ordenadas, dividindo-se o intervalo de variação da intensidade em partes iguais e mostrando-se em abscissas correspondentes os valores das freqüência rela-



CURVAS DE FREQUÊNCIA E DE DURAÇÃO

fig. 2.1



DISTRIBUIÇÃO NORMAL
fig. 2.2

tivas (v. fig. 2.1). A relação da freqüência de uma classe com o número total de observações é definida como freqüência relativa.

Com referência a um certo número de observações, define-se como duração de um certo valor da intensidade de uma grandeza o número de observações em que a própria grandeza torna-se maior ou igual ao mesmo valor. Constata-se imediatamente que a duração do extremo inferior de uma classe (com referência à curva de freqüência) é a soma das freqüências das classes superiores.

O oposto da relação incremental entre a duração e a intensidade da grandeza é, para uma classe de intensidade, igual à densidade média de freqüência. Passando-se ao limite, pode-se dizer que a derivada da duração em relação à intensidade é o oposto da função contínua de densidade de freqüência.

Com as respectivas curvas de freqüência e de duração representam-se geralmente as distribuições dos valores da intensidade de um fenômeno hidrológico observado. Por exemplo, as vazões médias diárias de um curso de água, observadas em um certo número de anos, vêm expressas sinteticamente através das respectivas curvas de duração; é costume, em geral, dividir as durações pelo número de anos de observações, obtendo-se assim a curva de duração do ano "médio". Resultam imediatamente da curva de duração, os valores das vazões mínimas e máximas; por integração da área é determinável o valor da vazão média.

2.2 - Definições estatísticas: probabilidade e sua densidade

No caso de um fenômeno hidrológico, com casualidade devida em parte a fatores sistemáticos e em parte a fatores casuais, torna-se impossível prever a intensidade de uma certa grandeza em um determinado período futuro, mas é apenas possível, dar indicações sobre a distribuição probabilística da própria intensidade, decorrente do conhecimento dos eventos passados conhecidos.

Em analogia aos conceitos de freqüência relativa e da sua densidade, ambas relativas a valores observados, define-se o conceito de probabilidade e de densidade de probabilidade; mais precisamente, define-se como probabilidade da classe a relação que se supõe verificar, quando o número das observações tende ao infinito, entre o número dos valores observados que recaem na classe, e o número total de observações; densidade de probabilidade é o limite da relação entre a probabilidade e a amplitude da classe, com amplitude tendente a zero.

Para os fenômenos hidrológicos, na ausência de melhores elementos de juízo, assume-se geralmente a densidade de probabilidade como igual à densidade de freqüência dos valores observados; tal pressuposto é tanto menos arbitrário, quanto maior é o número de observações, a partir das quais se obtém a densidade de freqüência.

Em outros termos, a freqüência de uma classe de intensidade, e de modo mais geral, a função de densidade de freqüência, desde que referentes a um grande número de observações, podem ser chamadas, respectivamente, probabilidade e probabilidade de densidade "a posteriori."

Definida a função densidade de probabilidade f(a), para um intervalo de variabilidade da intensidade de uma grandeza [a], a probabilidade que o valor de [a] recaia em uma classe de intensidade compreendida inteiramente no intervalo, cujos extremos sejam a_1 e a_2 torna-se igual a $\int_{a_1}^{a_2} f(a)\, da$.

Analogamente, define-se probabilidade acumulada de um valor de uma grandeza intensiva, a probabilidade que a própria grandeza assuma valor igual ou superior. Para os fenômenos hidrológicos, assume-se como probabilidade acumulada presumida de um valor de uma grandeza intensiva, a duração do mesmo valor na série de observações, dividida pelo número total de observações.

2.3 - Distribuição casual

Apresenta bastante interesse o estudo da função densidade de probabilidade de um fenômeno ligado a fatores sistemáticos constantes e a fatores casuais. Tal estudo, conforme as hipóteses colocadas para a variabilidade do eventos casuais, e para a sua relação funcional com a grandeza observada, dá lugar a distribuições características.

Bastante conhecida é a distribuição de Laplace - Gauss; através da hipótese que a variação devida ao caso, seja a soma algébrica de um número muito grande de variáveis casuais independentes, todas com valor médio nulo e com lei simétrica em relação a zero; e supondo-se que os menores valores absolutos das variáveis sejam mais prováveis que os valores mais elevados, Gauss demonstrou que a densidade de probabilidade pode ser expressa pela função:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{(x-\mu^2)}{2\sigma^2}}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \qquad (2.1)$$

na qual μ é a média dos valores, $\mu = \frac{1}{n} \Sigma x$, e σ é o desvio padrão médio:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x-\mu)^2}{n}} \qquad (2.2)$$

Resulta daí um diagrama com forma de sino, simétrico (v. fig. 2.2) caracterizado unicamente pelo valor de σ. A ordenada máxima, para $x = \mu$, é igual a $1/\sigma \sqrt{2\pi}$; a área do diagrama relativa ao intervalo entre $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$, conforme figura vem a ser igual a 0,683; tal é, pois, a probabilidade que o valor observado recaia naquele intervalo. Analogamente, a probabilidade que o valor observado recaia entre $\mu - 2\sigma$ e $\mu + 2\sigma$ é próxima a 0,955, enquanto que sobe para 0,9974 para o intervalo de $\mu - 3\sigma$ a $\mu + 3\sigma$. O campo de distribuição é teoricamente infinito nos dois sentidos, enquanto que na prática são extremamente raros valores externos ao intervalo $\mu - 3\sigma$, $\mu + \sigma$

De forma padronizada, colocando $t = (x - \mu)/\sigma$, tem-se simplesmente:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{}} \qquad (2.3)$$

Ao lado da função de densidade f(x), desenha-se às vezes a função de repartição:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx \qquad (2.4)$$

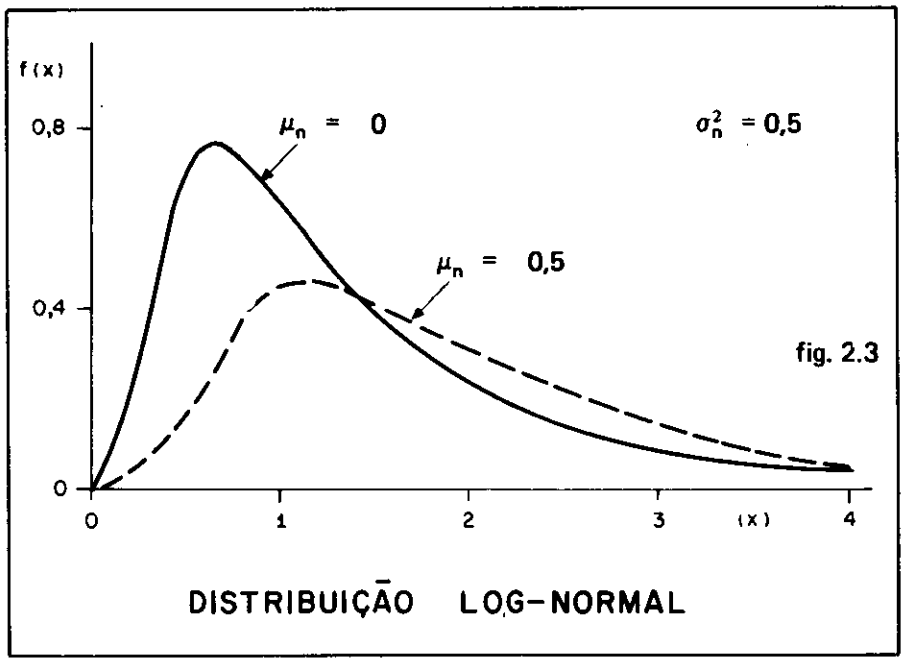


fig. 2.3

A função 1 - F(x) representa a probabilidade acumulada do valor x da variável.

Se as variáveis casuais independentes produzem uma variação semelhante ao seu produto, o resultado é uma distribuição normal para os logaritmos da grandeza resultante, e para estes últimos verifica-se distribuição log-normal expressa pela função

$$f(x) = \frac{1}{x} \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{l_n x - \mu_n}{n}\right)^2} \qquad (2.5)$$

para $x > 0$ e $f(x) = 0$ para $x \leqslant 0$; na expressão acima μ_n e σ_n são, respectivamente média e desvio padrão médio de ln x; a média e o desvio padrão médio da variável são expressos respectivamente por:

$$u = e^{\frac{\mu_n + \sigma_n^2}{2}}$$

$$\sigma_2 = \mu^2 (e^{\sigma_n^2} - 1) \qquad (2.6)$$

A função de densidade de freqüência (v. fig. 2.3) é nitidamente assimétrica, toda no campo positivo.

Apesar de ser facilitada por diagramas predeterminados, distintos pelos tipos de distribuição, a procura do mais apropriado para representar o espectro de probabilidade de um fenômeno conhecido, não obstante as constantes que aí estão presentes, deve ser considerada de competência especialística; a estatística indica os vários testes adequados.

2.4 - Os eventos raros

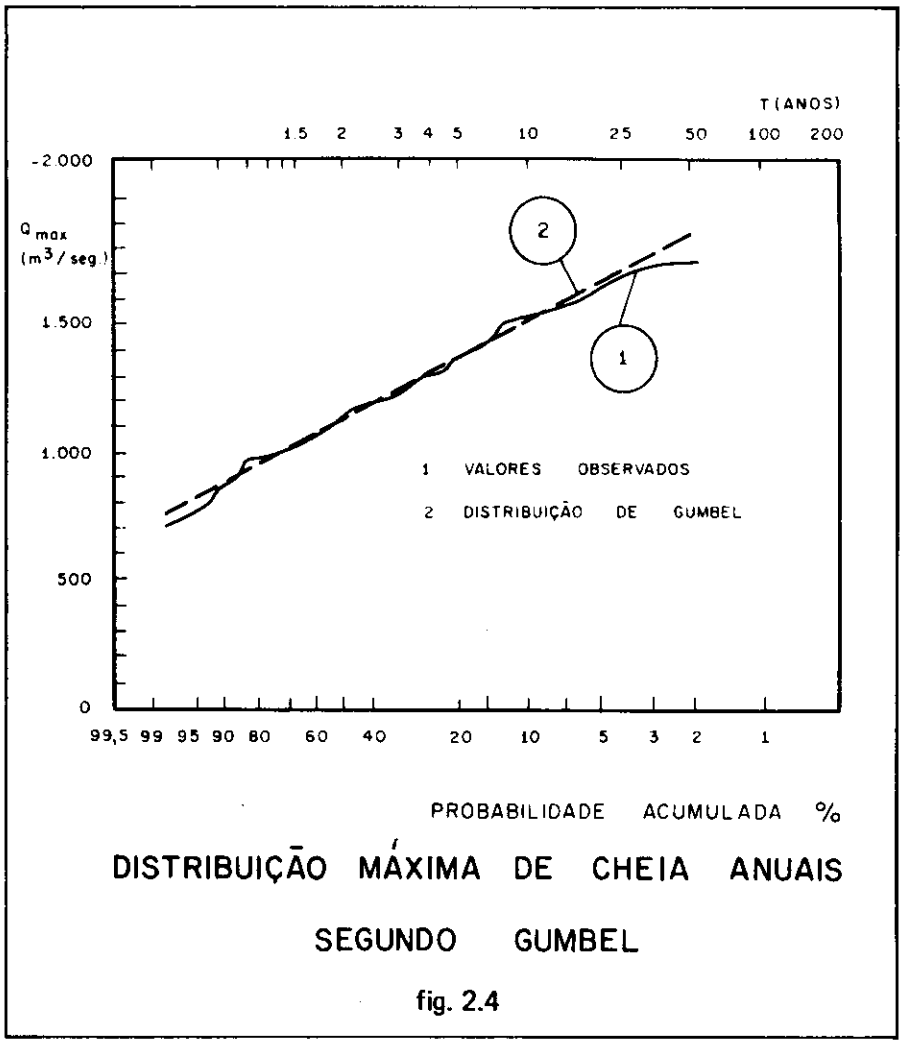
É de notável interesse em hidrologia o estudo dos maiores (e dos menores) valores de uma grandeza, por exemplo, da vazão máxima de um curso de água, em um grande intervalo de tempo. A distribuição de tais valores é quase que completamente casual, e, para tanto, foram feitos numerosos esforços para representar, com relação a esses valores, o espectro de probabilidade com distribuição analítica.

Para eventos desse tipo, tem interesse, mais do que a densidade de probabilidade, a probabilidade acumulada de um determinado valor; muito freqüentemente prefere-se exprimir em vez da probabilidade acumulada de um valor, o período de retorno, que é o inverso da probabilidade acumulada. Assim, fala-se de eventos com período de retorno de 10 - 50 - 100 anos (cheia centenária) e assim por diante; tais eventos têm, respectivamente, a probabilidade 0,1, 0,02, 0,01.

Uma distribuição que, geralmente, se presta para definir eficazmente a freqüência acumulada dos eventos raros, pelo menos para eventos com probabilidade superior a 0,05, é aquela devida a Gumbel, ou dupla exponencial; para ela tem-se:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha (x - \beta)}} \qquad (2.7)$$

A probabilidade acumulada do valor x do evento resulta igual a 1 - F(x), e o seu período de retorno, em



DISTRIBUIÇÃO MÁXIMA DE CHEIA ANUAIS SEGUNDO GUMBEL

fig. 2.4

anos igual a $\frac{1}{1 - F(x)}$.

Também para a distribuição de Gumbel existem diagramas particulares, nos quais a função é representada por uma reta (v. fig. 2.4).

2.5 - O método Monte Carlo

Verifica-se, algumas vezes, que a distribuição probabilística de uma grandeza é função de uma ou mais variáveis casuais independentes, das quais se conhece a distribuição probabilística. Em inúmeros casos, a função é demasiadamente complexa, de modo que torna-se difícil explicitá-la e extrair-lhe analogamente as leis de distribuição.

É então possível recorrer-se, de modo mais útil, ao método Monte Carlo.

Este consiste em distribuir os números inteiros, de uma série geralmente de 1 a 10.000, às classes de intensidade de uma grandeza independente, em quantidade proporcional à probabilidade da própria classe; efetuando-se um certo número de extrações entre os números inteiros acima mencionados e aplicando-se à variável, para cada extração, o valor médio da classe de onde o número foi extraído, obtém-se outros tantos valores da grandeza, resultando então uma amostra cujo espectro de probabilidade é bastante semelhante àquele do universo correspondente.

Para cada valor da grandeza calcula-se o valor correspondente da função, da qual se obtém, pois, uma amostra, mais ou menos representativa, conforme o número de extrações executadas.

Caso se trate de funções de mais variáveis, para obter um valor, será necessário executar tantas extrações quantas forem as variáveis.

O método encontra aplicação na análise de sistemas, seja por suas aplicações a sistemas hidráulicos, seja pela análise de processos econômicos em ambientes aleatórios.

2.6 - Correlações

Algumas grandezas hidrológicas podem ser total ou parcialmente, em função dos próprios fatores, sistemáticas ou casuais. Deriva disto que, essas mesmas grandezas terão caracteres probabilísticos semelhantes ou pelo menos análogos, de modo que será possível identificar uma correlação entre os diversos e respectivos valores.

Para duas grandezas correlatas X e Y, poder-se-á definir, além dos valores observados, o valor X* (Y), obtido por correlação do valor correspondente da grandeza Y. A distribuição do desvio X* - X terá um caráter probabilístico que poderá ser identificado com os métodos já aventados; em particular, o valor médio de X* - X será nulo, enquanto que o σ dará indicações sobre a ordem de grandeza da correlação.

Os caracteres probabilísticos de X e de X* serão, pois, análogos, de modo que se poderá substituir um espectro de probabilidade X por aquele de X*.

Particular interesse e dificuldade revestem as correlações entre chuvas e vazões que elas próprias dão origem, e isto tanto para breves intervalos de tempo, por exemplo o estudo e a previsão de cheias, como para tempos mais longos.

As correlações entre eventos análogos em tempos distintos tornaram-se nos últimos anos objeto de estudo particular; deve-se a Markov o estudo sistemático das correlações entre as vazões médias de períodos consecutivos. Com base em tal correlação, supõe-se que a vazão média de um determinado período seja igual à soma de uma função da grandeza análoga no período precedente e de uma variável casual com determinada distribuição probabilística. Forma-se assim uma cadeia de eventos hidrológicos, extensa deste modo, no tempo; a respectiva hidrologia passa então a ser chamada de sintética.

O valor da hidrologia sintética não consiste, evidentemente, na possibilidade de prever a grandeza de um determinado evento em um determinado período, mas sim em obter longos períodos hidrológicos, nos quais a distribuição probabilística dos eventos é a mesma da amostra histórica conhecida, sendo que, desta maneira, é maior e mais igualmente distribuída a probabilidade dos eventos excepcionais.

3. ASPECTOS DE ECONOMIA APLICADA

3.1 - Custos e benefícios

Cada projeto é idealizado com o objetivo de permitir a um grupo de pessoas a obtenção de vantagens ou

utilidades, isto é, benefícios. Por outro lado, a atuação do projeto requer o emprego de bens e materiais, requer a ocupação de terrenos, prestações de serviços, etc. provocando, então, custos.

O julgamento sobre a oportunidade de atuação de um projeto e, mais ainda, a eventual escolha entre vários projetos alternativos pode, ou antes, deveria, basear-se na análise dos custos e dos benefícios a eles ligados, e em seu balanço; segue-se daí uma avaliação desses elementos, tanto mais acurada quanto mais avançado for o estágio do planejamento.

Para os custos e, sobretudo, para os benefícios, é importante, além de sua identificação, a sua atribuição. Na verdade, faz parte dos objetivos dos projetos, não apenas a produção de utilidades, mas também a obtenção de uma melhor distribuição dos bens; conseqüentemente, tende-se a supervalorizar os benefícios quando estes sejam destinados à satisfação de exigências de amplas camadas da comunidade, em oposição àqueles benefícios que afetam apenas grupos pequenos ou particulares.

É muito importante avaliar também os tempos previsíveis de distribuição dos custos e de usufruto dos benefícios, como será melhor ilustrado no parágrafo seguinte, na medida em que o valor do dinheiro é função também do tempo em que é gasto ou ganho.

Além dos custos de construção das obras, é necessário avaliar os custos de operação, ligados à administração e manutenção das próprias obras; são geralmente indicados como custos O.M.R. (Operation, Maintenance, Replacement).

A avaliação dos custos pode, geralmente, ser conduzida com base nos preços do mercado para os bens e prestações existentes e previstos, sempre que a entidade da demanda de bens não seja tal que influa sobre os próprios preços. É também necessário ter em mente que alguns elementos do preço de um bem podem constituir, em um determinado quadro econômico, capital de giro; por exemplo, o preço do combustível empregado para a produção de energia pode ser em parte constituído por impostos que, sob esta forma, retornam à comunidade. Neste caso, os preços de mercado passam a ser substituídos por "preços sombra", depurando-os das alíquotas que não correspondem a um efetivo desembolso.

A avaliação dos benefícios apresenta, em geral, maiores dificuldades. Somente em algumas ocasiões a utilidade do projeto é constituída por bens com relação aos quais existe um mercado; em tais casos, sempre que a oferta não seja tal que altere o mercado, o benefício poderá ser avaliado através do preço. Em outras ocasiões, o preço é imposto pela autoridade para favorecer a uma determinada categoria de aquisitores, e não pode ser assumido como medida do benefício; este passa a ser aderente ao valor do bem, isto é, à vantagem que o usuário pode efetivamente tirar; este é o caso freqüente da água, cedida a preços políticos, para fins sociais e higiênicos.

Quando uma comunidade é a beneficiária do bem, e o benefício consiste no usufruto comum, às vezes gratuito, de um bem, a avaliação do bem torna-se subjetiva e incerta, estando ligada ao valor do usufruto, atribuído pelos próprios membros da comunidade. Para a avaliação do benefício, recorre-se às vezes à medida dos custos alternativos, isto é, de bens que podem ser fornecidos em substituição àquele oferecido.

Quando o benefício consiste no usufruto de um bem irrenunciável, como é, por exemplo, o uso da água potável, ou mesmo para assegurar condições higiênicas, pode-se prescindir da avaliação econômica, assumindo como imperativo a satisfação das respectivas exigências.

3.2 - O juro: atualização e amortização

Em qualquer projeto, os gastos com despesas precedem, às vezes com um intervalo considerável, o usufruto dos benefícios; segue a necessidade de ter os capitais necessários empregados por certo tempo, ou mesmo de procurar a disponibilidade de terceiros (financiamentos); em ambos os casos tem-se um custo suplementar, ligado à disponibilidade do dinheiro no tempo, que toma o nome de juro.

O juro é comensurado à natureza do capital disponível e à duração da mencionada disponibilidade; denomina-se taxa de juro a relação do juro com o capital disponível, para uma disponibilidade relativa à unidade de tempo, geralmente o ano.

Se "r" é a taxa anual de juro, para um capital C, disponível no início do ano, deverá ser restituído ao término de um ano, o capital $C\ (1 + r)$; se a restituição não ocorre, o juro se acrescenta ao capital e ao final do segundo ano deverá ser obtido o capital $C\ (1 + r)^2$; genericamente, se a restituição ocorre depois de "t" anos, deverá ser restituído o capital $C\ (1 + r)^t$. Quando o juro vem somado periodicamente ao capital é costume chamá-lo de juro composto.

O valor do dinheiro depende portanto do tempo no qual o próprio é despendido. O capital C, disponível depois de "t" anos, pode ser obtido do capital atual $C/(1 + r)^t$; este último valor recebe o nome de valor atual do capital C disponível no ano "t".

O confronto entre diversas alternativas seria, para tanto, exposto corretamente não apenas com base nos custos e nos benefícios brutos, mas com base em seus valores atuais, isto é, atualização prévia.

É de interesse a determinação da taxa de amortização, isto é, da anuidade constante, necessária para extinguir o débito de um capital C em "n" anos, a taxa de juros anual "r". Calculando para cada anuidade o valor atual, somando os próprios valores (que formam uma progressão geométrica), e exprimindo a igualdade da somatória ao capital, obtém-se o valor da taxa de amortização, que vem a ser:

$$a = C\,\frac{(1 + r)^n \cdot r}{(1 + r)^n - 1} \qquad (3.1)$$

Para a construção de uma obra de custo C, e de duração útil T_u, a anuidade de amortização, à taxa de juro "r" e para o período T_u, será calculável com a fórmula precedente, isto é:

$$a = C\,\frac{(1 + r)^{T_u} \cdot r}{(1 + r)^{T_u} - 1} \qquad (3.2)$$

Se a duração útil da obra é inferior ao tempo para o qual a obra deve funcionar, ela deverá ser renovada ao término de sua vida útil, dando lugar a uma taxa de amortização constante, para todo o período de funcionamento previsto.

Convém notar que o custo C acima indicado deve ser entendido como compreendendo os juros durante a construção da obra, ou melhor, da origem das primeiras despesas, ao início da amortização; ter-se-á, portanto, $C = C_o\ (1 - \beta)$, na qual C_o é o custo bruto de construção e β é um oportuno coeficiente que depende da taxa de juro, da duração

da construção, e da lei de gastos com despesas no curso da própria construção.

Em definitivo, a taxa de amortização para uma obra de custo bruto, com duração útil T_u, à taxa "r", vale, levando em conta os juros durante a construção:

$$a = C_o (1 - \beta) \frac{(1 + r)^{Tu} . r}{(1 + r)^{Tu} - 1} \quad (3.3)$$

Obviamente, à própria anuidade vão acrescentados os custos de administração da obra.

É claro que o valor atual de tais custos anuais é função do ano em que a obra é construída ou instalada pela primeira vez.

3.3 - O "cash-flow"; o rendimento interno

Está muito em uso, para representar o efeito econômico de uma obra ou de um sistema de obras, o seu "cash-flow", isto é, a sucessão anual das despesas e dos ganhos aos quais se presume a obra dê lugar. As despesas podem ser representadas indiferentemente aos gastos necessários à construção da obra, nos tempos respectivos, ou ao pagamento da taxa de amortização, se a obra for financiada por terceiros.

O "cash-flow" permite que se leve em conta as repercussões que a obra terá sobre os balanços da entidade que a constrói, ali compreendida a exposição total à qual a entidade deverá fazer frente no período da realização e da vida da obra.

Com frequência, associa-se ao "cash-flow", relativo a um determinado arco temporal, a taxa de rendimento interno; para um determinado "cash-flow", limitado no tempo, define-se como taxa de rendimento interno aquele valor de taxa de juro que, aplicado aos custos e aos benefícios de anos singulares, torna nula a soma dos seus valores atuais.

O rendimento interno de uma obra ou de um grupo de obras é um índice importante de sua eficiência financeira, de modo mesmo a constituir o critério de avaliação de escolha entre vários projetos alternativos.

3.4 - A avaliação econômica do risco

As decisões que são adotadas na gestão dos recursos hidráulicos, seja em fase de planejamento, seja em fase de operação podem comportar riscos; isto requer uma avaliação dos mesmos sobretudo em caso de escolha entre soluções alternativas, cujos riscos são possíveis em diversos graus.

A avaliação econômica das conseqüências de um evento aleatório danoso (os mesmos argumentos valeriam para avaliar um evento bem sucedido), requer o conhecimento de dois elementos: a distribuição da probabilidade da intensidade do evento, e a lei de variação do prejuízo potencial do evento em função de sua intensidade.

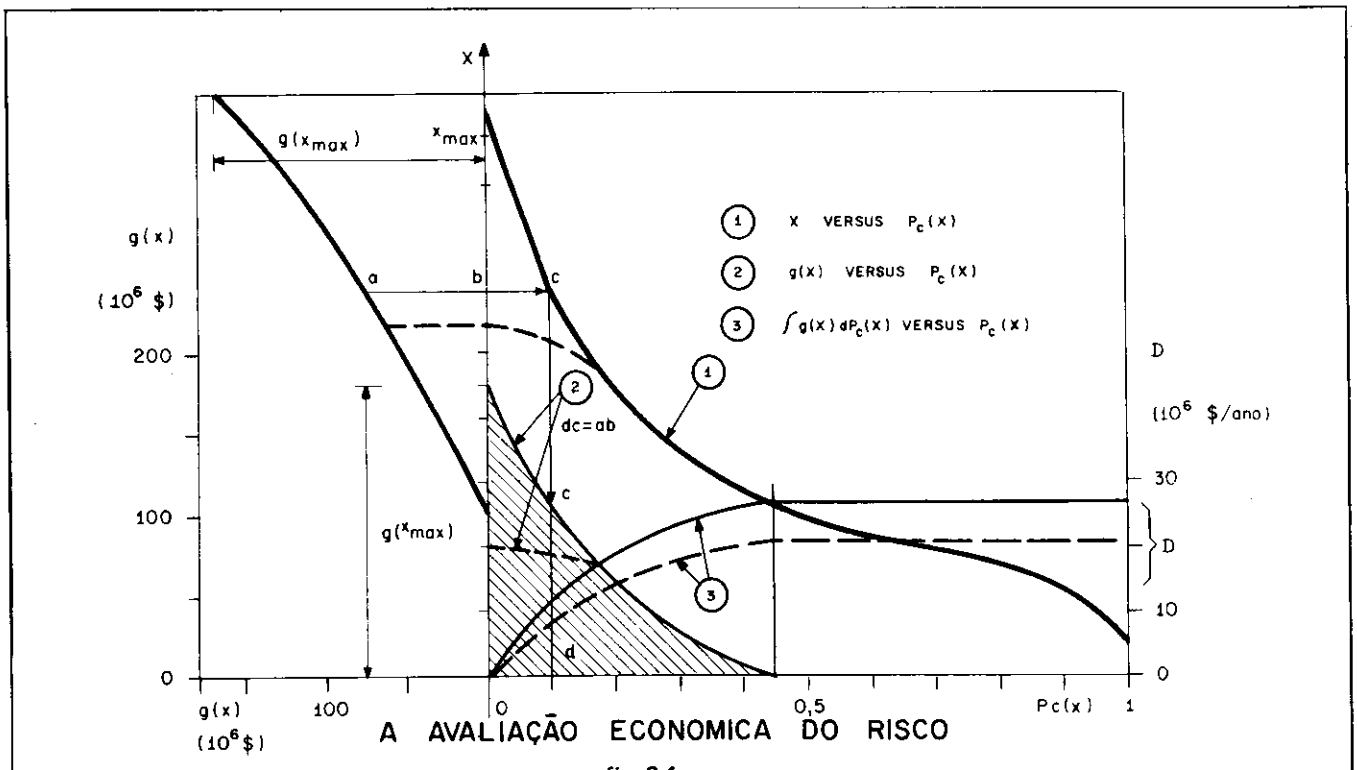
Supõe-se que se opere em um período bastante longo de tempo, tal que a distribuição de freqüência de um evento danoso seja muito próxima, ou possa até mesmo ser considerada igual, àquela da probabilidade, e que os danos venham repartidos, através de um mecanismo de compensação, em anuidades constantes para o período inteiro, sem juros.

Com as premissas de que se tem conhecimento acima, a freqüência em "n" anos, de um evento danoso com intensidade compreendida entre x^* e $x^* - dx$, será $nf(x^*)\,dx$, (onde $f(x^*)$ é a respectiva função da densidade de probabilidade, por ano); o dano relativo, chamando-se $g(x)$ ao dano produzido por um evento de intensidade x, valerá $g(x^*)n\,f(x^*)\,dx$, que corresponderá a uma anuidade constante igual a $g(x^*)\,f(x^*)\,dx$. Recordando (v. 2.3) que $f(x)\,dx = dF(x)$, e que $1 - F(x)$ representa a probabilidade acumulada $P_c(x)$, do valor x, a mesma anuidade pode então ser escrita $g(x^*) \mid dP_c(x) \mid$; o dano conjunto será então expresso pela fórmula:

$$D = {}_o\int^1 g(x) \mid dP_c(x) \mid \quad (3.4)$$

no qual a integral poderá ser limitada ao intervalo para o qual $g(x) \neq 0$.

Com um simples procedimento gráfico (v. fig. 3.1) pode-se construir a curva $g(x)$ em função de $P_c(x)$,



A AVALIAÇÃO ECONOMICA DO RISCO

fig. 3.1

sendo que a área compreendida nela representa o dano conexo ao evento correspondente.

Nessa mesma figura é também representada a linha integral da função mencionada e, com linha pontilhada, as modificações que se seguem a uma providência que varie a distribuição de probabilidade da intensidade do evento danoso. Analogamente, poderiam ser avaliadas as conseqüências de uma variação na função, g (x), do grau de danos do evento.

É necessário advertir que a avaliação do risco em termos econômicos somente é possível quando o grau máximo de dano do evento permanece inferior a um limite correspondente à sua tolerância; se tal limite é superado, o grau do dano do evento particular não é mais expresso pela natureza material do dano, e deve ser considerado infinito. Isto corresponde à atitude de quem prefere suportar um dano certo e modesto, em vez de um dano elevado de baixa probabilidade, mesmo se o valor médio provável deste último for inferior ao do primeiro.

4. A OTIMIZAÇÃO

4.1 - Delimitação do sistema

Os procedimentos de otimização estão voltados à determinação do melhor arranjo do sistema, para um específico nível ótimo, em relação às condições intrínsecas do sistema e às decorrentes das interações do mesmo com o resto do universo.

Uma primeira necessidade é a delimitação do sistema, não apenas como um complexo de elementos físicos e topográficos, mas também sob ponto de vista econômico, ou seja, a especificação dos beneficiários da operação, isto é, das entidades ou grupos em cujo interesse se procura a solução ótima.

A delimitação física e topográfica do sistema coloca em evidência as suas relações com o resto do universo e sugere as relações mais oportunas para representá-las. Como exemplo, nos sistemas hídricos, é essencial a inclusão das águas subterrâneas; se incluídas, o processo de otimização deverá observar os intercâmbios entre superfície e subsolo, as leis que os regulam, a capacidade de armazenamento e a transmissibilidade do aqüífero; se excluídas, então os movimentos das águas subterrâneas e as perdas por infiltração, serão função, das variáveis que caracterizam o estado das águas superficiais, e também das variáveis "exógenas" externas ao sistema e não influenciadas pelas respectivas escolhas.

As especificações dos beneficiários influencia a determinação dos benefícios, como já mencionado (v. 3.1). Para uma companhia elétrica o benefício derivante da produção de energia elétrica será comensurado ao respectivo preço unitário, livre de taxas e de impostos; para um produtor-consumidor de energia elétrica, o benefício poderá ser comensurado ao preço que deveria pagar para adquiri-la de terceiros, compreendendo, pois, taxas e impostos.

O benefício da água de irrigação, para uma entidade que tenha a previsão de distribuí-la, é comensurado ao preço de cessão; se, ao contrário, a entidade é um consórcio de usuários, o benefício é comensurado à soma das utilidades marginais que podem existir, obviamente superior ao preço que estariam dispostos a pagar a um terceiro.

Também os custos podem ser influenciados pela especificação dos beneficiários. A título de exemplo pode-se citar as contribuições que às vezes são concedidas para a realização de uma determinada obra; tais contribuições vêm subtraídas dos custos, se os beneficiários são privados, enquanto não o devem ser quando de uma iniciativa pública.

4.2 - As variáveis de decisão

Ao final do processo de otimização, configuração do sistema é especificada por um grupo, ou vetor, de valores de outras tantas variáveis, que são chamadas de decisão, enquanto que a decisão sobre o arranjo do sistema é constituída pela atribuição de valores às próprias variáveis.

Algumas variáveis de decisão são relativas às características permanentes do sistema, e, portanto, às grandezas que caracterizam as obras que devem ser construídas: capacidade útil dos reservatórios, vazão máxima das obras de transporte, potência das usinas, extensão das áreas irrigáveis. São variáveis essencialmente positivas, às vezes completamente livres, às vezes limitadas inferior e superiormente.

Outras variáveis dizem respeito à gestão; compreendem, com referência a determinados períodos, os volumes liberados pelos reservatórios, as quantidades tratadas nas estações, as quantidades derivadas para irrigação e, assim por diante; geralmente serão positivas ou nulas, mas não está excluído que algumas possam assumir valores negativos.

Em alguns processos particulares, um certo grupo de variáveis pode respeitar o tempo de construção, ou o de entrada em exercício das obras do sistema; são as variáveis conexas ao "timing" dos investimentos.

Algumas variáveis se revestem de particular importância, uma vez que se impõe que assumam somente valores inteiros; freqüentemente se tratam de variáveis booleanas, para as quais os únicos valores são 0 e 1, admitindo-se que representem uma escolha entre duas decisões alternativas e incompatíveis, como, por exemplo, a construção de pelo menos uma obra, ou a tomada de pelo menos uma providência.

4.3 - As restrições

As interações de vários gêneros de variáveis de decisão entre si e com o mundo externo se traduzem por relações matemáticas, equações ou inequações, que constituem restrições ao processo de otimização.

As restrições físicas são expressas por leis físicas que governam o fenômeno, como as leis da evaporação, a conservação da energia; outras restrições são constituídas por limitações nas dimensões fundamentais de algumas obras, provenientes de considerações morfológicas ou geológicas; outras restrições ainda pela complementação ou pela incompatibilidade de obras diversas.

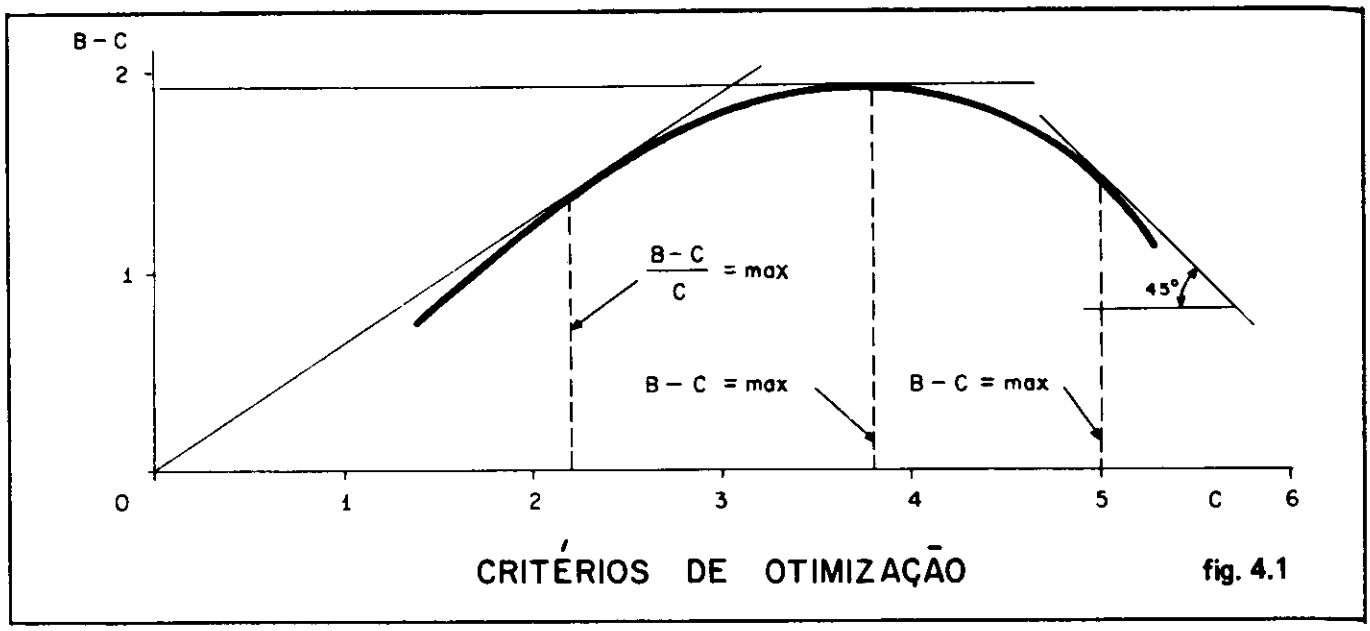
A imposição de níveis mínimos para algumas utilidades, como o fornecimento da água para abastecimento, a obtenção de padrões de qualidade da água, a extensão das áreas irrigadas, dá lugar a restrições de caráter social.

Restrições econômicas são aquelas que ligam a quantidade de água fornecida aos usuários com os bens e a utilidade dessas mesmas quantidades disponíveis.

Enfim, restrições financeiras são aquelas às vezes impostas por limitações na despesa conjunta para a realização do sistema.

4.4 - A função-objetivo

Função-objetivo de um processo de otimização é a função, geralmente de tipo econômico, das variáveis de decisão, que exprime numericamente o maior ou menor grau em que foram atingidos os objetivos previamente definidos.



CRITÉRIOS DE OTIMIZAÇÃO fig. 4.1

A escolha da função-objetivo, é pois, ligada fundamentalmente aos objetivos, às vezes físicos, ou mais freqüentemente, econômicos, que foram indicados para o sistema.

Um caso extremamente simples é aquele no qual o sistema deve satisfazer, em níveis prefixados, exigências definidas; a solução ótima é aquela que comporta o mínimo custo e, consequentemente, a função-objetivo, a ser minimizada, será o custo conjunto.

Por outro lado, se for prefixada a despesa que é possível sustentar, a função-objetivo a ser maximizada, neste caso, será o benefício subtraível; este será expresso em termos monetários, ou, caso se trate de um só tipo de utilidade, também em termos físicos.

Nos casos mais complexos, a determinação da função-objetivo requer uma análise preliminar do critério de otimização; entre os critérios mais freqüentemente adotados recordamos a maximização, da diferença (B — C) entre benefícios e custos, da relação (B — C)/C, e da taxa de rendimento interno, já definida (v. 3.3); valores atuais podem substituir respectivamente os benefícios e os custos (v. 3.2), como ocorre usualmente nos problemas de otimização de "timing" dos investimentos. Às vezes, o algoritmo empregado para a otimização vincula a escolha do critério de nível ótimo.

É importante notar que a cada critério de otimização correspondem escolhas diversas; a título de exemplo, se as soluções possíveis formam uma simples infinidade, admitindo-se o custo como parâmetro (v. fig. 4.1) as soluções relativas ao máximo de B — C e ao máximo de (B — C)/C diferem sensivelmente. Na Figura 4.1 é apresentada também a solução relativa ao máximo de B (na hipótese que sejam iguais as escalas das abcissas e das ordenadas).

4.5 - Os algoritmos

O algoritmo mais difundido para os processos de otimização é a programação linear; esta deve seu nome ao fato de que as restrições são relações lineares entre variáveis de decisão, e a função-objetivo é linear nas próprias variáveis.

A programação linear deve a sua difusão à existência de um método de resolução, o método simplex que se prestou para a tradução em programas para o cálculo automático; tais programas existem hoje nas bibliotecas de todos os tipos de calculador disponíveis no mercado.

A programação linear será analisada mais detalhadamente no próximo capítulo 5.

Foram localizados, do ponto de vista matemático, problemas nos quais a função-objetivo não é linear nas variáveis de decisão, ou, quando a função-objetivo é linear, e não o são alguns das restrições; a resolução de tais problemas é possível, sobretudo em casos simples.

Quando são as restrições, e não a função-objetivo, que têm forma não linear, pode ser tentada a otimização com métodos de inspiração geométrica, que, entretanto, não garantem que a solução encontrada represente a ótima em sentido absoluto.

Um outro tipo de algoritmo, que encontra também algumas aplicações, e sobre o qual serão fornecidos aspectos mais amplos, é a programação dinâmica; tal algoritmo reflete a sucessão de várias escolhas, no tempo e no espaço, para cada uma das quais prescinde-se completamente dos eventos passados, e tem-se em conta somente o estado atual do sistema e dos possíveis eventos futuros.

Na prática, a otimização de sistemas hídricos é solucionada resolvendo-se problemas de programação linear; para alguns problemas de gestão ou de "timing", a programação dinâmica pode ser utilmente empregada.

5. A PROGRAMAÇÃO LINEAR

5.1 - A conotação matemática

A formulação de um processo de programação linear é ligeiramente mais restritiva do que aquela mais geral dos processos de otimização.

Ela pode ser expressa do seguinte modo: dado um sistema cujo arranjo é determinado por n variáveis com as quais criam-se m relações lineares (das quais d são as inequações e e são equações), encontrar o vetor de n componentes que torna máxima (ou mínima) uma função prefixada, linear, nas próprias variáveis. Em termos matemáticos, haverá n variáveis, x_i ($i = 1 \div n$) entre as quais subsistem d inequações lineares de um dos tipos:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i \geqslant k_j \qquad (j = 1 \div d) \qquad (5.1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i \leqslant k_j$$

e equações, também lineares

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_i = k_j \quad (j = d + 1 \div m) \qquad (5.2)$$

devendo tornar máxima (ou mínima) a função (objetivo):

$$F = \sum_{i=1}^{n} b_i x_i \qquad 5.3)$$

Nas formulações correntes aceita-se também a condição de que as variáveis de decisão não sejam negativas; isto introduz n inequações ulteriores do tipo $x_i \geqslant 0$.

5.2 - Os graus de liberdade

Introduzindo variáveis fictícias ("slack variables") em número de d é possível transformar as inequações do tipo $\Sigma\, a_{ij}x_i \geqslant k_j$ em outras tantas equações do tipo $x_{fj} = \Sigma a_{ij}v_i - k_j$ ligadas cada uma à inequação $x_{fj} \geqslant 0$, e as inequações do tipo $\Sigma\, a_{ij}x_i \leqslant k_j$ em equações do tipo $x_{fj} = k_j - \Sigma\, a_{ij}x_i$, ligadas à mesma inequação.

Em definitivo, com a introdução das variáveis fictícias obtém-se um sistema transformado, com n + d variáveis, entre as quais subsistem m (= d + e) equações: a matriz dos coeficientes das equações tem, pois, m linhas e n + d = m + g colunas.

O sistema teria, portanto, g = n + d − m = n − e graus de liberdade; porém, está sujeito também a n + d condições de não negatividade das variáveis reais (n) e fictícias (d).

Os graus de liberdade do sistema são, pois, teóricos, o que será melhor esclarecido no capítulo seguinte.

5.3 - A representação geométrica: o domínio da factibilidade

As soluções do sistema de equações transformado, prescindindo momentaneamente das condições de não negatividade, são em número de ∞^g e podem ser representadas pelos pontos de um hiperespaço com g dimensões, assumindo ao arbítrio, g das (n + d) variáveis como independentes. Em tal hiperespaço as condições de não negatividade das variáveis independentes são representadas por planos coordenados (os semi-hiperespaços nos quais as condições satisfeitas são aquelas na direção positiva do respectivo eixo), e por condições de outras variáveis de outros hiperplanos (cada um dos

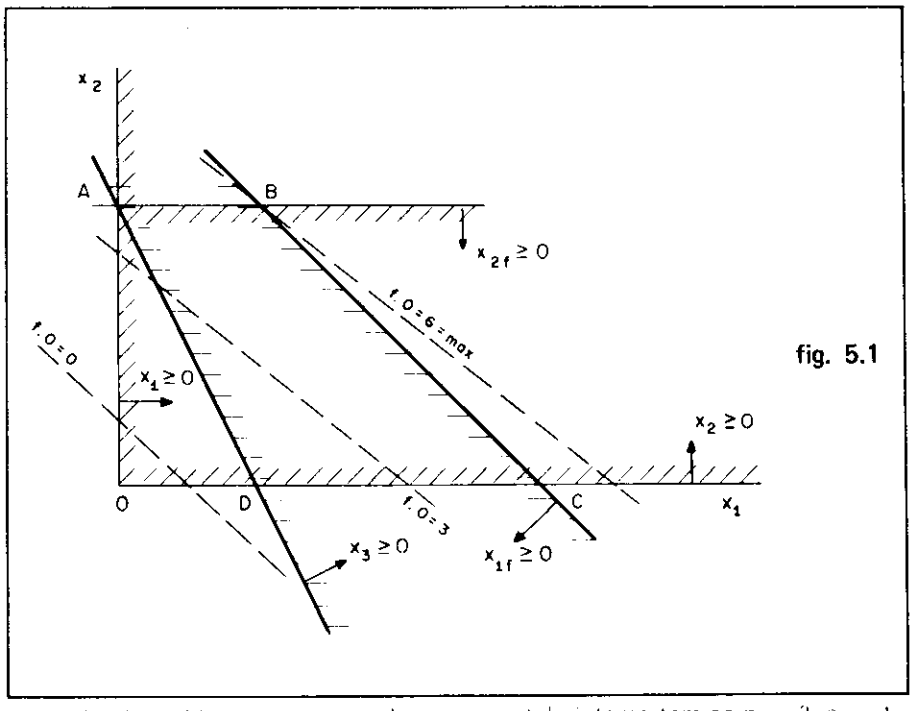


fig. 5.1

quais divide o hiperespaço em duas regiões, em uma das quais a condição é satisfeita, isto é, a respectiva variável não é negativa), inclusive o hiperplano no qual a respectiva variável é nula.

Se existe uma região cujos pontos se colocam na mesma parte de todos os hiperplanos acima descritos, inclusive aqueles coordenados, existirão soluções que satisfarão a todas as condições do sistema, compreendida a não negatividade de todas as variáveis reais e fictícias; se tal região não existe, não existe nenhum vetor com (n + d) componentes que satisfaça inteiramente as condições do sistema, que, portanto, não há soluções (infactibilidade).

A mencionada região, ou domínio da factibilidade, pode ser limitada (politopo) ou ilimitada; neste segundo caso, a solução de nível ótimo poderia corresponder a valores infinitos de uma ou mais variáveis. Por outro lado, impondo limites superiores aos campos de variabilidade é possível, com relativa facilidade, evitar tal hipótese.

Um exemplo extremamente simples poderá esclarecer melhor os conceitos expostos.

Deve tornar-se máxima a função-objetivo:

$$x_1 + 2x_2 + 0{,}5x_3 \qquad (5.4)$$

sob as condições

$$x_1 + x_2 \leqslant 3$$

$$x_2 \leqslant 2$$

$$x_3 = 2x_1 + x_2 - 2 \qquad (5.5)$$

para tal sistema tem-se n − 3, e 1, d = 2, m = 3, g = n − e = 2; as soluções do sistema são pois representáveis com i pontos de um plano; introduzindo as variáveis fictícias x_{1f} e x_{2f} obtém-se um sistema de três equações:

$$x_3 = 2x_1 + x_2 - 2$$

$$x_{1f} = 3 - x_1 - x_2$$

$$x_{2f} = 2 - x_2 \qquad (5.6)$$

entre as cinco variáveis: x_1, x_2, x_3, x_{1f}, x_{2f}; sujeitas todas à condição de não negatividade.

Assumindo (arbitrariamente) x_1 e x_2 como independentes, as condições de não negatividade das variáveis são representadas pelos eixos coordenados, e pelas três linhas retas da figura; o próprio politopo de possibilidade existe e é limitado (quadrilátero A B C D) (v. fig. 5.1).

É imediata a observação de que mudando o sinal na primeira inequação, o politopo se tornaria ilimitado, enquanto que mudando também o sinal da equação, o mesmo não existiria e nenhuma solução seria possível.

5.4 - As soluções básicas

O método mais empregado para a solução dos problemas de programação linear (método simplex) baseia-se na observação de que, para a linearidade da função-objetivo nas variáveis independentes, os hiperplanos (no exemplo, as retas) correspondentes às equações f.o. = constante, para os diversos valores da

mesma constante, são paralelos entre si.

Decorre daí a constatação de que, no interior do politopo o valor máximo da função-objetivo será obtido em um vértice ou sobre vários pontos entre os quais se acha pelo menos um vértice (na figura isto é obtido no vértice B).

Os vértices do politopo são distintos do fato de que a eles concorrem pelo menos g hiperplanos correspondentes às condições de nulidade de outras tantas variáveis reais ou fictícias: portanto, a solução de nível ótimo (ou ao menos uma das soluções "ótimas") é caracterizada pelo valor nulo de pelo menos g variáveis entre reais e fictícias.

As soluções que satisfazem tais condições são chamadas "básicas", e se denomina "base" ao conjunto das variáveis não nulas correspondentes. As soluções básicas, possíveis ao menos, são, obviamente, em

número de $\left(\frac{n + d}{g}\right)$.

Pelo que se observa, a solução "ótima" deve ser procurada entre as soluções básicas possíveis, isto é, pertencentes ao politopo.

Convém observar que o sistema de equações transformado tem g graus teóricos de liberdade, e, portanto, a imposição de g condições torna-o determinado; suprimindo-se g colunas relativas às variáveis nulas, a matriz dos seus coeficientes torna-o determinado; suprimindo-se g colunas relativas às variáveis nulas, a matriz dos seus coeficientes torna-se quadrada (m x m) e a sua solução é única, possível pelo menos, conforme o fato de que os valores das m variáveis sejam todos $\geqslant 0$ ou não.

5.5 - O método simplex

O método simplex é constituído por duas fases. Na primeira analisam-se as soluções básicas até que se obtenha entre elas uma possível (factível), isto é, que todas as variáveis não nulas (a base) sejam não negativas.

Na segunda fase substitui-se, através de tentativas e segundo critérios lógicos, uma variável da base, por uma externa a essa, controlando depois de cada substituição se a nova solução permanece ou não no politopo, e aceitando-a somente quando se obtém um melhoramento da função objetivo, com respeito à solução precedente.

Quando todas as possíveis substituições de variáveis na base provocam pioramentos ou pelo menos não comportam melhoramentos na função-objetivo, a solução considerada é de nível ótimo.

Todos os tipos de computador têm em repertório um programa automático que, com diversas modalidades de "input", procura automaticamente a solução de nível ótimo.

O tempo de cálculo depende obviamente, para cada tipo de computador, do número de linhas e da densidade de matriz.

5.6 - As variáveis especiais

Em alguns programas de cálculo pode-se inserir um grupo de variáveis especiais, ditas separáveis, dispostas em progressão fixa, e tais que em cada solução somente uma dentre elas pode assumir valor intermediário entre 0 e 1, enquanto que todas as precedentes assumem valor nulo, e todas as seguintes assumem valor próximo a 1.

Outros tipos de variável são as variáveis inteiras, que podem, então, assumir apenas valores inteiros. Particularmente úteis são as variáveis ditas booleanas que podem assumir somente os valores 0 e 1 (v. 4.2).

O emprego das variáveis separáveis ou das inteiras permite aumentar consideravelmente a potência do politopo como poderá ser melhor visto a seguir; o mesmo emprego implica, por outro lado, consideráveis aumentos dos tempos de cálculo. Além disso, as aplicações até agora executadas com sucesso dizem respeito a problemas com limitado número de variáveis especiais.

5.7 - Os valores duais — a parametrização

Geralmente os programas de cálculos disponíveis para os vários tipos de calculador compreendem o cálculo e a fixação dos chamados valores duais, também denominados custos reduzidos das variáveis de decisão.

Tais valores duais são nulos quando o valor adotado para a respectiva variável de decisão está compreendido entre os limites impostos, enquanto são diferentes de zero, quando as variáveis assumem valores ao extremo do campo de variabilidade admitido.

O significado dos valores duais é de derivação parcial da função-objetivo em relação ao limite imposto à variável de decisão; em outros termos, eles representam o maior valor da função-objetivo para um incremento unitário da variável de decisão considerada, além do limite imposto, ou mesmo para a variação desse próprio limite. A importância dos valores duais consiste na possibilidade de perceber diretamente reflexos econômicos de uma variação nas restrições relativas à limitação do campo de variabilidade das variáveis de decisão; eles portanto sugerem a oportunidade de ao menos reexaminar o chamado limite de variabilidade.

Convém notar que a validade dos valores duais é geralmente limitada a uma modesta proximidade dos limites mencionados; para variações sensíveis dos mesmos, pode haver a intervenção de outras restrições que venham a modificar o valor dual e correlatamente a variabilidade da função-objetivo com o limite considerado.

Um outro importante instrumento de análise é a parametrização. Com tal instrumento podem ser variados sistematicamente, em um campo predeterminado, um ou mais coeficientes das equações e das inequações que constituem as restrições.

A parametrização permite em definitivo perceber reflexos econômicos do valor dos coeficientes interessados, e da restrição que eles representam.

6. A OTIMIZAÇÃO DOS SISTEMAS HIDRÁULICOS

6.1 - A esquematização

Para se executar um procedimento de otimização de uma bacia hidrográfica é necessário, em primeiro lugar, esquematizar o curso de água, especificando, além dos entroncamentos da rede hidrográfica, algumas secções características; em presença de reservatórios, será tomada como secção característica aquela da barragem; em presença de derivações importantes, se tomará, como já é de praxe, uma secção imediatamente a jusante das mesmas.

As secções características individualizam troncos fluviais supostos sem armazenamento e para cada um dos quais serão reagrupados todos os afluxos a eles pertinentes, isto é, aqueles que atingem o rio sem atravessar as secções características a montante do tronco.

As usinas hidroelétricas também são consideradas nas esquematizações, para as quais será necessário

evidenciar em alguns casos, o desvio de restituição, ou quando de fio de água, evidenciar a possibilidade de "by-pass".

6.2 - O período base e o arco temporal

Para a variabilidade dos afluxos e dos consumos, que geralmente se repetem com periodicidade anual, o procedimento de otimização deve abraçar um arco temporal, anual ou plurianual, oportunamente dividido em períodos, geralmente iguais entre si.

O número completo de períodos encontra um limite na capacidade do algoritmo; este é portanto mais restritivo para calculadores de dimensões mais modestas ou para sistemas hidráulicos complexos. Em geral se pode aceitar um número de períodos que não seja superior a 24; isto corresponde a um arco temporal anual dividido em quinzenas, ou bienal, dividido em meses, ou mais extenso, com divisões de acordo com as estações; freqüentemente, por motivos óbvios, a execução do processo sobre um arco temporal anual, é dividida em 12 períodos mensais.

O arco temporal é localizado no âmbito da duração do projeto. Como norma, usa-se fazer referência ao início do período de "cruzeiro", isto é, o período em que as obras são ultimadas e que o fluxo dos benefícios delas derivantes é constante. Tal posição, evidentemente, não leva em conta a diferenciação dos custos e dos benefícios em relação ao seu diferimento no tempo, e, eventualmente à menor demanda dos bens em relação à disponibilidade.

Caso não se evidencie suficientemente realista a hipótese acima, é possível recorrer, compativelmente com os meios de cálculos à disposição e com o número das variáveis em jogo, a uma programação multifase, ou a um sucessivo processo de otimização do "timing", obviamente levando em conta a variabilidade dos consumos.

6.3 - Os dados hidrológicos

Um problema importante diz respeito à escolha do arco temporal hidrológico, de modo que o mesmo se torne representativo; obviamente tal escolha reflete o tipo de utilização que se pretende (irrigação, hidroelétrica, mista, etc.). Será, portanto, conveniente evitar a adoção de valores médios mensais, que notoriamente alteram a variabilidade no tempo dos efluentes; seria preferível, de um modo geral, assumir um período de um ano ou um período histórico total com efluentes próximos dos valores médios.

Caso haja interesse em várias estações de medida, tais conceitos devem se referir à estação mais representativa da bacia.

Para cada período elementar compreendido no arco temporal hidrológico pré-escolhido deverão ser avaliados os afluxos hidrológicos próprios de cada tronco do esquema, como já indicado em 6.1.

Se o sistema se refere somente às águas superficiais, os afluxos deverão compreender as contribuições das nascentes que atingem o rio no tronco considerado, tomando-as como exógenas, isto é, independentes das características do sistema, e deverão, por outro lado, ser deduzidas as infiltrações em direção ao solo; estas últimas poderão, ou não, ser função de algumas condições do tronco.

Geralmente os afluxos próprios de cada tronco poderão ser obtidos, na ausência de retiradas e de contribuições artificais, pelo diferença entre os valores dos efluentes no extremo a jusante, e aqueles de montante. Se estas secções não coincidem com estações de medição poder-se-á estabelecer correlações com os efluentes das estações mais próximas.

Se o sistema compreende também, ou somente, as águas subterrâneas, o aqüífero deverá ser dividido em zonas, de planos verticais, e às vezes de planos horizontais; as leis que regulam as trocas de água entre as várias zonas, e entre essas e a superfície, deverão ser pesquisadas e traduzidas em oportunas equações; do mesmo modo deverão ser avaliadas as trocas de água com aqüíferos externos à bacia.

6.4 - As variáveis de decisão de projeto e de operação

Como já mencionado, os possíveis arranjos de um sistema são especificados pelo vetor de valores atribuídos a certas variáveis, chamadas de decisão. Para um sistema hidráulico, no qual os valores dos afluxos, das vazões, dos níveis, dos parâmetros de qualidade da água, variam, em parte ciclicamente no tempo, parte das variáveis de decisão, ditas variáveis de projeto, dizem respeito às grandezas características de obras, enquanto que outras, que chamaremos de operação, dizem respeito aos valores, em cada período elementar, das grandezas hidráulicas controláveis.

Serão assumidas como variáveis de projeto as grandezas funcionais características das obras. Para os reservatórios se assumirá a capacidade útil, isto é, o volume compreendido entre os níveis máximo e mínimo de operação (se o reservatório é destinado, total ou parcialmente, ao amortecimento das cheias, será tomado como nível máximo aquele correspondente à altura máxima da lâmina aflorante). Para as obras de transporte, será tomada como variável de decisão, uma dimensão característica (diâmetro, secção transversal) ou o valor da vazão máxima. Para as usinas hidroelétricas poderá ser assumida indiferentemente a potência instalada ou a vazão máxima derivável, sempre com referência a um determinado valor do desnível. Para as usinas de tratamento se poderá assumir como variável de decisão, o grau de tratamento, mantendo fixa a vazão tratada ou vice-versa. Para as utilizações em irrigação se assume geralmente a extensão das respectivas áreas compreendidas por ela. Para os aquedutos, civis e industriais, é assumida, normalmente, a vazão; às vezes a população servida ou o volume de produção.

A cada obra se associam às vezes duas variáveis, adequadamente coligadas, uma das quais inteira ou booleana, exprime a existência da obra, enquanto a outra fixa-lhe, no caso de existência, a dimensão característica.

As variáveis de operação dizem respeito aos valores das grandezas contábeis isto é, dos volumes liberados pelos reservatórios, daqueles derivados ou tratados que devem ser referidos a cada período base no qual esteja delineado o arco temporal pré-escolhido. As próprias variáveis são independentes e cada uma representa uma decisão do administrador do sistema. Outras variáveis de operação, como as vazões dos trechos a jusante das contribuições ou das retiradas e os volumes dos reservatórios, são determinadas, período por período, pelos valores das variáveis independentes, através de relações adequadas; as mesmas, por esse motivo, não são independentes e não representam um grau de liberdade do sistema.

6.5 - As restrições intrínsecas

Restrições intrínsecas são impostas ao sistema pela equação de con-

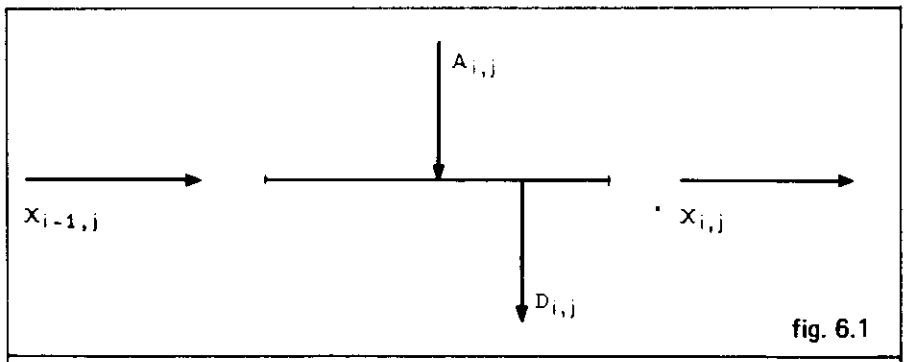


fig. 6.1

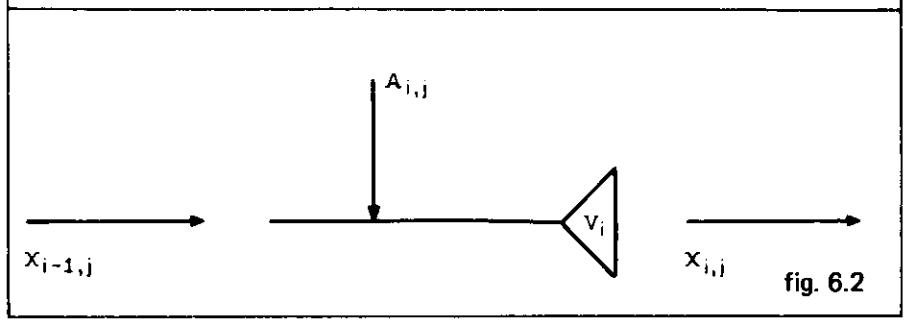


fig. 6.2

tinuidade, que assume formas diversas para os vários tipos de trecho fluvial.

Para um trecho genérico, livre de reservatório, o efluente do período j (v. Fig. 6.1) será obtido, em função dos afluxos $A_{i,j}$ e das retiradas $D_{i,j}$ do mesmo período, através de:

$$X_{i,j} = X_{i-1,j} + A_{i,j} - D_{i,j}$$
$$(j = 1 \div m) \qquad (6.1)$$

Para um reservatório de volume útil V_i (conhecido ou variável de decisão), (v. Fig. 6.2) se poderá escrever:

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} + X_{i-1,j} + A_{i,j} - X_{i,j}$$
$$V_{i,j} \leqslant V_i \qquad (j = 1 \div m) \qquad (6.2)$$

Outras restrições são determinadas pelas condições geomorfológicas que às vezes impõem limitações às dimensões das obras; se a limitação é superior será do tipo $V_i < V_{im\,ax}$, no qual esta última grandeza é prefixada. As limitações inferiores, para obras nas quais não é taxativa a construção (isto é, para as quais a grandeza característica pode também tornar-se nula, apenas não podendo assumir valor positivo inferior a um mínimo prefixado) são inseridas somente se à obra estão associadas duas variáveis, uma das quais é inteira (v. mais adiante 6.11).

Outras restrições são impostas pela complementação, ou pela incompatibilidade recíproca de algumas obras; também nesse caso sua correta inserção requer a associação a tais obras de variáveis inteiras.

6.6 - As restrições externas

Além das restrições intrínsecas ao sistema, vistas no parágrafo precedente, existem outras restrições impostas por fatores externos ao sistema.

Uma primeira série de tais restrições deriva da demanda de água pelos vários usos; esses consistem em uma relação que liga a quantidade de água utilizada em cada período elementar e para cada uso, ao valor das atividades às quais é destinada. Por exemplo, para os usos agrícolas se terá uma relação entre a área irrigada da zona i, A_i, e a quantidade de água a fornecer à mesma no período j, $Y_{i,j}$

$$Y_{i,j} = \alpha_{i,j} \cdot A_i \qquad (j = 1 \div m) \qquad (6.3)$$

na qual a constante $\alpha_{i,j}$ exprime o cronograma de irrigação previsto para a zona irrigável.

Outras restrições são de caráter sócio-econômico e consistem em limitações inferiores ou superiores ao nível de determinadas atividades conexas à utilização da água; será, por exemplo, possível escrever, para as zonas irrigáveis:

$$A_{im\,in} \leqslant A_i \leqslant_{im\,ax} \qquad (6.4)$$

nas quais a primeira condição poderá ser ditada por exigências sociais, e a segunda, por critérios agronômicos.

Outras restrições podem ser impostas pela tutela da qualidade das águas, como será melhor exposto no parágrafo 6.9, ou para defesa contra inundações (v. parágrafo 6.10).

Podem também ser impostas restrições orçamentárias comportando limitações no volume conjunto dos investimentos.

6.7 - Os benefícios: uso potável, industrial e agrícola

Os usos potável, industrial e agrícola da água são geralmente consumptivos; água restituída ao rio, às vezes em localidade diversa, é geralmente apenas uma parte daquela retirada, e muito freqüentemente, é poluída.

Será oportuno referir-se sempre à quantidade retirada, considerando separadamente a eventual restituição, e o prejuízo da poluição; isto porque a disponibilidade de água é confrontada com a quantidade retirada.

Para o uso potável, é difícil avaliar os benefícios, seja porque o benefício marginal subtraível da água distribuída é variável, e diminui com a quantidade de água fornecida, seja porque a água para tal uso é fornecida aos usuários muito freqüentemente por um preço de favor ou mesmo gratuitamente, de modo que a ela não vem associado nenhum valor. Por outro lado, o fornecimento de água para uso potável, é uma exigência irrenunciável, tanto que é freqüente que seja exposta como restrição ao sistema, com sua quantidade coligada a parâmetros prefixados.

Para alguns usos industriais, o benefício deveria ser coligado ao preço que o usuário está disposto a pagar pela água, considerando o usuário como estranho à comunidade dos beneficiários; se, ao contrário, o usuário faz parte da comunidade, o benefício deveria ser corretamente coligado à maior renda que o usuário pode obter em dependência da disponibilidade da água; tal avaliação não é possível se a água é elemento indispensável ao ciclo produtivo, tão indispensável que não se pode imaginar uma alternativa que não lhe preveja o uso.

Para os usos agrícolas, para os quais vigoram, freqüentemente, tarifas de favor, prefere-se geralmente referir-se à maior renda líquida da agricultura de irrigação, em confronto com uma agricultura que prescinde de irrigação, mas que goze de progressos técnicos; os usuários agrícolas são, pois, considerados como pertencentes à comunidade dos beneficiários.

6.8 - A produção de energia elétrica

O uso da água com objetivo energético tem origens remotas no tem-

po; o seu aparecimento constituiu o primeiro exemplo do uso múltiplo da água, e exigiu inclusive toda uma regulamentação a respeito.

Se a altura de queda é conhecida, a energia produzida é proporcional ao volume da água derivada; para rendimentos médios, 1m³ de água produz 1 kw sobre 450 m de desnível.

Às vezes a queda é variável em função das vazões ou das alternâncias do armazenamento nos reservatórios; no primeiro caso pode-se ter em conta a variabilidade do desnível nas equações; que exprimem os valores da potência e da energia; no segundo, caso não se mantenha suficiente aproximada a adoção de valores médios, é necessário o emprego de variáveis inteiras ou o recurso a procedimentos iterativos.

É essencial a consideração de que a energia elétrica não pode ser armazenada senão a preços de perda, nas custosíssimas usinas de bombeamento; portanto, a sua lei de produção no tempo deve seguir, tanto quanto possível, aquela dos consumos, seja nos ciclos sazonais, seja nos semanais ou diários.

A variabilidade dos consumos leva a diferenciar a energia, em energia de ponta, disponível quando requeririda, e em energia de base, produzida à potência constante.

A energia de ponta pode ser produzida em usinas com reservatórios, nos limites da potência instalada e das horas de demanda; a energia produzida em usinas sem reservatórios, ou, de um modo geral, sem acúmulo, será, por seu lado, energia de base.

O benefício unitário da energia de base será coligado ao preço unitário da energia produzida, ou ao custo alternativo de produção através de usinas termoelétricas, nucleares, ou de importação.

O benefício conexo à produção de energia de ponta poderá ser coligado a um preço unitário mais elevado (em três ou quatro vezes superior àquele da energia de base); em alguns casos não é diferenciado o preço da energia mais sim atribuído um benefício suplementar relativo à potência que a usina garante, com continuidade, para a cobertura das pontas do diagrama de carga.

6.9 - O controle da qualidade

A obtenção do nível ótimo de uma bacia hidrográfica não pode ignorar a tutela da qualidade das águas, condição às vezes essencial à sua utilização.

Geralmente, para representar a qualidade das águas, faz-se referência aos parâmetros ligados ao consumo de oxigênio dissolvido e à concentração de bactérias; para casos particulares faz-se referência à concentração de determinadas substâncias tóxicas ou nocivas.

A qualidade das águas pode ser considerada do ponto de vista econômico, como premissa necessária para uma ou mais utilizações, e, portanto, fator condicionante dos respectivos benefícios. Em tal caso a qualidade das águas é coligada, através de adequadas equações de restrições, às próprias utilizações, cujo benefício é incluído na função-objetivo.

Em uma imposição diferente, os padrões de qualidade são impostos diretamente como restrições, à força de disposições legais, ou mesmo de avaliação adotada sob encargo do processo de otimização.

Em ambos os casos ocorrem dificuldades formais, seja porque os parâmetros de qualidade, e as suas variações com os fenômenos de autodepuração, não são sempre expressáveis por relações lineares, seja por que o período crítico para o controle de qualidade é, em geral, mais breve do que o período elementar dos processos de otimização.

Em razão do que foi colocado acima, prefere-se usualmente tratar separadamente o problema da qualidade, otimizando-se o sistema das usinas de tratamento das cargas poluidoras, em função das vazões líquidas mínimas garantidas em secções de controle adequadamente escolhidas; tais vazões mínimas serão inseridas como restrições paramétricas no processo geral de otimização da bacia.

6.10 - A defesa contra inundações

O problema da defesa contra as cheias, e da determinação das respectivas obras, não pode ser inserido em um processo de otimização por vários motivos. Em primeiro lugar, os fenômenos de inundação têm período de duração breve, de dias, e, às vezes, de horas, em relação ao período elementar assumido no processo de otimização. Além disso, o período hidrológico escolhido, mesmo que compreenda eventos de cheias, prescinde forçosamente de suas distribuições probabilísticas que são essenciais à avaliação do prejuízo potencial e, por conseqüência, dos possíveis benefícios a serem obtidos com as obras de defesa.

É portanto necessário examinar os eventos de inundações independentemente do processo de otimização; proceder-se-á à reconstrução de inundações-tipo, para as quais se avaliará, quando possível, o grau de dano conjunto (v. 3.4), e as reduções de tal dano, em conseqüência de possíveis providências locais, para limitar o dano particular dos eventos, ou se tomarão providências à montante (reservatório ou desvio) para a redução dos parâmetros característicos das inundações, e, portanto, para a modificação de seu espectro probabilístico.

A partir de tais avaliações se originará ao menos, a exigência de providenciar reservatórios a montante da localidade a ser protegida; tais reservatórios deverão obviamente ser deixados vazios para a contenção, total ou parcial, das inundações, e, portanto, a capacidade relativa é distinta da capacidade útil para fins de regularização, à qual deverá ser somada.

Se a respectiva capacidade é determinada, dela surgirá uma restrição para o processo de otimização; por outro lado, a própria capacidade constituirá variável de decisão, e deverão ser introduzidos na função-objetivo os reflexos econômicos da medida.

Em ambos os casos, o processo de otimização poderá localizar a nível ótimo, a própria capacidade, observando, de um lado, a eficiência, sob o aspecto particular das possíveis localizações, e de outro, os custos dos reservatórios e de suas possíveis utilizações.

Considerações análogas valerão para eventuais desvios ou esvaziamentos.

6.11 - Os custos das obras: reservatórios e obras de transporte

A determinação dos custos das obras, em função de suas dimensões, ou de grandezas características, e a sua inserção em modelos de programação linear apresentam alguns aspectos delicados, na medida em que os custos raramente são expressos como função linear das respectivas variáveis de decisão.

Em alguns casos, como por exemplo para o custo das usinas de tratamento em função da eficiência, as funções de custo são "convexas" (v. fig. 6.3) e é possível linearizá-las com traços pela simples introdução de variáveis auxiliares.

Dados:

$$X_i = X'_i + X''_i$$

$$X'_1 \leqslant X_{i,1}$$

$$X''_i \leqslant X_{i,2} - X_{i,1} \qquad (6.5)$$

o custo poderá ser expresso por:

$$C_i = \frac{C_1}{X_{i,1}} X'_i + \frac{C_2 - C_1}{X_{i,2} - X_{i,1}} X'' \qquad (6.6)$$

por causa do menor gradiente de custo de X'_1 em confronto com X''_1, o processo de otimização não atribuirá valor positivo a X''_1 antes que X'_1 atinja o seu máximo $X_{i,1}$.

Na maior parte dos casos e em particular para os reservatórios as funções de custo ressentem do "efeito de escala" e são "côncavas" (v. fig. 6.4); tais leis de custo podem ser linearizadas adotando-se fórmulas monômias do tipo $C_i = k_i V_j$, ou binômias do tipo $C_i = C_o + k'V_i$; as leis monômias distanciam-se, por capacidade média, das leis reais, e têm um gradiente de custo chamado custo marginal; bastante diverso daquele real; a lei binômia reflete melhor o andamento dos custos, mas indica um custo finito, C_o, mesmo para obras não executadas ($V_i = 0$).

É pois oportuno adotar a lei monômia para operar escolhas entre obras alternativas, e, em "runs" sucessivos, a lei binômia para otimizar as dimensões das obras selecionadas.

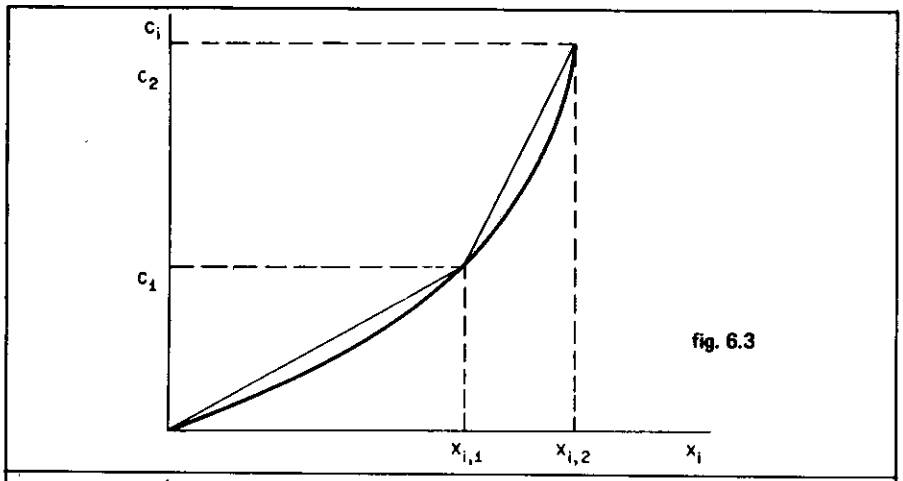


fig. 6.3

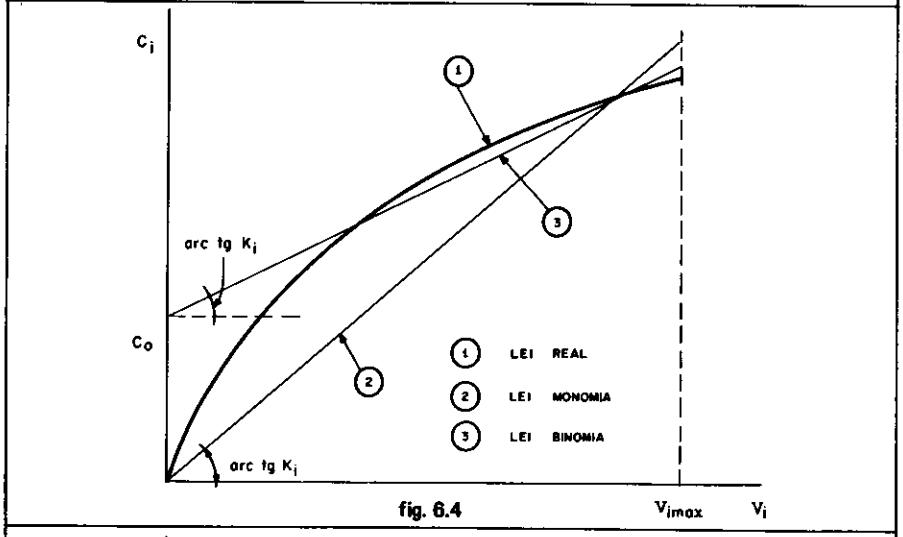


fig. 6.4

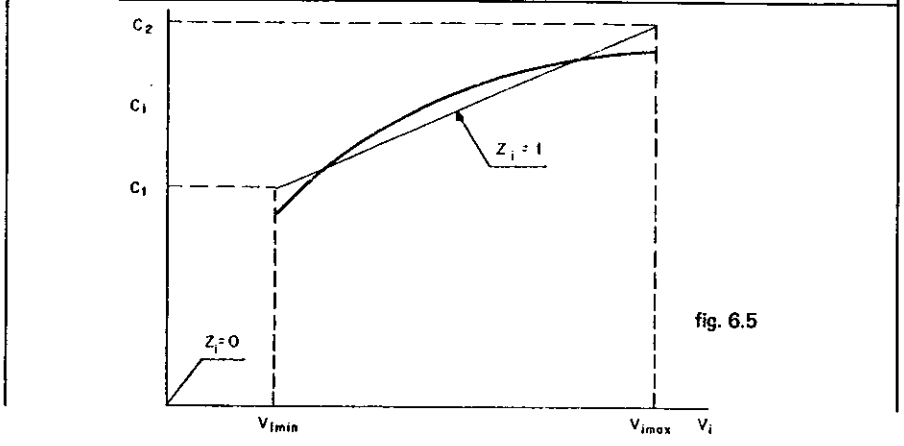


fig. 6.5

Caso se disponha de variáveis inteiras, é possível linearizar com boa aproximação, leis de custo côncavas, e, ao mesmo tempo, impor às respectivas obras uma dimensão mínima, ditada por exigências tecnológicas ou construtivas.

Com tal objetivo associam-se à grandeza característica da obra, V_i, duas variáveis auxiliares, a primeira das quais, Z_i, inteira e booleana (isto é, que somente pode assumir os valores 0 e 1), e a segunda $X_i \leqslant Z_i$; a grandeza característica terá a expressão:

$$V_i = V_{i\,min} Z_i + (V_{i\,max} - V_{i\,min}) X_i \qquad (6.7)$$

e portanto, será nula para $Z_i = 0$ ($X_i = 0$), enquanto assumirá valor compreendido entre $V_{i\,min}$ e $V_{i\,max}$ para $Z_i = 1$.

O custo (v. fig. 6.5) será expresso por

$$C_i = C_1 Z_i + (C_2 - C_1) X_i \qquad (6.8)$$

e portanto será nulo no caso de falta de realização da obra, enquanto assumirá os valores indicados na figura para dimensões da obra compreendidas entre as mínimas e as máximas.

Dificuldades posteriores serão encontradas para inserir os custos das obras de transporte, quando os parâmetros que caracterizam a sucessão das vazões no tempo são, eles também, variáveis de decisão. O problema se apresenta com aspectos diversos, conforme a obra esteja sob pressão, ou totalmente livre, e conforme aí seja inserido pelo menos uma usina de recalque ou de produção de energia.

Geralmente se assume como variável de decisão o parâmetro mais representativo entre aqueles que caracterizam a sucessão das vazões, e em função dele são determinadas as dimensões de nível ótimo da obra de transporte e o respectivo custo, compreendendo, se for o caso, a energia dissipada. A função de custo deve, pois, ser linearizada em função do mencionado parâmetro, conforme o modo sugerido por sua forma e seu andamento.

6.12 - A solução ótima

Como já mencionado (v. 5.3) podem existir ao menos possíveis soluções do sistema de equações e inequações que representam as restrições; se existem, e se o seu campo é limitado, uma ou mais delas, (entre as quais ao menos uma básica

correspondente a valores finitos das variáveis de decisão) tornarão máxima (ou mínima, se assim for exigido) a função-objetivo.

Se o campo é ilimitado, o máximo (ou mínimo) da função-objetivo poderá corresponder a valores infinitos de algumas das variáveis de decisão; isto, entretanto, pode ser evitado, limitando-se superiormente todas as variáveis.

A solução básica assim especificada, isto é, o conjunto dos valores que nela assumem as variáveis de decisão, passa a ser assumida como solução de nível ótimo do sistema; o valor correspondente da função-objetivo é ótimo.

Como já mencionado mais acima, não se exclui que existam outras soluções às quais correspondam o mesmo valor da função-objetivo.

No que concerne aos sistemas hídricos convém salientar que a solução de nível ótimo se refere a uma série, cíclica e indefinida, de períodos hidrológicos iguais àquele escolhido como representativo; o seu caráter de nível ótimo, nos confrontos da sucessão natural, histórica ou futura dos eventos hidrológicos, é função da representatividade do período hidrológico incluído no processo.

Para obter maior aproximação é às vezes possível executar o procedimento relativamente a períodos mais longos, que poderão ser obtidos pela junção de períodos hidrológicos diversos: torna-se então possível avaliar o efeito de regularizações plurianuais dos reservatórios.

Quando isto não é possível, pelo elevado número das relações do sistema, pode ser usado um maior número de "runs", com diversos períodos hidrológicos, e escolher os valores de nível ótimo das variáveis de decisão do projeto com critérios probabilísticos. Se há interesse também nos valores de nível ótimo das variáveis de operação, seria correto repetir os "runs", deixando livres estas variáveis e fixando, para aquelas do projeto, os valores escolhidos.

6.13 - O significado dos valores duais

Os programas de cálculo disponíveis geralmente fornecem, além dos valores de nível ótimo das variáveis de decisão, os valores duais, chamados às vezes, custos reduzidos ou custos marginais.

Os valores duais correspondem à solução do chamado problema dual, isto é, do problema que se obtém a partir daquele dado, invertendo os termos conhecidos das equações de vínculo, com os coeficientes das variáveis na função-objetivo.

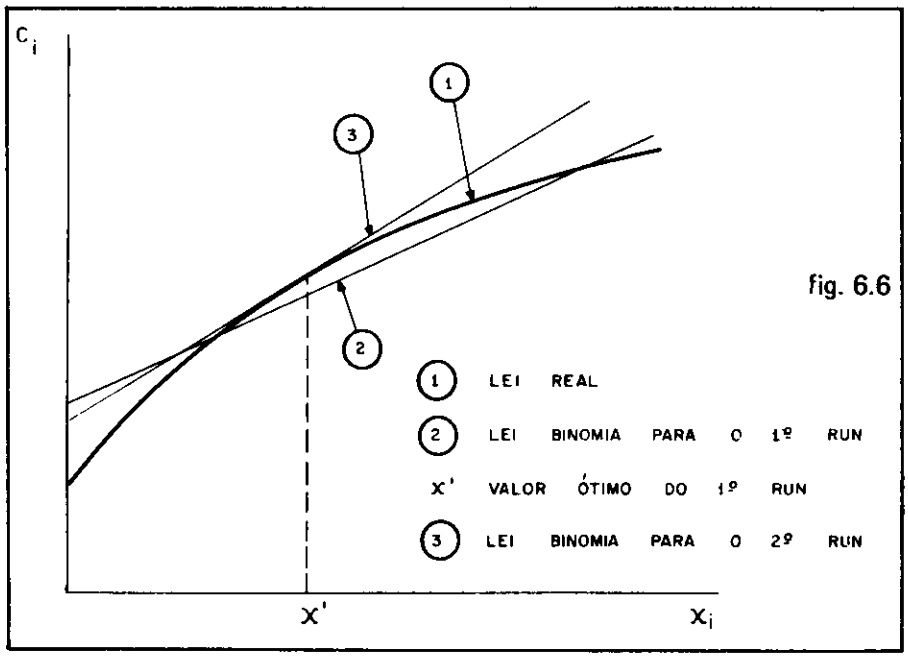


fig. 6.6

O problema dual, em si, tem pouco interesse prático, mas os valores duais fornecem interessantes indicações; na verdade, esses valores, um para cada equação ou inequação, representam a derivada parcial da função-objetivo com respeito ao termo conhecido da mesma equação, nas proximidades da solução de nível ótimo.

Em outros termos, cada um deles indica a possibilidade de melhorar a função-objetivo variando-se o termo ao qual se refere, e representa pois, o "custo", positivo, negativo ou nulo, que a respectiva restrição impõe ao sistema.

Duas indicações podem ser extraídas daí: a primeira é uma avaliação da oportunidade de manter rigidamente uma restrição ou de modificá-la; a segunda é especificação das relações entre restrições que têm maior relevância econômica e que, portanto, merecem exame mais atento.

É útil recordar que os valores duais têm o mencionado significado ao redor da solução de nível ótimo, e portanto, só para modestas variações dos valores que materializam a restrição. Modificações maiores, modificando radicalmente as soluções de nível ótimo, modificam também os valores duais.

6.14 - Procedimentos iterativos

Como já mencionado em alguns pontos, são de grande uso as aplicações iterativas dos processos de otimização. Assim, foi citado o emprego repetido da programação linear, uma primeira vez para a seleção das medidas que deverão atuar, e uma segunda para o dimensionamento das medidas selecionadas; citou-se também o emprego repetitivo no caso de usinas hidroelétricas, cuja queda seja bastante influenciada pela variação do volume armazenado em um reservatório.

Em geral, os procedimentos iterativos são de grande eficácia na medida em que permitem melhorar gradativamente a aproximação das hipóteses que deverão ser forçosamente introduzidas nos processos de otimização, por meio da programação linear.

Já foi citado o caso da substituição da função de custo binômia à monômia; de modo mais geral, seria possível falar de refinamento das leis de custo, para torná-las mais próximas às leis reais nas proximidades da solução (v. fig. 6.6) e, em particular, para tornar o gradiente do custo da lei aproximada, próximo à da lei real.

Do mesmo modo, pode-se fazer referência a uma restrição física não expressa exatamente por lei linear; ela pode ser representada por sucessivas leis lineares, gradativamente mais aderentes à lei real.

De grande utilidade são os procedimentos iterativos para a definição exata dos estados do sistema que, se introduzidos como variáveis de decisão, tornariam não lineares as respectivas equações de restrições; é o caso da queda útil das usinas hidroelétricas de reservatório.

É oportuno dizer que os procedimentos mencionados podem não ser

convergentes, devido à forma da lei e à função particular que ela origina no processo de otimização; será possível observar facilmente as convergências a partir do exame dos sucessivos resultados, que indicará também os procedimentos mais oportunos para a obtenção da mesma convergência.

Por fim, convém salientar que freqüentemente os processos de otimização são empregados para um enfoque estratégico, no qual, tanto as leis físicas, como as econômicas, são conhecidas em forma aproximada e probabilística; uma procura excessiva de aproximações sucessivas pode se revelar, com tais premissas, ilusória.

7. PROBLEMAS DE TIMING

7.1 - Generalidades

O planejamento de recursos hídricos é normalmente referido a um horizonte temporal bastante remoto; planejam-se as medidas idôneas, não apenas para satisfação de exigências atuais ou próximas, mas também das previsíveis para um futuro bastante distante.

As obras previstas para tal fim são geralmente numerosas, de modo que é impossível, e seria mesmo inútil, realizar todas imediatamente. Por outro lado, a satisfação das exigências atuais e dos próximos anos requer que parte das obras sejam executadas logo ou em futuro muito próximo.

Surge assim o problema de determinar a sucessão mais adequada para a realização das obras durante o período de desenvolvimento; a sucessão deverá ser tal que satisfaça as restrições, seja durante o período, seja ao seu término, e que torne máxima (ou mínima) uma função econômica.

A satisfação das restrições, teoricamente contínua, será verificada na prática para um número "discreto" de momentos, o último dos quais corresponde ou coincide com o término do período.

A função econômica deverá levar em conta os valores atualizados dos custos e dos benefícios (v. 3.2) e será então, função da taxa de juro vigente; por outro lado, para os benefícios deverá levar em conta os débitos calculados a partir das limitações ligadas à capacidade do sistema de usufruí-las em função do tempo.

Deve ser colocada uma pergunta preconcebida: o arranjo final de nível ótimo de sistema é influenciado pela possibilidade de se graduar no tempo a execução da obra, e também influenciado pela escolha da taxa de juro? A resposta é positiva sob ponto de vista teórico; na prática, a influência é modesta e se manifesta apenas em casos particulares.

Prescindindo, como geralmente se justifica, de tal influência, pode-se obter a otimização de suas sucessões independentemente e sucessivamente àquela do arranjo final.

Caso se deva levar em conta, como ocorre em casos particulares, as modificações que a sucessão ótima na realização das obras pode acarretar ao arranjo final das mesmas, será necessário recorrer a procedimentos complexos de otimização multiperíodo, para a determinação contemporânea do arranjo final e do "timing", conjuntamente de níveis ótimos.

7.2 - O "timing" independente

Com as premissas acima, na maior parte dos casos, é possível otimizar o "timing" de obras das quais se conhece o arranjo final; o "timing" se refere, então, somente às obras selecionadas na otimização precedente, e se concretiza na determinação dos níveis ótimos de algumas grandezas, em um número discreto de momentos intermediários, compreendidos no período de desenvolvimento, sendo conhecidos os respectivos níveis iniciais e finais. Poderão também ser objeto de determinação os valores intermediários das variáveis de decisão de operação.

Alguns níveis intermediários das grandezas características das obras poderão assumir qualquer valor compreendido entre o inicial e o final (com a restrição que o próprio valor não diminua no tempo), enquanto que, para outras obras, cuja execução não seja divisível arbitrariamente em fases, as grandezas características poderão assumir somente alguns valores, e, no máximo, só o valor inicial ou o final. Em tal caso, a solução correta do problema poderá ser obtida apenas com o emprego de variáveis inteiras, ou com procedimentos iterativos.

As relações de restrição (condições de contorno) deverão se referir a todos os instantes intermediários; para não aumentar indefinidamente o número das equações que delas derivam, prefere-se geralmente atribuir a elas uma forma sintética, desligada do processo de otimização.

A função-objetivo deverá considerar que custos e benefícios têm uma colocação diversa no tempo. Uns e outros deverão ser transformados em valores atuais; geralmente isto ocorre expressando-os como rendas perpétuas constantes, com início em um dos momentos intermediários, capitalizando-as no momento inicial e atualizando-as para um ponto de referência comum.

A existência dos benefícios está ligada, além de à disponibilidade do bem, também à presença física dos beneficiários e à sua atitude ao usufruí-los; isto poderia comportar limitações, variáveis no tempo, nos valores superiores dos mesmos benefícios.

O algoritmo geralmente empregado é ainda a programação linear; somente em casos particulares, quando o estado do sistema possa ser expresso pelo valor de uma variável, ou por um número limitado de variáveis, é possível o recurso ao elegante algoritmo da programação dinâmica (v. 8).

7.3 - O tempo fictício

O primeiro passo na otimização do "timing" é a determinação dos momentos nos quais serão verificadas as restrições, e das quais, em cada ano decorrerão custos e benefícios; em outros termos, a divisão do período de desenvolvimento em intervalos.

Uma notável facilidade pode ser obtida com uma função particular de tempo, denominada "tempo fictício", adimensional, e semelhante a

$$\tau = 1 - \frac{1}{(1 + r)^t} \qquad (7.1)$$

na qual t é o tempo em anos, r é a taxa de juro, e para $t = 0$, τ será nulo.

Se T é o período máximo de desenvolvimento, o tempo fictício correlato será:

$$\tau_{max} = 1 - \frac{1}{(1 + r)^T}; \qquad (7.2)$$

será então possível dividir o período de desenvolvimento em m intervalos, tais que tenham a mesma "duração fictícia", semelhante a $\tau_o = \tau_{max}/m$; a duração real de tais intervalos será crescente desde o primeiro, para o qual será muito breve e progressivamente até o último.

Com a adoção de tais intervalos torna-se possível expressar a função-objetivo de modo extremamente simples: se custos e benefícios anuais derivados da existência de uma obra são expressos em funções lineares das respectivas grandezas características, X_i, e sendo P_i, ρ_i, k_i e r os respectivos coeficientes, se poderá assumir:

$$F.O. = \max = \Sigma_i \left(\frac{P_i}{r} - \rho_i k_i\right) \Sigma_j X_{i,j} \qquad (7.3)$$

A adoção de intervalos diferenciais torna o "timing" mais útil, fornecendo o detalhe das primeiras fases da realização, e então, permitindo uma programação racional a curto prazo, inserida em um planejamento a longo prazo. A determinação relativa a fases mais remotas é preenchida pela possibilidade de repetir a otimização do "timing", ao término do primeiro período, referindo-o a obras residuais; assim será possível considerar eventuais imprevistos e realizar uma programação contínua e adaptável.

7.4 - A programação multiperíodo

Caso não se possa prescindir da correlação entre arranjo final do sistema e "timing" das obras, pode-se recorrer à programação multiperiodo. do.

Nela, serão variáveis de decisão, as grandezas características das obras nos momentos intermediários e no momento final do período de desenvolvimento, não obstante os parâmetros de operação de cada instante considerado. Também para cada instante intermediário estão referidas restrições, algumas das quais terão coeficientes e termos conhecidos, variáveis de um período para outro.

A função-objetivo será obviamente, relacionada aos custos e aos benefícios atualizados.

Se o número das obras não é muito limitado, o número das variáveis de decisão (parte das quais inteiras) e das relações entre elas cresce vertiginosamente, tornando proibitivo o emprego do método.

8. A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

8.1 - Generalidades

O princípio de otimização foi enunciado por Bellman sob a forma: "Uma política ótima goza da propriedade que, qualquer que seja o estado inicial e a decisão inicial, as decisões restantes devem constituir-se em uma política de otimização em relação ao estado resultante da primeira decisão".

Deste princípio, aparentemente óbvio, o mesmo Bellman se esforçou para idealizar e aplicar um método de cálculo, que denominou programação dinâmica; o enunciado do princípio deixa entrever os fundamentos do método, que são a redução da pesquisa de otimização de uma política a N fases para uma política a N-1 fases e assim por diante. A essência da programação dinâmica consiste então na decomposição de um complexo de decisões em outras tantas variáveis ou grupos de variáveis, isto é, de uma decisão múltipla em uma série de decisões sucessivas sobre uma só variável, ou tratando-se de grupos, em um limitado número de variáveis.

A programação dinâmica é utilmente empregada para problemas de diversas naturezas; desde o cálculo de trajetórias ótimas para aviões e mísseis ao cálculo de itinerários ótimos terrestres, para controle dos processos de políticas ótimas de administração e para a otimização do "timing" de complexos de obras. No campo dos recursos hídricos são estas duas últimas, as aplicações mais notáveis.

O método encontra três limitações. Em primeiro lugar, ele opera sobre variáveis que podem assumir valores discretos, ainda que para problemas muito simples, seja possível aplicá-lo a variáveis contínuas; em segundo lugar, as formas da função-objetivo e das restrições devem estar sujeitas a algumas limitações; por fim, o número das variáveis de cada grupo é extremamente limitado: no estado atual o número máximo de variáveis de cada grupo é três e isso malgrado o emprego de artifícios matemáticos bastante sofisticados (multiplicadores de Lagrange, aproximações sucessivas, etc.).

A força do método é devida a sua versatilidade e à possibilidade de aceitar na função-objetivo, embora no interior de uma somatória, funções de uma variável (ou de um grupo de variáveis) qualquer, mesmo não explícita ou até mesmo não expressa, mas simplesmente tabulada.

8.2 - Um problema de repartição

A título de exemplo mostra-se a seguir o procedimento para um problema simples de distribuição de recursos. Supõe-se dispor de um certo número N, de recursos, para repartir entre K atividades: o benefício auferível da atividade i-ésima será função da quantidade de recursos x_i ligados à mesma atividade, isto é, será $b_i x_i$, explícita ou não; deseja-se conseguir o máximo benefício total, ou seja, deseja-se maximizar:

$$F_k = \sum_{i=1}^{k} b_i(x_i), \text{ com } x_i \geqslant 0 \text{ e}$$

$$\sum_{i=1}^{k} x_i \leqslant N$$

Se fosse possível uma só atividade, a primeira por exemplo, o máximo benefício obtível com x recursos ($0 \leqslant x \leqslant N$) é facilmente determinável e igual a $F_1(x) = \max_{0 \leqslant x_1 < x} | b_1(x_1) |$.

Assumindo uma $F_o(x)$, identicamente nula, poderemos escrever:

$$F_1(x) = \max_{0 \leqslant x_1 \leqslant x} [F_o(x - x_1) + b_1(x_1)]; \qquad (8.1)$$

Se introduzirmos uma segunda atividade, para a qual se destina uma parte, x_2, dos recursos disponíveis x, a parte disponível para a primeira será $x - x_2$; será definida então uma função $F_2(x)$, expressa por:

$$F_2(x) = \max_{0 \leqslant x_2 \leqslant x} [F_1(x - x_2) + b_2(x_2)] \qquad (8.2)$$

Genericamente se terá:

$$F_i(x) = \max_{0 \leqslant x_i \leqslant x} [F_o - 1(x - x_i) + b_i(x_i)] \; (i = 1 \div K) \qquad (8.3)$$

$$0 \leqslant x \leqslant N \quad (i = 1 \div K)$$

Aplicando-se repetidamente a equação (8.3), poder-se-á definir a função $F_k(x)$ e o seu valor máximo, no intervalo $0 \leqslant x \leqslant N$, que será o máximo absoluto da função-objetivo. Tal valor máximo será obtido em correspondência ao valor, x_k, de x.

Se para cada passo se associam e se memorizam, em funções de x, os valores de x_i que tornam máxima a função $F_i(x)$, isto é, $x_i(x)$, poder-se-á então operar recursivamente em direção oposta, de i = K até i = 1, segundo

$$x_i = x_i(x_i) \quad (i = K \div 2)$$

$$x_{i^x - 1} = x_{i^x} - x_i \qquad (8.4)$$

partindo do valor de X_k^* que torna máxima F_k (x). A sucessão dos valores x_i assim determinados constituem-se na política ótima e portanto na solução do problema.

8.3 - Aplicações a problemas de gestão

A programação dinâmica se presta para otimizar a gestão de sistemas de recursos hídricos, dentro dos limites de complexidade relativos às limitações intrínsecas do método.

É útil distinguir entre as variáveis que individualizam as condições do sistema para um determinado instante, as variáveis de estado e as relativas a possíveis manobras em um período, variáveis de controle; existem outras variáveis, exógenas, não controláveis, notadamente em forma determinística ou em forma estocástica, isto é, através da correspondente distribuição de probabilidade. Todas as variáveis assumem só um número discreto de valores.

A condição necessária para a aplicação da programação dinâmica é que os valores das variáveis de estado independentes no instante j-ésimo (j = 1 ÷ m), sejam funções dos valores das próprias variáveis no instante (j − 1) −ésimo, e dos valores das variáveis de controle e exógenas relativas ao período compreendido entre os dois instantes (período que associaremos ao seu instante final formando a fase j-ésima); a condição é expressa por:

$$X^*_{i,j} = F(X_{1,j-1} \cdots X_{imax,j-1}, Y_{1,j} \cdots Y_{k_{max,j}}, Z_{1,j} \cdots Z_{1max,j}) \qquad (8.5)$$

na qual $X_{i,j}^*$ é o valor, no instante j-ésimo, de uma particular variável de estado, $X_{i,j-1}$ são os valores das variáveis de estado no instante precedente e $Y_{i,j}$, $Z_{i,j}$ são respectivamente os valores das variáveis de controle e exógenas do período j.

A função-objetivo, que se supõe querer maximizar, poderá no caso mais geral, ser expressa por uma somatória de termos, cada um dos quais é função, mesmo não explícita, das variáveis de estado e das de controle relativas a uma fase; em termos matemáticos.

$$F.O. = \max = \sum_{j=1}^{m} B_j (X_{i,j}, Y_{k,j})$$

$$i = 1 \div imax$$
$$K = 1 \div K_{max} \qquad (8.6)$$

Poderão existir restrições para os valores das variáveis de controle, entre si e com aquelas variáveis de estado da fase precedente.

Para cada estado do sistema no instante m-1, isto é, para cada possível combinação das variáveis de estado $X_{i,m-1}$, é possível tecer hipóteses sobre todas as manobras da fase m − ésima, isto é, todas as combinações das $Y_{k,m}$, compatíveis com as restrições; para uma série de valores das variáveis exógenas, ou para prefixar curvas de probabilidade das mesmas, a cada combinação dos $Y_{k,m}$ corresponderá um valor ou uma distribuição probabilística de valores, de B_m. A combinação das $Y_{k,m}$, ou mais propriamente, a manobra à qual corresponderá o máximo de B_m, ou a sua distribuição de probabilidades mais desejável, será assumida como manobra ótima da fase m-ésima relativa ao estado do sistema considerado no instante m − 1. Para cada um de tais estados virá então associada uma manobra ótima e o relativo valor de B_m (ou uma função da sua distribuição probabilística), isto é, um benefício relativo à fase futura. Somando-se o benefício ótimo da fase futura m-ésima, com o termo B_{m-1} coligado ao estado, será possível então definir o máximo benefício, relativo a cada uma das combinações possíveis das variáveis de estado $X_{i,m-1}$.

Passando-se ao instante m − 2 será possível repetir, para cada estado do sistema individualizado por $X_{i,m-2}$, a otimização da possível manobra, tendo em conta não só a B_{m-1}, mas também a B_m associada a cada estado no instante m − 1. Assim será possível associar a cada combinação de $X_{i,m-2}$ uma manobra ótima e um benefício $B_m + B_{m-1} + B_{m-2}$.

Para o instante j* genético, a cada possível combinação das variáveis de estado $X_{i\,j}^*$, é então possível associar uma manobra ótima (combinação das $Y_{k\,j}^* + 1$) e um benefício conjunto, parte relativo à combinação de $X_{i\,j}^*$, e parte associado às futuras fases,

$\sum_{j=j^*}^{m} B_j$, e isto até o instante inicial ($j^* = 0$).

Se obterá assim, em função do tempo e do estado do sistema, a indicação da manobra ótima e do benefício máximo auferível (dela e das sucessivas otimizações); ambas prescindem completamente da sucessão de eventos da fase precedente, ou seja, do modo como o sistema é ligado ao estado presente. Se as variáveis exógenas são tidas em forma probabilística, o benefício também será.

8.4 - Aplicações a problemas de "timing"

Existem numerosos exemplos de tentativas de aplicação da programação dinâmica a problemas de "timing" (v. 7). Essas têm tido sucesso só em casos particulares, particularmente quando as restrições a serem satisfeitas podem ser concretizadas no valor de uma única variável de estado e quando os efeitos das várias medidas alternativas, que formam as variáveis de controle, são reciprocamente independentes e adicionáveis, e enfim se deseja conseguir a minimização do custo atualizado.

É em tal caso possível, para cada instante, atribuir uma cota de mérito às medidas realizáveis e selecionar a mais oportuna; quando uma nova medida se tornar necessária, deverão ser atribuídos novas cotas de mérito às medidas residuais e selecionar entre elas aquela ótima.

Em casos mais complexos a aplicação da programação dinâmica pode tornar-se útil se coordenada com os outros algoritmos (v. 10).

9. A SIMULAÇÃO

9.1 - A variável guia

Os modelos de simulações digitais são algaritmos que permitem conhecer o comportamento de um sistema, em um arranjo prefixado, e com regras de operações também prefixadas frente aos previsíveis eventos externos.

Geralmente os eventos que influem sobre o sistema são representados por um certo número de grandezas, cujos valores variam no tempo; portanto, o tempo vem geralmente adotado como variável independente, ou variável guia, em função da qual vêm definidas, por meio de relações finitas, diferenciais ou integrais, as outras variáveis.

Por vezes, como variável guia, assume-se uma outra grandeza; por exemplo, na simulação dos fenômenos de movimento variado (decolagem de um aeroplano, lançamento de um míssel) pode ser oportuno adotar como variável de referência a abscissa, a cota, ou a velocidade. Nos fenômenos hidráulicos nos quais o movimento possa ser considerado permanente (na medida em que as grandezas características variem ao longo da corrente), não teria senso assu-

mir o tempo como variável guia, enquanto que haveria significado a simulação em função da abscissa.

No tratamento seguinte suporemos por simplicidade que a variável guia seja o tempo. Isto não impede a validade de um desenvolvimento análogo, que pode ser facilmente adaptado quando do emprego de outras variáveis guias.

A simulação reproduz o comportamento do sistema através da individualização das suas condições em um número discreto de instantes. Com o nome de "passo" de simulação se define a duração (que pode também ser variável), do período elementar compreendido entre um instante qualquer e o seu sucessivo.

Com a variável guia, fixam-se os valores iniciais e finais e o passo, se este for constante, ou senão fixa-se a sua lei de variação no tempo.

9.2 - As variáveis de estado

São definidas como variáveis independentes de estado, ou mais propriamente, variáveis de estado, aquelas estritamente necessárias e suficientes para individualizar, em cada instante, as condições do sistema simulado.

Em um sistema hidráulico, serão variáveis de estado os parâmetros dos reservatórios, da qualidade da água nas secções e outras grandezas do mesmo tipo.

São pseudovariáveis de estado aquelas relativas aos valores de outras grandezas que, por representarem uma condição do sistema, não são independentes, mas funcionam como verdadeiras variáveis de estado; por exemplo, os níveis dos reservatórios, funções do volume acumulado.

Por vezes são introduzidas posteriores pseudovariáveis de estado, precisamente algumas grandezas que são referentes ao comportamento do sistema na origem dos tempos, ou de um outro instante oportunamente escolhido; por exemplo, a energia total produzida ou a sua relação com a demanda total, a parcialização das necessidades para irrigação, o nível mínimo ligado a um parâmetro sanitário qualquer, e assim por diante.

Para que se possa simular o comportamento de um sistema deve o valor de cada variável de estado, em um determinado instante, ser expresso ou calculado em função dos valores das variáveis de estado no instante anterior, e também de outras variáveis. Destas últimas, partes serão exógenas, conhecidas e não modificáveis, enquanto que as outras poderão admitir, entre certos limites, os valores mais oportunos; estas últimas são as variáveis de controle ou de gestão, e da mesma maneira que a lei que lhes fixa valores, tomam o nome de política de gestão.

9.3 - As variáveis exógenas

Um sistema hidráulico é sujeito a ações externas de várias naturezas, como a temperatura, os afluxos hidrológicos, as perdas por infiltração ou por evaporação, as cargas poluidoras, as solicitações de bens e as variações dos preços dos mesmos bens.

Todas estas ações vêm quantificadas, atribuindo-se valores oportunos a um certo número de variáveis, definidas como exógenas, quando não influenciadas pelo sistema. Algumas destas terão valores conhecidos, enquanto que de outras serão conhecidas apenas a distribuição de probabilidade.

Os afluxos hidrológicos, meteorológicos e subterrâneos são geralmente conhecidos ou reconstruíveis por ciclos históricos. Às vezes é possível reconstruir, por meio de correlações recorrentes (v. 2.6), longas séries hidrológicas sintéticas, nas quais se repete a distribuição de probabilidades dos eventos conhecidos, geralmente com uma distribuição mais eqüitativa dos eventos excepcionais. O emprego de séries hidrológicas têm, obviamente, um simples valor probabilístico e não temporal.

Outras grandezas são conhecidas, com várias aproximações, em função do tempo real; são aquelas ligadas ao desenvolvimento da população, do rendimento, da ocupação industrial e ao "timing" de realização das obras. A sua variação no tempo tem significado completamente diverso daquele da sucessão de eventos hidrológicos ou mesmo estocásticos; desejando-se indicar o comportamento do sistema no tempo, é oportuno repetir, aos intervalos julgados mais oportunos, o processo de simulação sobre a série hidrológica disponível completa.

Podem agir sobre o sistema uma ou mais grandezas casuais; o seu valor poderá ser determinado para cada período, com o método de Monte Carlo. Em tal caso é oportuno que a série temporal estatística seja suficientemente longe de modo que a amostra dos valores extraídos tenha espectro probabilístico similar àquele do seu universo.

9.4 - A política de gestão

Algumas variáveis representam grandezas cujos valores no sistema podem ser fixados de modo mais oportuno, dentre certos limites, pelo operador do sistema; nos sistemas hidráulicos tais grandezas serão os débitos dos reservatórios, os fornecimentos de água aos usuários, o grau de funcionamento dos estabelecimentos, etc...

No sistema real, as mesmas grandezas serão fixadas com base em regras, que juntas constituem a política de gestão; presume-se que será adotada uma política ótima, levando-se em conta também a distribuição das variáveis casuais.

A mesma política deve ser reproduzida no modelo, se há intenção de que seus resultados sejam significativos; por isso ela deve ser individualizada, definida, traduzida em relações matemáticas e em definitivas instruções para serem introduzidas no modelo.

Para a definição da política ótima poderão ser utilizados os resultados dos processos de otimização (v. 6.4), possivelmente repetidos sobre mais estações hidrológicas, ou, nos casos mais simples, poderá ser utilmente aplicada a programação dinâmica (v. 8.3).

A tradução da política ótima em instruções para o modelo requer certa cautela, principalmente porque deve-se prever todos os possíveis casos, mesmo se improváveis ou inverossímeis, com a finalidade de evitar comportamentos anômalos por falta de instruções.

Será em cada caso oportuno executar dez corridas de prova, com o objetivo de controlar o efeito da política de operação inserida no modelo e de produzir as eventuais e oportunas correções.

9.5 - As variações elementares

O modelo de simulação reproduz ciclicamente, para um número prefixado de voltas, uma série de operações mediante as quais, a partir dos valores das variáveis de estado em um determinado instante, obtém-se os valores no instante sucessivo.

O detalhe da operação varia de um modelo a outro, em função das particulares características do sistema real que se deseja simular; indicar-se-á a seguir, uma possível sucessão lógica da mesma operação e das instruções para serem introduzidas no programa de cálculo.

A primeira operação de cada ciclo é a escolha da variável guia: conseqüentemente os valores das variáveis calculadas no ciclo precedente vêm classificados como "precedentes". Ter-se-ão as instruções $j = j + 1$, o controle que a série não seja terminada (isto é, $j \leqslant j$ max) e instruções do tipo $X_{j-1} = X_j$.

Sucessivamente o modelo, sobre base de j e de X_{j-1}, calculará, aplicando as regras que nele serão inseridas, os valores das variáveis de controle Y_j; contemporaneamente retirará da memória os valores de Z_j ou procederá a sua determinação casual pelo método Monte Carlo.

Ter-se-á então a fase propriamente dita de cálculo, no qual utilizando-se as relações entre variáveis de estado, exógenas e de controle, o modelo calculará os valores das variáveis de estado nos instantes finais do período; logo depois calculará as pseudovariáveis de estado, definidas no 9.2.

Enfim, o modelo calculará os reflexos econômicos da fase, em relação aos valores iniciais e finais, das variáveis de estado e das variáveis de controle e exógenas, atualizando as respectivas somatórias de benefícios e custos.

Tendo terminado as operações de um ciclo o modelo retornará ao início do programa.

Deverá ser cuidada da formação dos valores iniciais das variáveis e das pseudovariáveis de estado; estas últimas deverão ser calculadas à parte, para a fase inicial.

9.6 - Os resultados

Os resultados dos modelos de simulação são físicos e econômicos. Os físicos constituem-se numa sucessão de valores das variáveis de estado e de controle, ao passo que, os econômicos são referidos aos relativos reflexos do estado do sistema e da operação simulada.

Conforme o caráter da grandeza em questão poderão despertar maior ou menor interesse os seus valores médios ou os máximos e os mínimos, ou ainda o espectro completo das distribuições e os conseqüentes caracteres probabilísticos.

Os modelos de simulação não são instrumentos de decisão enquanto não indicam explicitamente, determinados arranjos e determinadas políticas de operação; os seus resultados, levando também em conta a rapidez com que podem ser operados, podem, porém, fornecer indicações úteis para trazer razoáveis modificações ao arranjo do sistema e à política de operação.

10. A COORDENAÇÃO

10.1 - O emprego de mais modelos

Como foi ilustrado, malgrado toda possível sagacidade, por vezes não se consegue chegar à construção de um modelo matemático que respeite com suficiente aproximação a realidade complexa dos fenômenos hidráulicos e de suas implicações econômicas.

Divisa-se, assim, a oportunidade de emprego de mais modelos; às vezes, cada um deles é referido a um particular aspecto do sistema e os seus "outputs" são considerados como "imputs" em um modelo geral, é o caso (v. 6.9 e 6.10) daqueles específicos para o controle de qualidade de água e para a defesa contra inundações.

Às vezes, divide-se o sistema em subsistemas, cada um dos quais vem otimizado por conta própria, em absoluto ou em relação a um ou mais parâmetros; os resultados vêm incluídos em um processo geral de otimização ou associados através de simples procedimentos.

Emprega-se constantemente um modelo de simulação para controlar, em um amplo horizonte temporal, e eventualmente refinar, os resultados de um processo, seja devido ao arranjo do sistema, seja pela política de operação.

10.2 - Os modelos complexos

A crescente flexibilidade e potência dos calculadores que se consegue dispor, induzem a refletir sobre a possibilidade de se construir modelos complexos, nos quais são empregados simultaneamente mais métodos.

Em particular é possível pensar em modelo de simulação, no qual as instruções para a atuação da política de operações ótimas são substituídas pelo recurso a um processo de otimização, em programação linear ou dinâmico.

Quando o modelo de simulação deve se ater a uma decisão ótima, será inserida no respectivo programa uma instrução que solicite o procedimento de otimização previsto, contida como sub-rotina na memória do calculador; exaurido o processo, o controle do procedimento retorna ao processo de simulação, obtendo-se obviamente o resultado ótimo do mesmo processo.

É apenas um caso a observar, que a mesma sub-rotina poderia ser utilizada para a operação efetiva do sistema real, quando, pelo número de variáveis ou pela complexibilidade das operações, ou por outros motivos, não seja possível formular leis de operações simples e completas.

10.3 - A colaboração interdisciplinar

A aplicação da análise de sistemas ao planejamento de recursos hídricos, com o emprego das respectivas técnicas, requer o concurso de especialistas em mais disciplinas: da hidrologia à engenharia hidráulica e sanitária, da agronomia à urbanística e da economia à análise de sistemas.

Para que o trabalho em grupo consiga resultados úteis, cada um dos participantes deve ter em conta a ação interdisciplinar do problema, renunciando à tendência natural de ver a própria problemática como centro do problema e as outras como subordinadas.

Sobre o plano operativo será oportuno a formação de um grupo de cúpula, do qual será exigido a escolha dos processos, a modalidade e o tempo de troca de informações, e a interpretação dos resultados. De tal grupo deverão fazer parte os responsáveis de cada grupo de estudos.

Para que o trabalho em grupo seja profícuo, cada um dos participantes deve ter um conhecimento, a nível informativo, da problemática e dos métodos das outras disciplinas; é outrossim necessário que cada membro use uma linguagem clara e compreensível mesmo aos outros, renunciando às expressões de cunho próprio de sua disciplina.

O grupo de cúpula deverá no seu próprio seio eleger um responsável, que deverá coordenar o trabalho dos grupos simples, com respeito às decisões coletivas; tal responsável deverá ter, além do conhecimento da própria disciplina específica, um discreto conhecimento da problemática e métodos das outras disciplinas, e, obviamente, capacidade de síntese e dotes de caráter.

A freqüência sempre maior de estudos e trabalhos interdisciplinares, vem assim determinar a necessidade de formação, a nível universitário ou pós-universitário, de novos tipos de profissional polivalente e então, preparados à colaboração interdisciplinar.