

UTILIZAÇÃO DE MODELOS ANALÓGICOS VISANDO O MANEJO ADEQUADO DOS AQUÍFEROS

ENG.º MAURICIO CLEINMAN (*)

O presente trabalho faz parte da tese de mestrado do autor, em andamento no Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, sob a orientação do Prof. Dr. Rui Carlos de Camargo Vieira, com o auxílio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

1. INTRODUÇÃO

Com a atual política de Saneamento Básico que consiste, nesta primeira etapa, em dotar a maior parte dos municípios brasileiros com água própria para abastecimento, os engenheiros sanitaristas vêm-se às voltas com o problema de procurar mananciais capazes de fornecer água tanto, em quantidade suficiente, como em qualidade, isto é, dentro dos padrões de potabilidade para água, em vigência. Devido a problemas tais como poluição dos cursos d'água ou distância muito grande dos mananciais aos centros consumidores, implicando em projetos anti-econômicos, estes engenheiros estão optando como solução a utilização de água proveniente de aquíferos.

O principal objetivo deste artigo, é mostrar a necessidade de se estabelecer uma política de manejo de aquíferos, para que não ocorra com eles, caso sejam mau operados, sua poluição ou até mesmo sua extinção.

O estabelecimento de normas ou de política de uso de aquíferos é possível através da utili-

zação de modelos analógicos, tais como método analógico elétrico, caixa de areia, analogia de Hele-Shaw, cuba eletrolítica, nos quais se podem simular as várias condições de utilização de um aquífero e com os resultados auferidos, determinar uma política de manejo adequada ao mesmo.

2. ESTABELECIMENTO DA ANALOGIA

No caso em estudo, a analogia foi estabelecida entre o escoamento da água em aquíferos e o escoamento entre duas placas paralelas, simulando um escoamento laminar bidimensional.

2.1 — Balanço hídrico subterrâneo

Considere-se, em um aquífero uma zona de balanço, onde se tem uma seção de entrada, uma de saída e uma zona de variação do coeficiente de armazenamento.

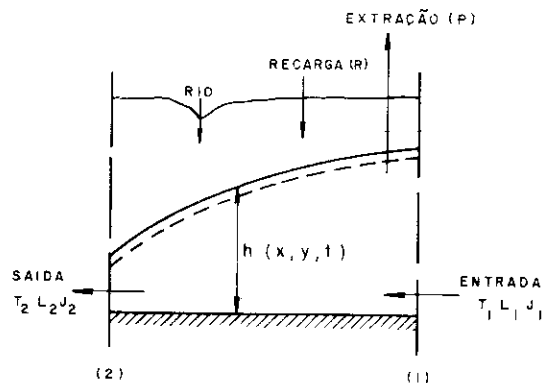


Fig. 1

(*) Bolsista da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo — Brasil.

Na seção (1), tem-se a vazão de entrada que é dada por $T_1 \cdot L_1 \cdot J_1$; a realimentação N do aquífero na região entre as seções de entrada e saída que é dada pela diferença entre a recarga e a extração e a vazão de saída dada por $T_2 \cdot L_2 \cdot J_2$, onde:

- T_1 e T_2 — transmissividade
- J — gradiente hidráulico
- L_1 e L_2 — comprimento das seções de entrada e saída respectivamente
- h — altura piezométrica
- R — recarga
- P — extração
- $N = R - P$ — realimentação

Donde a equação do balanço por unidade de área e intervalo de tempo Δt :

$$T_1 L_1 J_1 - T_2 L_2 J_2 + N = S \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

Considerando as seguintes hipóteses simplificadoras:

a) **Isotropia**

$$T_x = T_y = T$$

e

$$S_x = S_y = S$$

b) **Escoamento bidimensional**

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0$$

Então, passando ao limite, tem-se a seguinte equação diferencial para o balanço hídrico subterrâneo:

$$T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + N = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

2.2 — **Equações de Navier-Stokes aplicadas ao escoamento entre placas paralelas**

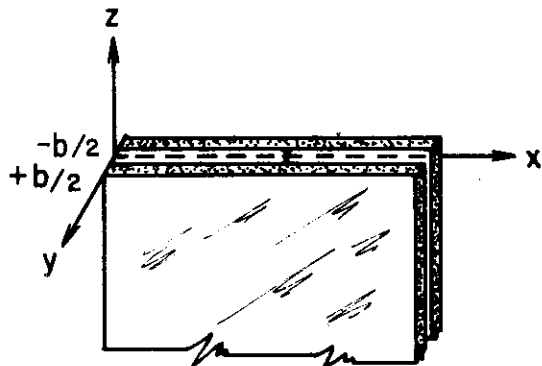


Fig. 2

As equações de Navier-Stokes para este tipo de escoamento são as seguintes:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$0 = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - g$$

onde, u e w são as componentes da velocidade, respectivamente nas direções x e z e a componente v na direção y é igual a zero por ser perpendicular às placas.

Neste tipo de escoamento, as forças de viscosidade são tão grandes que as de inércia, representadas no 1.º membro das equações, podem ser desprezadas. Além disto, as variações de u e w e de suas derivadas na direção y são muito maiores que as variações de u e w no plano $x-z$, portanto as derivadas de segunda ordem das componentes de velocidade nas direções x e z podem ser desprezadas se comparadas com

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \text{ e } \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

Então, as equações de Navier-Stokes, ficam:

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - g$$

Nota-se, na equação $-\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ que a

pressão p não é função de y .

As outras duas expressões, são equações diferenciais ordinárias de u e w em função de y ,

observando-se que para $y = \pm b/2$, onde b é o espaçamento entre as placas, $u = w = 0$.

Integrando-se estas duas equações, temos:

$$w = \frac{1}{2\mu} \left(y^2 - \frac{b^2}{4} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left((p + \rho g z) \right)$$

$$u = \frac{1}{2\mu} \left(y^2 - \frac{b^2}{4} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left((p + \rho g z) \right)$$

E, as velocidades médias entre as placas espaçadas da distância b são:

$$\bar{u} = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{+b/2} u dy$$

$$\bar{u} = - \frac{b^2 \gamma}{12\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(z + \frac{p}{\gamma} \right)$$

$$\bar{w} = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{+b/2} w dy$$

$$\bar{w} = - \frac{b^2 \gamma}{12\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(z + \frac{p}{\gamma} \right)$$

2.3 — Existência da analogia

Designando-se:

$$K_m = \frac{b^2 \gamma}{12\mu}$$

e

$$h_m = z + \frac{p}{\gamma}$$

pode-se escrever as equações das velocidades médias nas direções x e z da seguinte forma:

$$\bar{u} = - K_m \frac{\partial h_m}{\partial x}$$

$$\bar{w} = - K_m \frac{\partial h_m}{\partial z}$$

Estas equações estão em perfeita analogia com a equação que define a lei de Darcy, qual seja:

$$V = - K \frac{dh}{dl}$$

onde:

1) V na lei de Darcy é análogo a \bar{u} e \bar{w} , velocidades médias nas direções x e z do modelo.

2) K na lei de Darcy é análogo a $\frac{b^2 \gamma}{12\mu}$ no modelo.

3) $\frac{dh}{dl}$ é o gradiente hidráulico análogo a

$$\frac{\partial h_m}{\partial x} \text{ e } \frac{\partial h_m}{\partial z}, \text{ no modelo}$$

2.4 — Escalas

Como vimos, a equação do aquífero é dada por:

$$T_p \left(\frac{\partial^2 h_p}{\partial x_p^2} + \frac{\partial^2 h_p}{\partial y_p^2} \right) + N_p = S_p \frac{\partial h_p}{\partial t_p}$$

A correspondente equação do modelo, levando em conta a equação da continuidade é dada por:

$$T_m \left(\frac{\partial^2 h_m}{\partial x_m^2} + \frac{\partial^2 h_m}{\partial y_m^2} \right) + N_m = S_m \frac{\partial h_m}{\partial t_m}$$

As escalas são as razões entre as características do modelo e as do protótipo. Portanto, temos:

$$T_r = \frac{T_m}{T_p}; \quad h_r = \frac{h_m}{h_p}; \quad x_r = \frac{x_m}{x_p};$$

$$y_r = \frac{y_m}{y_p}$$

$$N_r = \frac{N_m}{N_p}; \quad S_r = \frac{S_m}{S_p}; \quad t_r = \frac{t_m}{t_p}$$

sendo que $x_r = y_r$: escala de comprimento.

Substituindo esses valores na equação do modelo, temos:

$$T_r T_p \left[\frac{\partial^2 h_r h_p}{\partial (x_r x_p)^2} + \frac{\partial^2 h_r h_p}{\partial (x_r y_p)^2} \right] + N_r N_p = S_r S_p \frac{\partial h_r h_p}{\partial t_r t_p}$$

ou

$$\frac{T_r h_p}{x^2 r} \left[T_p \left(\frac{\partial^2 h_p}{\partial x^2 p} + \frac{\partial^2 h_p}{\partial y^2 p} \right) \right] + N_r N_p = \left(\frac{S_r h_r}{t_r} \right) S_p \frac{\partial h_p}{\partial t_p}$$

Para que essa equação e a do protótipo sejam compatíveis, é necessário que:

$$\frac{T_r h_r}{x_r^2} = A$$

$$N_r = A$$

$$\frac{S_r h_r}{t_r} = A$$

ou

$$\frac{T_r h_r}{x_r^2} = N_r = \frac{S_r h_r}{t_r}$$

Essas igualdades deverão ser satisfeitas para que se tenha um perfeito estabelecimento da analogia entre o modelo e o protótipo.

3. DIMENSIONAMENTO DE UM MODELO

3.1 — Problemas construtivos

Pesquisadores, tais como Santing e Aravin propuseram como limite para o número de Reynolds que é a relação entre as forças de inércia e as forças de viscosidade o valor 1.000, acima do qual o escoamento deixa de ser laminar, isto obriga que o espaçamento entre as placas seja muito pequeno, variando de frações de milímetro até 1 milímetro, quando o líquido utilizado no modelo tiver baixa viscosidade cinemática, tais como a água ou óleos leves; no caso de utilização de líquidos de alta viscosidade cinemática como a glicerina ou óleos pesados, o espaçamento pode chegar até alguns milímetros.

Outro problema é o fato de que a viscosidade da glicerina e da maioria dos óleos varia muito com a temperatura. Para saná-lo, basta que o modelo seja operado em salas que tenham a temperatura controlada.

Para medirmos o coeficiente de armazenamento, colocamos na placa superior, uma rede de tubos abertos, conectados com o interstício entre as placas, onde um aumento do nível do líquido no interior do tubo, representa aprovi-

sionamento, enquanto que um decréscimo representa uma liberação de água armazenada.

O coeficiente de armazenamento do modelo S_m é definido em analogia com o do protótipo S_p , sendo sua definição a seguinte: é a quantidade de líquido liberada por uma coluna do interstício com seção unitária, quando a superfície piezométrica abaixa de um comprimento unitário.

Como é imposto um tubo por área A_m do modelo, tem-se que:

$$S_m = \frac{r_m^2}{A_m}$$

onde:

r_m — raio do tubo

A_m — área de influência de cada tubo.

3.2 — Aplicação a um caso em estudo

Está em fase de construção nas oficinas do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo um modelo analógico Hele-Shaw.

Este modelo por ser o primeiro, está sendo construído com uma série de simplificações, visando principalmente a técnica de manipulação do aparelho.

3.2.1 — Simplificações e alguns valores adotados no modelo em construção:

- a) Foi considerado um aquífero confinado de permeabilidade constante em toda sua espessura o que implica que no modelo devemos ter um espaçamento entre as placas constante, evitando a inserção de placas finas a fim de reduzir o espaço de escoamento do líquido, indicando variação de permeabilidade.
- b) Foi estimada uma espessura média para o aquífero igual a 200 m.
- c) A transmissividade do aquífero em estudo foi estimada em 0,0039 m²/s.
- d) O espaçamento entre as placas do modelo adotado foi de 0,002 m.
- e) Para a aceleração da gravidade (g), foi adotado o valor de 10 m²/s.
- f) Para raio dos tubos foi adotado o valor igual a 0,0078 m e para a área de influência desses tubos 0,0016 m², isto é, quadrados com 0,04 de lado. Com estes valores pôde-se de-

terminar o coeficiente de armazenamento do modelo que é igual a 3×10^2 .

- g) Outros valores: Estão em fase de estudo os valores a serem adotados para a transmissividade do modelo e o coeficiente de armazenamento do protótipo, o líquido a ser empregado e as escalas de tempo e comprimentos.

4. CONCLUSÃO

Mesmo levando em consideração as simplificações adotadas, o modelo é capaz, através das excitações a ele impostas, de indicar o comportamento de um aquífero a longo prazo, permitindo com isso o estabelecimento de uma política de manejo adequado.

É necessário que as atenções se voltem para este tipo de manancial, agora, enquanto estão sendo pouco utilizados, para que no futuro, não ocorra com ele o que está acontecendo com os mananciais superficiais, em sua grande maioria poluídos, quando não contaminados.

É preciso, portanto, que se crie um órgão em nível nacional que estude, planeje e controle tudo quanto diz respeito a aquíferos e água subterrânea, criando com isso uma men-

talidade destinada a preservar este tipo de manancial.

BIBLIOGRAFIA

1. BEAR, J. — "Scales of Viscous Analogy Models for Ground Water Studies" — ASCE, Journal of the Hydraulics Division, pp. 11-23, Fev. 1960.
2. CASTANY, G. — *Prospection et Exploitation des Eaux Souterraines* — Dunod, Paris, 1968.
3. LENCASTRE, A. — *Manual de Hidráulica Geral* — Edgard Blucher Editora da Universidade de São Paulo — São Paulo, 1972.
4. DE WIEST, R. J. M. — *Geohydrology* — John Wiley & Sons, Inc. — New York, 1965.
5. VIEIRA, R. C. C. — *Atlas de Mecânica dos Fluidos* — Edgard Blucher Editora da Universidade de São Paulo — São Paulo, 1971.
6. NOTAS TAQUIGRÁFICAS do "Seminário Avançado sobre Desenvolvimento e Manejo de Recursos Hídricos Subterrâneos" — Buenos Aires, 1971.
7. D.A.E.E. — *Estudo de Águas Subterrâneas* — Geopesquisadora Brasileira S.A., Tahal Consulting Engineers Ltd. — São Paulo, junho de 1972.