

# CONTRIBUIÇÃO AO PLANEJAMENTO DE RECURSOS HÍDRICOS

## PROPOSIÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA O ESCALONAMENTO DE OBRAS

Eng<sup>o</sup> ALVARO AUGUSTO DE OLIVEIRA BENTO (\*)

### I – INTRODUÇÃO

A finalidade deste trabalho é apresentar um modelo de programação linear para a solução de problemas do tipo de expansão de capacidade, nos quais se necessita um escalonamento das obras a serem executadas. Um exemplo típico para aplicação desta técnica seria o Planejamento Geral da Bacia do Alto Tietê que, de uma maneira simplificada, será objeto de discussão neste trabalho.

Nesse tipo de problemas, dois fatos importantes devem ser lembrados:

- a. As obras de engenharia obedecem a equações do tipo:

$$C(x) = a \cdot x^b \quad \text{com } 0 < b < 1 \\ 0 < a$$

onde  $C(x)$  é o custo associado à capacidade de  $x$ , e  $a$  e  $b$  são parâmetros.

Geralmente o valor de  $b$  oscila entre 0,5 e 0,8, o que se traduz em acentuada economia de escala.

- b. Os benefícios e os custos devem referir-se a uma só origem de tempo, a fim de serem comparáveis.

Assim, sendo  $C_t$  e  $B_t$  respectivamente custos e benefícios no período  $t$ , teremos:

$$C_o = \frac{C_t}{(1+r)^t} \quad B_o = \frac{B_t}{(1+r)^t}$$

onde  $r > 0$  é a taxa de desconto.

Levando-se em conta os fatores que regem tais problemas verifica-se que eles são ideais para a utilização das técnicas de programação linear, que discutiremos a seguir.

### II – DESCRIÇÃO DO SISTEMA DO ALTO TIETÊ E CUBATÃO

O sistema Global das Bacias do Alto Tietê e Cubatão, tal como foi estudado pelo Convênio HIBRACE, é, representado por vários sub-sistemas a saber:

– **Sub-Sistema Alto Tietê** composto de:

- **barragens:** Ponte Nova, Paraitinga, Paraitinga III, Rio Claro, Biritiba.

(\*) Gerente do Centro de Processamento de Dados da Diretoria de Planejamento e Controle do Departamento de Águas e Energia Elétrica.

Jundiaí, Taiapuêba, Itapanhaú, Itatinga, Camburú I, Camburú II, Camburú III (as cinco últimas pertencentes à vertente marítima e, portanto, haverá importação de água de outras bacias).

- **canais:** Rio Tietê, Rio Paraitinga, Rio Biritiba, Rio Jundiaí, Rio Camburú.
- **túneis e adutoras:** Itatinga-Jundiaí, Biritiba-Jundiaí, Itapanhaú-Biritiba, Casa Branca-Biritiba, Jundiaí-ETA Alto Tietê.
- **ETAS e EBS:** ETA Alto Tietê, EB Biritiba, EB Itapanhaú, EB Camburú, EB Jundiaí.
- **Sub-Sistema Juqueri** composto de:
  - **barragens:** Atibainha, Jaguari, Cachoeira, Juqueri.
  - **túneis e adutoras:** Jaguari-Cachoeira, Cachoeira-Atibainha, Atibainha-Juqueri, Santa Inês, Santa Inês-Guará.
  - **ETAS e EBS:** EB Santa Inês, ETA Guará.
- **Outros Sub-Sistemas** compostos de:
  - **barragens:** Pirapora, Edgard de Souza, Isolina, Graças, Pedro Beicht, Guarapiranga, Billings, Rio das Pedras.
  - **canais:** Rio Tietê, Rio Pinheiros, Rio Cotia.
  - **ETAS e EBS:** EB Traição, EB Pedreira, ETA Alto da Boa Vista.

Para efeito deste trabalho será estudado somente o sub-sistema Alto-Tietê afim de permitir uma comparação melhor com o que foi estudado pelo HIBRACE. Deve-se notar que o modelo pode ser facilmente expandido para todo o sistema, uma vez que quase todas as obras que não pertencem ao sub-sistema Alto Tietê estão prontas. Devemos ainda lembrar que, ainda que a notação seja complicada as equações são bastante simples e representam a contabilidade hídrica do sistema.

### III – PROPOSIÇÃO DE UM MODELO

O modelo de escolamento proposto é um modelo de programação linear mista com algumas variáveis inteiras e restritas aos valores 0 ou 1. Esse tipo de modelo é adequado para expansão de capacidades e escalonamento de investimentos no tempo.

O modelo para maior facilidade foi dividido em 5 blocos de equações de condições, mais a equação objetivo.

#### 1º Bloco

$$V_{m+1}^t - V_m^t - D_m^t \leq F_{i_m}^{-1} (1 - \alpha)$$

Equações de continuidade em reservatórios utilizando o insumo hidrológico na forma estocástica através de função cumulativa dos deflúvios levantada a partir do traço histórico e associada a um risco  $\alpha$ .

$$V_m^t \leq \delta_{K_1}^t \cdot K_1 + \dots + \delta_{K_n}^t \cdot K_n$$

Equações de capacidade de reservatórios com a finalidade de escolha da capacidade ótima. No 4.º BLOCO veremos que só um dos  $\delta_{K_i}^t$  é igual a um e os demais iguais a zero.

$V_{m+1}^t$  = volume armazenado no reservatório no período t no início do mês  $m + 1$

$V_m^t$  = idem no mês  $m$

$D_m^t$  = vazão ou descarga no período t mês  $m$

$F_{i_m}^{-1} (1 - \alpha)$  = função cumulativa de deflúvios (levantada a partir do traço histórico) associada a um risco  $\alpha$

$\delta_{K_i}^t$  = variável inteira restrita aos valores 0 ou 1 associada ao período t, à capacidade K e a determinada obra.

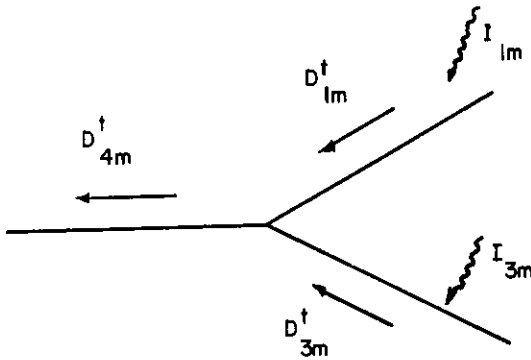
$K_i$  = uma das capacidades possíveis associada à determinada obra.

**2º Bloco**

$$D_{1m}^t - D_{2m}^t - D_{3m}^t < F_{(I_{1m} + I_{3m})}^{-1} (1 - \alpha)$$

Equação da continuidade aplicada à nós, estações de tratamento de água (ETAS) e estações de bombeamento (EBS) com insumo hidrológico estocástico.

No exemplo representa-se um nó do tipo:



A função cumulativa dos desflúvios deverá ser calculada para a soma mês a mês dos desflúvios  $I_{1m}$  e  $I_{3m}$

$$D_{1m}^t \leq \sum_{K_{ETA1}} \delta_{K_{ETA1}}^t + \dots + \sum_{K_{ETAN}} \delta_{K_{ETAN}}^t$$

Equações de escolha da capacidade ótima de ETAS e EBS. No 4.º BLOCO teremos equações que garantirão a construção de só uma das possibilidades de capacidade ou de ordem de construção dos estágios.

**3º Bloco**

$$Q_{min} - D_{1m}^t \leq F_{I_{1m}}^{-1} (1 - \alpha)$$

$$D_{1m}^t - Q_{max} \leq F_{I_{1m}}^{-1} (1 - \alpha)$$

Equações que utilizando a função cumulativa dos deflúvios garantem para cada trecho de canal uma vazão mínima para controle da poluição e uma vazão máxima para prevenção de cheias com risco associado  $\alpha$ .

**4º Bloco**

$$\sum_{i < j} \delta_{G_{K_i}}^t \geq \delta_{F_{K_j}}^t$$

Equação que garante a construção da obra G com a capacidade  $K_i$  antes da obra F com capacidade  $K_j$

$$\sum_i \sum_j \delta_{A_{K_i}}^t \leq 1$$

Equação que fazendo a somatória nos períodos e para as várias capacidades garante a existência de um só  $\delta = 1$  e portanto a construção uma só vez da obra A.

$$\sum_{i < j} \delta_{K_{ETA1}}^t \geq K_{ETA2}$$

Equação que garante a construção do estágio 1 de uma ETA ou EB antes do estágio 2.

**5º Bloco**

$$D_{1m}^t + D_{2m}^t + \dots \geq D^t$$

$D^t$  = Demanda de água no período t

Equações que satisfazem a demanda de água em cada período t, obrigando as vazões afluentes às ETAS a respeitarem a demanda global no período.

**Equação Objetivo**

$$\min \left\{ \sum_{\text{projetos A, B, C}} \left| \sum_{t=1}^T \delta^t \frac{C}{(1+r)^{nt + \frac{n}{2}}} \right| + \sum_{\text{projetos M, N, O}} \left| \sum_{t=1}^T (\delta^t - \delta^{t-1}) \frac{C}{(1+r)^{nt + \frac{n}{2}}} \right| \right\}$$

A equação objetivo consiste na minimização dos valores presentes dos custos das obras construídas sem estágios mais os valores presentes das obras construídas com estágios.

No ANEXO A temos para um diagrama simplificado do sub-sistema alto Tietê as equações para todas as obras.

#### IV – CONCLUSÕES

O modelo proposto oferece reais vantagens no atendimento às necessidades de planejamento de expansão de capacidade devido à sua flexibilidade e exatidão trazidos por:

- 1 – Adoção do insumo hidrológico estocástico que além de aproximar o modelo da realidade permite a introdução do risco através do qual o planejador pode interferir no modelo.
- 2 – Algoritmo de Programação linear mista com variáveis inteiras restritas a valores 0 ou 1 que elimina o distanciamento da solução ótima causado pela aproximação de valores próximos de zero ou um, para esses valores. Já existe disponível no Brasil «hardware» de grande capacidade e velocidade (computadores IBM/370 modelos 145, 158, Burroughs 6.500 etc.) e «software» como por exemplo MPSX da IBM (Programação Linear) em conjunto com M.I.P. (Mixed Integer Linear Programming), que permitem a programação linear mista com variáveis inteiras restritas aos valores 0 ou 1.

Queremos lembrar que a programação linear é um instrumento de planejamento e não uma finalidade em si. Por mais interessante que o método seja a vivência pessoal, o sentimento e a criatividade do planejador são as verdadeiras armas na consecução dos objetivos pretendidos e devem ser usadas com bastante cuidado na análise dos resultados finais obtidos.

#### BIBLIOGRAFIA

1. GASS, Saul I. — Linear Programming, McGraw-Hill, Book Company, 1965.
2. TORRES, Oswaldo Fadigas Fontes — Curso de Estatística, apostilas EPU SP, 1967.
3. HERMANN, Roberto Max — O método das Restrições Probabilísticas nos Dimensionamentos e Operação de Reservatórios. Revista do DAE, n.º 87, 1972.
4. HERMANN, Roberto Max — Modelos para Análise de Programas de Expansão de Capacidade. Revista do DAE, n.º 82, 1971.
5. CHOW, V. T. e MEREDITH, Dale-D. — Water Resources Systems Analysis. Review of Programming Techniques. U. Illinois, 1969.
6. OCHOA-ROSSO, F. — Optimization Techniques to Capital Investments and Network Synthesis Problems, Doctoral Dissertation, MIT-1968.
7. DAEE — Desenvolvimento Global dos Recursos Hídricos das Bacias do Alto Tietê e Cubatão. Convênio HIBRACE. Plano Diretor de Obras, 1969.

# ANEXO A

Dado o esquema simplificado do sub-sistema do Alto Tietê do desenho nº 2 e com base nas equações descritas no capítulo V, podemos escrever:

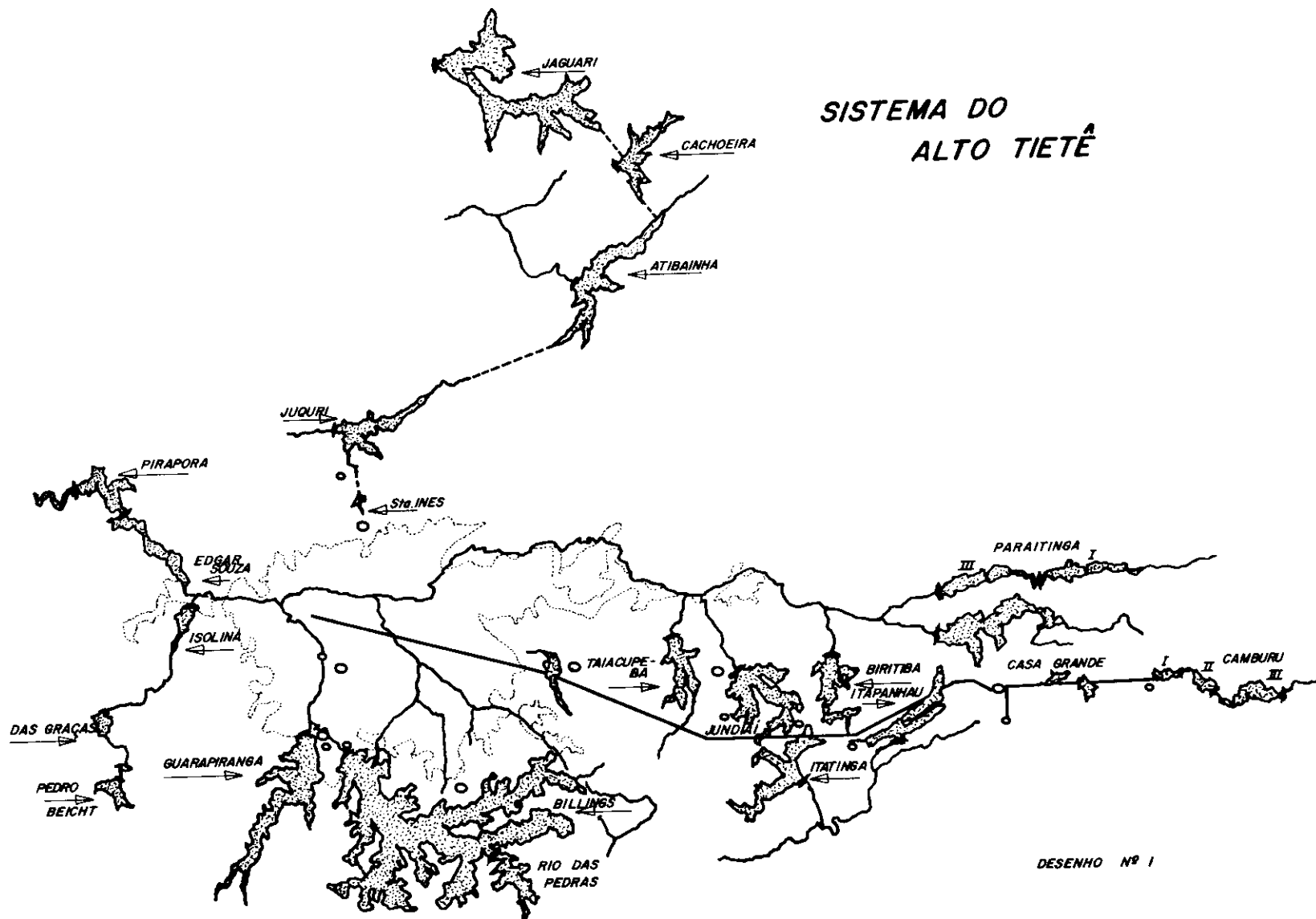
### 1º BLOCO

$$\begin{aligned}V_{A_{m+1}}^t - V_{A_m}^t - D_{1_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{A_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{B_{m+1}}^t - V_{B_m}^t - D_{2_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{B_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{C_{m+1}}^t - V_{C_m}^t - D_{2_m}^t - D_{3_m}^t &\leq F_{(\bar{I}_{2_m} + \bar{I}_{C_m})}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{D_{m+1}}^t - V_{D_m}^t - D_{15_m}^t - D_{6_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{D_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{E_{m+1}}^t - V_{E_m}^t - D_{16_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{E_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{F_{m+1}}^t - V_{F_m}^t - D_{25_m}^t - D_{7_m}^t - D_{6_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{F_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{G_{m+1}}^t - V_{G_m}^t - D_{11_m}^{-t} + D_{9_m}^t - D_{27_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{6_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{H_{m+1}}^t - V_{H_m}^t - D_{13_m}^t &\leq F_{\bar{I}_{H_m}}^{-1} (1 - \alpha) \\V_{A_m}^t &\leq \delta_{KA_1} \cdot KA_1 + \dots + \delta_{KA_5} \cdot KA_5 \\&\quad \vdots \\V_{H_m}^t &\leq \delta_{KH_1} \cdot KH_1 + \dots + \delta_{KH_5} \cdot KH_5\end{aligned}$$

### 2º BLOCO

$$\begin{aligned}\text{Nó X } \left\{ \begin{aligned} D_{4_m}^t - D_{3_m}^t - D_{1_m}^t &\leq F_{(\bar{I}_{3_m} + \bar{I}_{1_m})}^{-1} (1 - \alpha) \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \end{aligned} \right. \\ \text{Nó W } \left\{ \begin{aligned} D_{14_m}^t - D_{12_m}^t - D_{13_m}^t &\leq F_{(\bar{I}_{12_m} + \bar{I}_{13_m})}^{-1} (1 - \alpha) \end{aligned} \right. \\ \\ D_{27_m}^t &\leq \delta_{KETA_1} \cdot KETA_1 + \dots + \delta_{KETA_5} \cdot KETA_5 \\ &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ D_{5_m}^t &\leq \delta_{KEB_1} \cdot KEB_1 + \dots + \delta_{KEB_5} \cdot KEB_5\end{aligned}$$





DESENHO Nº 1

# ESQUEMA SIMPLIFICADO DO ALTO TIETÉ

