

CORROSÃO E PROTEÇÃO CATÓDICA

ENG.º EDUARDO GOMES DOS REIS (*)

Como se sabe, a corrosão de peças metálicas mergulhadas em meio agressivo, poderá ser impedida por revestimento protetor adequado, por injeção de corrente elétrica, ou por ambos os processos ao mesmo tempo.

Em peças metálicas enterradas, o revestimento poderá se deteriorar com o decorrer do tempo, não oferecendo proteção conveniente.

Tornar-se mais seguro a injeção de corrente elétrica, que aumentará a eficácia representada pelo revestimento.

Assim sendo, vamos supor uma tubulação metálica, secção constante, revestida, enterrada em solo homogêneo, e eletricamente condutor, como mostra a Figura 1.

Se injetarmos na mesma uma corrente elétrica contínua ou retificada, e chamarmos origem o ponto O, onde se faz a ligação elétrica, poderemos admitir um ponto A da tubulação, situado a uma distância x da origem, onde a corrente elétrica circulante terá valor diferente daquele do ponto de ligação. Poderemos assim denominar:

I_0 — intensidade da corrente que circula na tubulação, no ponto de origem O.

I — intensidade da corrente que circula na tubulação, no ponto A situado a uma distância x da origem.

E_0 — Potencial da tubulação em relação ao solo envolvente, no ponto O.

E — Potencial da tubulação em relação ao solo envolvente, no ponto A.

r — resistência elétrica da tubulação, admitida uniforme, e por unidade de comprimento.

t — resistência elétrica do revestimento externo da tubulação, também admitida uniforme,

e por unidade de comprimento. Nessas condições, a corrente que entra na tubulação pelo trecho AB, de comprimento dx, terá o seguinte valor.

$$dI = -\frac{E}{t} dx$$

ou

$$\frac{dI}{dx} = -\frac{E}{t} \quad (1)$$

Por outro lado, a queda de potencial entre os pontos A e B será igual a

$$dE = r I dx$$

ou

$$\frac{dE}{dx} = r I \quad (2)$$

Dessas duas equações fundamentais se originam todas as demais, como veremos a seguir. Portanto, derivando as equações (1) e (2) em relação a x teremos:

$$\frac{d^2I}{dx^2} = -\frac{1}{t} \frac{dE}{dx} \quad (3)$$

e

$$\frac{d^2E}{dx^2} = r \cdot \frac{dI}{dx} \quad (4)$$

Substituindo $\frac{dE}{dx}$ na equação (3) pelo seu valor dado na equação (2), teremos:

$$\frac{d^2I}{dx^2} = -\frac{r}{t} \cdot I \quad (5)$$

(*) Assessor da Diretoria de Obras da SAEC.

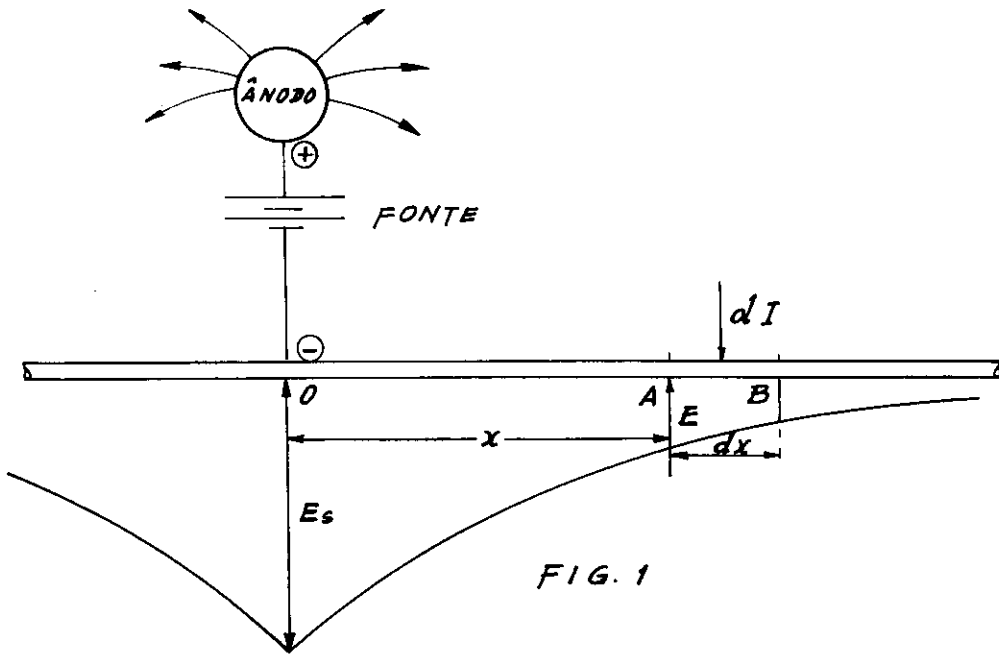


FIG. 1

Do mesmo modo, substituindo $\frac{dI}{dx}$ na equação (4) pelo seu valor na equação (1), teremos:

$$\frac{d^2E}{dx^2} = \frac{r}{t} E \quad (6)$$

Passando para o primeiro membro, o segundo membro das equações (5) e (6), teremos:

$$\frac{d^2I}{dx^2} - \frac{r}{t} \cdot I = 0$$

e

$$\frac{d^2E}{dx^2} - \frac{r}{t} \cdot E = 0$$

Como se sabe, trata-se de equações diferenciais lineares de segunda ordem, cujas equações características serão respectivamente

$$p^2 - \frac{r}{t} = 0$$

e

$$q^2 - \frac{r}{t} = 0$$

Onde:

$$p = \pm \sqrt{\frac{r}{t}}$$

$$q = \pm \sqrt{\frac{r}{t}}$$

Por conseguinte, as soluções completas das equações (5) e (6), serão respectivamente:

$$I = c_1 e^x \sqrt{\frac{r}{t}} + c_2 e^{-x} \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (7)$$

e

$$E = c_3 e^x \sqrt{\frac{r}{t}} + c_4 e^{-x} \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (8)$$

Para simplificar, fazendo $\sqrt{\frac{r}{t}} = a$, teremos:

$$I = c_1 e^{ax} + c_2 e^{-ax} \quad (9)$$

e

$$E = c_3 e^{ax} + c_4 e^{-ax} \quad (10)$$

Essas equações apresentarão soluções particulares, para cada situação real em que se encontrar a tubulação. Por exemplo, em uma tubulação de comprimento infinito, o potencial e a corrente circulante serão máximos no ponto de origem O, e nulos a uma distância infinita do mesmo.

Portanto, para $x = 0$, onde $I = I_s$ e $E = E_s$, teremos:

$$I_s = c_1 + c_2$$

e

$$E_s = c_3 + c_4$$

Para $x = \infty$, onde $I = 0$ e $E = 0$, teremos:

$$c_1 + c_2 = 0$$

e

$$c_3 + c_4 = 0$$

Essa condição só será possível quando as constantes de integração c_1 e c_3 forem nulas, pois a função e^{ax} é crescente para valores positivos de x .

Nessas condições poderemos dizer que, neste caso particular de uma tubulação de comprimento infinito

$$I = I_s e^{-ax} \quad (11)$$

e

$$E = E_s e^{-ax} \quad (12)$$

Assim sendo, vamos supor uma tubulação de aço, eletricamente contínua, $\varnothing 800\text{mm}$, $1/4''$ de espessura, e cujo revestimento externo tenha, por exemplo, resistência elétrica de 5000 ohms/m^2 .

Vamos ainda supor que essa tubulação esteja enterrada em solo agressivo, necessitando ser protegida catódicamente contra a corrosão. Para esse tipo de revestimento poderemos admitir uma corrente de proteção mínima de $0,2 \text{ mA/m}^2$, e máxima de $0,5 \text{ mA/m}^2$.

Convém notar que correntes de proteção maiores do que $0,5 \text{ mA/m}^2$, poderão destacar este revestimento, devido à intensa polarização a que darão origem.

Nessas condições calcularemos inicialmente os valores de r e t .

Sendo a resistência elétrica do aço igual a $0,17 \text{ ohm/mm}^2/\text{m}$, a resistência elétrica da tubulação considerada, por metro de comprimento, será

$$r = \rho \frac{l}{s} = \frac{0,17}{806,35 \times 6,35 \pi} = 1,0568 \times 10^{-5} \text{ ohms/m}$$

Por sua vez, a resistência elétrica do revestimento, também por metro de tubulação, será

$$t = \rho \frac{l}{s} = \frac{5000}{0,8127 \pi} = 1958 \text{ ohms/m}$$

O potencial mínimo E_0 , da tubulação em relação ao solo envolvente, para que a corrente protetora $I_{p \text{ min}}$ seja igual a $0,2 \text{ mA/m}^2$ deverá ser

$$E_0 = t \cdot I_{p \text{ min}} = 5000 \times 0,0002 = 1 \text{ volt}$$

e o seu potencial máximo, no ponto de origem O , será

$$E_s = t \cdot I_{p \text{ max}} = 5000 \times 0,0005 = 2,5 \text{ volts}$$

Com esses elementos passaremos ao cálculo da extensão protegida, de cada lado do ponto de origem O . Vimos pela fórmula (12) que

$$E = E_s e^{-ax}$$

Para o nosso caso

$$a = \sqrt{\frac{r}{t}} = \sqrt{\frac{1,0568 \times 10^{-5}}{1958}} = 0,7346 \times 10^{-4}$$

Transformando a fórmula (12), e fazendo $E = E_0$, teremos

$$E = E_0 e^{-ax}$$

Resolvendo essa equação em relação à x , teremos

$$x = \frac{1}{a} \cdot \ln \frac{E}{E_0} = \frac{1}{a} \ln \frac{2,5}{1,0}$$

$$x = \frac{10000}{0,7346} \times 2,30259 \times 0,39794 = 12473 \text{ m}$$

Vemos por aí que uma única fonte protetora, neste caso particular, poderá proteger 24946 m da tubulação considerada.

Vimos também pela fórmula (1) que

$$dI = \frac{E}{t} dx$$

Substituindo E pelo seu valor dado pela fórmula (12), teremos

$$dI = \frac{E_s}{t} e^{-ax} dx$$

Portanto, a corrente total a ser injetada no ponto O , necessária para proteger 24946 m dessa tubulação, será

$$I_{\text{tot}} = 2 \int_0^l \frac{E_s}{t} e^{-ax} dx$$

ou

$$I_{\text{tot}} = \frac{2 E_s}{at} (1 - e^{-al}) \quad (13)$$

Mas

$$at = t \sqrt{\frac{r}{t}} = \sqrt{rt} =$$

$$= \sqrt{1,0568 \times 10^{-5} \times 1958} = 0,14385 \text{ ohms/m}$$

e

$$a l = 0,7346 \times 10^{-4} \times 12743 = 0,916266 \text{ m}$$

Levando esses elementos à fórmula anterior, teremos

$$I_{\text{tot}} = \frac{2 \times 2,5}{0,14385} (1 - e^{-0,916266}) = 20,85 \text{ ampères}$$

A potência elétrica necessária, seria

$$W_1 = E_s I_{\text{tot}} = 2,5 \times 20,85 \cong 53 \text{ watts}$$

Convém recordar que os potenciais considerados até agora, são os potenciais absolutos da tubulação relativamente ao solo que a envolve.

Se medirmos esses potenciais por meio de um eletrodo de referência, teremos

$$E_a = E_m + E_e \quad (14)$$

Sendo E_a o potencial absoluto procurado, E_m o potencial medido por meio do eletrodo de referência, e E_e o potencial do próprio eletrodo de referência.

Como a proteção catódica se faz tornando a tubulação negativa em relação ao meio envolvente, E_a deverá ter sempre valor negativo.

Se utilizarmos como referência o eletrodo de sulfato de cobre saturado, cujo potencial constante é igual a + 0,593 volts em relação ao potencial zero absoluto, deveremos ter no ponto de origem O.

$$- 2,5 = E_m + 0,593$$

ou

$$E_m = - 2,5 - 0,593 = - 3,093 \text{ volts}$$

No ponto extremo considerado, isto é, a 12473 m da origem, o potencial medido deverá ser

$$E'_m = - 1,0 - 0,593 = - 1,593 \text{ volts}$$

Convém notar que com o decorrer do tempo a tubulação ficará polarizada, e esses potenciais E_m tenderão a aumentar negativamente.

Para injetarmos essa corrente elétrica na tubulação, teremos necessidade de uma fonte de corrente contínua ou retificada, capaz de fornecer 20,85 ampères, e de uma tomada de terra, ou

ânodo, à qual se ligará o polo positivo da fonte. Sempre se deverá ter cuidado com as tubulações metálicas vizinhas enterradas, para que não venham a ser atacadas pela corrente protetora que, saindo do ânodo, se dirigirá para a tubulação a ser protegida.

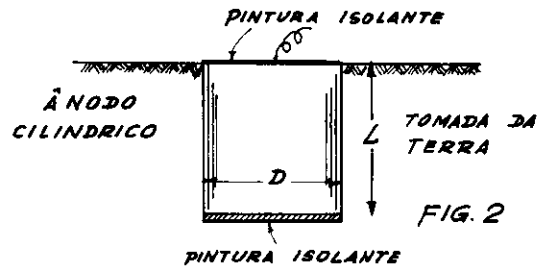
É evidente que a fonte de corrente deverá ser provida de disjuntores, reostatos reguladores, voltímetro, amperímetro, etc.

Voltando ao ânodo, ou tomada de terra, necessitaremos conhecer a sua resistência elétrica em relação ao solo que o envolve.

A resistência elétrica em relação ao solo distante, de um ânodo cilíndrico é dada pela fórmula aproximada

$$R = \frac{\rho}{2 \pi L} \left(\ln \frac{8L}{D} - 1 \right) \quad (15)$$

na qual ρ é a resistividade do solo envolvente, L a profundidade do ânodo, isto é, a altura do cilindro a partir da superfície do solo, e D o seu diâmetro, como mostra a Figura 2.



Se esse ânodo for colocado em um solo cuja resistividade for de 1000 ohms/cm²/cm, e admitirmos uma densidade de corrente na sua superfície externa, de 10 mA/dcm² ou 1 A/m², a sua área lateral deverá ser

$$S = \frac{20,85}{1} = 20,85 \text{ m}^2$$

Se esse ânodo tiver 2,5 m de diâmetro externo, a sua altura deverá ser

$$L = \frac{20,85}{2,5 \pi} = 2,66 \text{ m}$$

Por conseguinte a sua resistência terra será igual a

$$R = \frac{1000}{2 \times 266 \pi} \left(\ln \frac{8 \times 266}{250} - 1 \right) = 0,683 \text{ ohms}$$

A queda de potencial devida ao ânodo será

$$E_1 = R I_{\text{tot}} = 20,85 \times 0,683 = 14,24 \text{ volts}$$

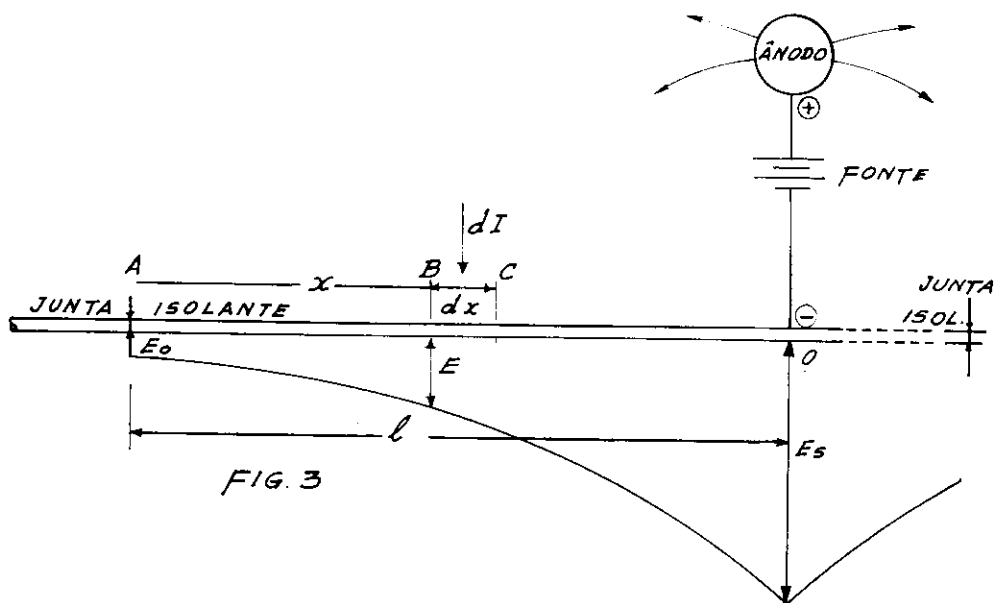


FIG. 3

Se colocarmos esse ânodo a 100 m de distância do eixo da tubulação, e o ligarmos à fonte por meio de um fio isolado de cobre n.º 10, cuja resistência elétrica é da ordem de 0,00327 ohms/m, a queda de potencial acarretada pelo mesmo será

$$E_2 = 100 \times 0,00327 \times 20,85 = 6,82 \text{ volts}$$

Desprezando a resistência interna da fonte, a sua diferença de potencial sob a corrente de 20,85 ampères deverá ser

$$E_{\text{tot}} = E_s + E_1 + E_2 = 2,5 + 14,24 + 6,82 = 23,56 \text{ volts}$$

Portanto, a potência útil despendida pela fonte para proteger catodicamente esse trecho de tubulação, será

$$W = E_{\text{tot}} \cdot I_{\text{tot}} = 23,56 \times 20,85 = 491,23 \text{ watts}$$

O exercício foi apresentado sob um ponto de vista puramente hipotético, pois dificilmente se apresentará a oportunidade de proteção catódica de uma tubulação de 25 km de comprimento, com um único ânodo.

Convém lembrar que seja qual for o metal constituinte do ânodo, este sofrerá uma dissolução, devido à saída da corrente elétrica.

Como se sabe, 96500 coulombs libertam um equivalente eletroquímico do metal constituinte do ânodo. Se este for constituído por um cilindro de chapa de aço, teríamos uma perda anual de

$$P = \frac{20,85 \times 3600 \times 24 \times 365 \times 55,74}{96500 \times 2} = 189.898 \text{ gramas}$$

ou aproximadamente 190 kg de ferro dissolvidos por ano.

Vê-se daí que tal seja a espessura da chapa constituinte do ânodo, este em pouco tempo deveria ser substituído. Por outro lado deve-se, de vez em quando, examinar a resistência de terra do ânodo, e verificar o seu grau de intoxicação. A sua despolarização é feita pela inversão da corrente, utilizando-se para isso um outro ânodo auxiliar.

Vamos voltar atrás e examinar novamente a equação (10) onde se viu que

$$E = c_3 e^{ax} + c_4 e^{-ax}$$

Vamos agora supor a origem das coordenadas no ponto A, situado a uma distância l do ponto O, onde a fonte é ligada à tubulação.

Derivando a equação (10) em relação a x , teremos

$$\frac{dE}{dx} = a c_3 e^{ax} - a c_4 e^{-ax} \quad (16)$$

Mas segundo a equação (2)

$$\frac{dE}{dx} = r I$$

Levando esse valor à equação (16), teremos

$$r I = a c_3 e^{ax} - a c_4 e^{-ax} \quad (17)$$

Se admitirmos o ponto A como extremidade da tubulação, ou ponto de corte da sua continuidade elétrica, a corrente que circula nesse

ponto será evidentemente nula. Portanto, quando x for igual a zero, a equação (17) nos dirá que

$$c_3 - c_4 = 0 \quad \text{ou} \quad c_3 = c_4$$

Assim sendo, a equação (10) transforma-se-á em

$$E = c_3 (e^{ax} + e^{-ax})$$

ou

$$E = 2 c_3 \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2}$$

ou

$$E = 2 c_3 \text{ Ch}ax \quad (18)$$

Ainda quando x for igual a zero, neste caso particular de uma tubulação de comprimento limitado, o potencial da tubulação em relação ao solo envolvente terá atingido o seu valor mínimo, que chamaremos E_0 . Nessas condições a equação (18) nos dirá que

$$E_0 = 2 c_3 \quad \text{ou} \quad c_3 = \frac{E_0}{2} \quad (19)$$

pois, como se sabe, $\text{Ch}0 = 1$. A equação (18) se transformará em

$$E = E_0 \text{ Ch}ax \quad (20)$$

Quando x for igual a l , o potencial da adutora deverá ter atingido o seu máximo valor, isto é, $E = E_s$, e a equação (20) se transformará em

$$E_s = E_0 \text{ Ch}al \quad (21)$$

Dividindo membro a membro as equações (20) e (21), teremos

$$E = E_s \frac{\text{Ch}ax}{\text{Ch}al} \quad (22)$$

As equações (20) e (22) mostram a variação do potencial E , em função de E_0 e E_s .

Do mesmo modo, sendo $c_3 = c_4$, a equação (17) transformar-se-á em

$$I = \frac{a}{r} c_3 (e^{ax} - e^{-ax})$$

Substituindo c_3 pelo seu valor dado na equação (19), teremos

$$I = \frac{a E_0}{r} \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{2}$$

ou

$$I = \frac{a E_0}{r} \text{Sh}ax \quad (23)$$

Quando x for igual a l , a corrente que circula na tubulação terá o seu máximo valor, isto é, I será igual a I_s .

Portanto

$$I_s = \frac{a E_0}{r} \text{Sh}al \quad (24)$$

Dividindo membro a membro as equações (23) e (24), teremos

$$I = I_s \frac{\text{Sh}ax}{\text{Sh}al} \quad (25)$$

fórmula que nos dá a variação de I em função de I_s .

Convém recordar que quando x for igual a zero, a corrente que circula na extremidade da tubulação será também igual a zero.

Vamos agora admitir que a tubulação do exercício anterior tenha um comprimento limitado, isto é, 12473 m de cada lado do ponto 0, e à qual aplicaremos o segundo grupo de fórmulas, a partir da equação (16). Assim sendo

$$al = 0,7346 \times 10^{-4} \times 12473 = 0,916266$$

e

$$\text{Ch} 0,916266 \cong 1,45$$

e

$$\text{Sh} 0,916266 \cong 1,05$$

Nessas condições a equação (21) nos dará

$$E_0 = \frac{E_s}{\text{Sh}al} = \frac{2,5}{1,45} = 1,724 \text{ volts}$$

Substituindo o valor de E na equação (1) pelo seu valor dado pela equação (20), teremos

$$dI = \frac{E_0}{t} \text{Ch}ax \, dx$$

Portanto, a corrente total necessária para proteger 12473 m de tubulação, será

$$I_{\text{tot}} = \frac{E_0}{t} \int_0^l \text{Ch}ax \, dx$$

ou

$$I_{\text{tot}} = \frac{E_0}{at} \left[\text{Sh}ax \right]_0^l$$

ou

$$I_{\text{tot}} = \frac{E_0}{at} \cdot \text{Sh}al \quad (26)$$

Substituindo a parte literal dessa equação pelos seus valores numéricos, teremos

$$I_{\text{tot}} = \frac{1,724 \times 1,05}{0,7346 \times 10^{-4} \times 1958} = 12,58 \text{ ampères}$$

Para os dois ramos da tubulação, a corrente total necessária será

$$I_{\text{tot}} = 12,58 \times 2 = 25,16 \text{ ampères}$$

Anteriormente, pela fórmula (13) encontramos $I_{\text{tot}} = 20,85$ ampères como sendo a corrente necessária para proteger os dois ramos da tubulação com o mesmo comprimento.

Verificamos assim que, quando a proteção de um trecho de tubulação for feita por um único ânodo, deveremos empregar o segundo grupo de fórmulas, por serem mais condizentes com a realidade.

Examinando os coeficientes das fórmulas (24) e (26), verificamos que

$$\frac{a E_0}{r} = \frac{E_0}{r} \sqrt{\frac{r}{t}} = \frac{E_0}{\sqrt{rt}}$$

e

$$\frac{E_0}{a t} = \frac{E_0}{t} \sqrt{\frac{t}{r}} = \frac{E_0}{\sqrt{rt}}$$

Como seria de esperar, constatamos que as fórmulas (24) e (26) são idênticas, pois como dissemos anteriormente, I_s é a corrente que circula na tubulação no ponto onde a mesma é ligada à fonte de energia.

Portanto, a corrente protetora na extremidade da tubulação, neste segundo caso, isto é, da tubulação de comprimento limitado, será

$$I_p = \frac{E_0}{t} = \frac{1,724}{1958} = 0,0008805 \text{ ampères/m}$$

ou

$$I_p = \frac{0,0008805}{0,8127 \pi} = 0,00034 \text{ ampères/m}^2$$

ou

$$I_p = 0,34 \text{ mA/m}^2$$

Admitiremos agora que essa mesma tubulação não possua nenhum revestimento protetor, tenha comprimento limitado, e esteja enterrada em um solo cuja resistividade seja da ordem de 1000 ohms/cm²/cm.

Admitiremos ainda que esteja enterrada a pequena profundidade, digamos, com o seu centro a 1,5 m da superfície do solo. Nesse caso necessitaremos conhecer a sua resistência terra. Esta é dada pela fórmula aproximada

$$t = \frac{\rho}{2 \pi L} \left(\ln \frac{4 L}{D} + \ln \frac{L}{H} + \frac{2 H}{L} - 2 \right) \quad (27)$$

Sendo L o comprimento da tubulação, H a profundidade do seu centro, e D o seu diâmetro externo. Para o nosso caso, por metro de extensão, teríamos

$$t = \frac{1000}{200 \pi} \left(\ln \frac{400}{81,27} + \ln \frac{100}{150} + \frac{2 \times 150}{100} - 2 \right) = 3,483 \text{ ohms/m}$$

Tratando-se de uma tubulação nua, admitiremos uma corrente de proteção mínima de 10 m A/m². Portanto

$$I_{p \text{ min}} = 0,010 \times 0,8127 \pi = 0,02553 \text{ ampères/m}$$

O potencial mínimo da tubulação em relação ao solo envolvente deverá ser igual a

$$E_0 = - t I_{p \text{ min}} = - 3,483 \times 0,02553 = - 0,0889 \text{ volts}$$

Se admitirmos $E_s = - 0,5$ volts, a fórmula (21) nos dará

$$E_s = E_0 \text{ Ch } a l$$

ou

$$l = \frac{1}{a} \arg \text{ Ch } \frac{E_s}{E_0} \quad (28)$$

Mas

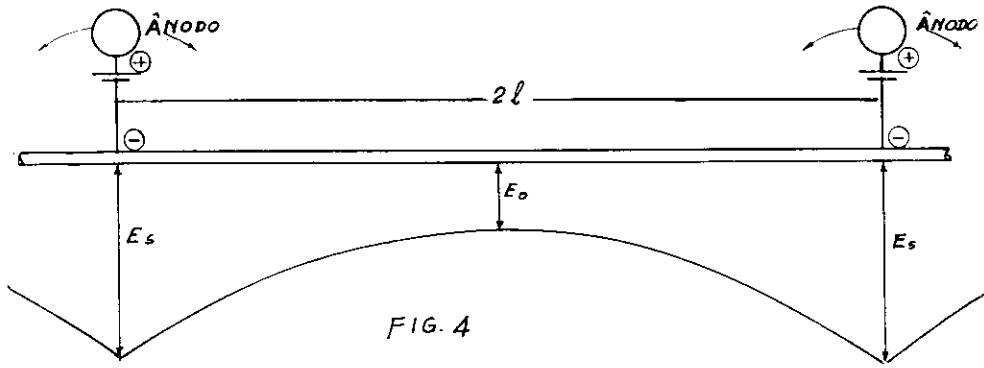
$$a = \sqrt{\frac{r}{t}} = \sqrt{\frac{1,0568 \times 10^{-5}}{3,483}} = 1,742 \times 10^{-3}$$

Sendo

$$\frac{E_s}{E_0} = \frac{- 0,5000}{- 0,0889} = 5,6243$$

a fórmula (28) nos dirá que

$$l = \frac{1000}{1,742} \arg \text{ Ch } 5,6243$$



ou

$$l = \frac{1000 \times 2,41}{1,742} = 1383 \text{ m}$$

Vemos por aí que um único ânodo poderá proteger 2766 m dessa tubulação nua, em um solo cuja resistividade seja da ordem de 1000 ohms/cm²/cm.

Convém lembrar mais uma vez que as fórmulas (16) em diante, deverão ser empregadas somente em tubulações de comprimento limitado, isto é, quando não houver mais de um ânodo para cada trecho protegido, e que este não tenha continuidade elétrica com os seguintes.

Após três meses aproximadamente, a tubulação se polarizará, e será menor o consumo de energia elétrica.

Quando houver vários ânodos protetores, como mostra a Figura 4, deverão ser empregadas as fórmulas iniciais.

Neste último exercício, os potenciais iniciais em relação ao eletrodo de sulfato de cobre serão os seguintes:

Nas extremidades

$$E_m = - 0,0889 - 0,593 = - 0,682 \text{ volts}$$

No ponto de ligação à fonte

$$E'_m = - 0,500 - 0,593 = - 1,093 \text{ volts}$$

Após três meses aproximadamente, deveremos ter nas extremidades, em relação ao eletrodo de sulfato de cobre, o seguinte potencial

$$E_m = - 0,850 \text{ volts}$$

o que indica que a tubulação estará catódicamente protegida contra a corrosão devida ao solo agressivo. Se isso não ocorrer, será conveniente aumentar gradativamente a corrente protetora, e continuar observando.

Quanto ao cálculo do ânodo e da potência consumida, poderá ser feito do mesmo modo que no exercício anterior.

Deixamos de fazê-lo para não prolongar demasiadamente a presente notícia.

Há quem indique para o aço nua em solo muito agressivo, corrente protetora bem maior do que 10 m A/m². Entretanto preferimos empregar essa densidade de corrente, aumentando-a se necessário.

A título de curiosidade, passaremos ao cálculo do potencial perdido pela corrente elétrica durante o seu percurso ao longo da tubulação.

A potência elétrica consumida somente pela tubulação, isto é, não se considerando aquecia consumida pelo fio e pelo ânodo, será

$$W = E_s I_{\text{tot}} \quad (29)$$

sendo E_s o potencial entre a tubulação e o solo no ponto 0, e I_{tot} a corrente total fornecida pela fonte.

A potencia elétrica realmente consumida para proteger a tubulação, não se considerando o seu percurso ao longo da mesma, será

$$dW_1 = E \, dI$$

ou

$$W_1 = \int E \, dI \quad (30)$$

Portanto, a potência perdida pela corrente elétrica durante o seu percurso ao longo da tubulação, será

$$W_2 = W - W_1$$

Baseando-nos nessa premissa, calcularemos essa perda de potência para cada um dos casos considerados anteriormente, isto é, tubulação de comprimento ilimitado, e tubulação de comprimento limitado.

Começaremos pelo primeiro caso.

Vimos pela fórmula (13) que

$$I_{\text{tot}} = \frac{2 E_g}{a \cdot t} \left(1 - e^{-al} \right)$$

e conseqüentemente

$$W = \frac{2 E_g^2}{a \cdot t} \left(1 - e^{-al} \right) \quad (31)$$

Vimos ainda que para os dois ramos da tubulação com revestimento externo, com 12473 m de comprimento de cada lado do ponto 0, a potência exigida foi de 53 watts.

Calcularemos agora a potência realmente consumida para proteger essa tubulação.

Vimos também que

$$d W_1 = E \, dI$$

No primeiro caso, a fórmula (12) nos diz que

$$E = E_g e^{-ax}$$

e a fórmula (1) indica que

$$dI = \frac{E}{t} \, dx = \frac{E_g}{t} e^{-ax} \, dx$$

Portanto, para os dois ramos da tubulação

$$dW_1 = 2 E_g e^{-ax} \cdot \frac{E_g}{t} e^{-ax} \, dx$$

ou

$$dW_1 = \frac{2 E_g^2}{t} \cdot e^{-2ax} \, dx$$

ou

$$W_1 = \frac{2 E_g^2}{t} \int_0^l e^{-2ax} \, dx$$

ou

$$\begin{aligned} W_1 &= - \frac{2 E_g^2}{2at} \left[e^{-2ax} \right]_0^l = \\ &= \frac{E_g^2}{at} \left(1 - e^{-2al} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

Portanto, a potência perdida pela corrente durante o seu percurso ao longo da tubulação, será

$$W_2 = \frac{2 E_g^2}{at} \left(1 - e^{-al} \right) \frac{E_g^2}{at} \left(1 - e^{-2al} \right)$$

ou

$$W_2 = \frac{E_g^2}{at} \left(2 - 2 e^{-al} - 1 + e^{-2al} \right)$$

ou

$$W_2 = \frac{E_g^2}{at} \left(1 - 2 e^{-al} + e^{-2al} \right)$$

ou

$$W_2 = \frac{E_g^2}{at} \left(1 - e^{-al} \right)^2 \quad (33)$$

ou

$$W_2 = \frac{2,5^2}{0,14358} \left(1 - e^{-0,016266} \right)^2 = 15,64 \text{ watts}$$

ou aproximadamente, $W_2 = 16 \text{ watts}$.

Por conseguinte, a potência realmente consumida para proteger a tubulação, seria

$$W_1 = 53 - 16 = 37 \text{ watts}$$

Como foi dito anteriormente, o cálculo que acabamos de fazer, raramente tem algum significado prático. Entretanto prosseguiremos.

Para o segundo caso, isto é, de uma tubulação de comprimento limitado, de forma idêntica, teríamos, pela fórmula (29)

$$W = E_s I_{\text{tot}}$$

A potência elétrica realmente consumida para proteger a tubulação, não se considerando o seu percurso ao longo da mesma, será, segundo a fórmula (30)

$$W_1 = \int E \, dI$$

e a potência elétrica perdida pela corrente durante o seu percurso ao longo da tubulação, será

$$W_2 = W - W_1$$

A fórmula (26) nos dá, para ambos os ramos da tubulação de comprimento limitado, o seguinte valor

$$I_{\text{tot}} = \frac{2 E_0}{at} \text{Sha}l$$

e

$$W = \frac{2 E_s E_0}{at} \text{Sha}l \quad (34)$$

ou

$$W = 2,5 \times 25,16 = 62,90 \text{ watts}$$

A potência realmente consumida para proteger cada ramo da tubulação será

$$d W_1 = E \, dI$$

ou

$$d W_1 = E_0 \text{ Ch } ax \, dx$$

Mas, como vimos anteriormente

$$dI = \frac{E}{t} \, dx$$

ou

$$d W_1 = E_0 \text{ Ch } ax \, dx$$

Portanto

$$d W_1 = \frac{E_0^2}{t} \text{ Ch}^2 ax \, dx$$

Para ambos os ramos da tubulação

$$W_1 = \frac{2 E_0^2}{t} \int_0^l \text{ Ch}^2 ax \, dx$$

Mas

$$\text{Ch}^2 ax = \left(\frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2} \right)^2$$

ou

$$\text{Ch}^2 ax = \frac{1}{2} \left(\text{Ch } 2 ax + 1 \right)$$

Portanto

$$W_1 = \frac{E_0^2}{t} \int_0^l \left(\text{Ch } 2 ax + 1 \right) dx$$

ou

$$W_1 = \frac{E_0^2}{t} \left[\frac{\text{Sh } 2 ax}{2a} + x \right]_0^l$$

ou

$$W_1 = \frac{E_0^2}{2 at} \left(\text{Sh } 2 al + 2 al \right)$$

ou

$$W_1 = \frac{1,724^2}{2 \times 0,14385} \left(3,0431 + 1,8325 \right) \\ = 50,36 \text{ watts}$$

Portanto, a potência elétrica perdida pela passagem da corrente ao longo da tubulação, no segundo caso, será

$$W_2 = 62,90 - 50,36 = 12,54 \text{ watts}$$

Sob a forma literal, para o segundo caso, teríamos

$$W_2 = \frac{2 E_s E_0}{at} \text{Sh } al - \frac{E_0^2}{2 at} \left(\text{Sh } 2 al + 2 al \right)$$

Substituindo E_s pelo seu valor dado pela fórmula (21) teremos

$$W_2 = \frac{2 E_0^2}{at} \text{Sh } al \cdot \text{Ch } al - \\ - \frac{E_0^2}{2 at} \left(\text{Sh } 2 al + 2 al \right)$$

ou

$$W_2 = \frac{E_0^2}{at} \text{Sh } 2 al - \frac{E_0^2}{2 at} \left(\text{Sh } 2 al + 2 al \right)$$

ou

$$W_2 = \frac{E_0^2}{2 at} \left(\text{Sh } 2 al - 2 al \right) \quad (35)$$

ou

$$W_2 = \frac{1,724^2}{2 \times 0,14385} \left(3,0431 - 1,8325 \right) \\ = 12,50 \text{ watts}$$

com pequeno erro de aproximação, em relação ao resultado anterior.

Somando os valores literaes de W_1 e W_2 , teremos

$$W_1 + W_2 = \frac{E_0^2}{at} \text{Sh } 2 al$$

ou

$$W_1 + W_2 = \frac{2 E_0^2 \text{Sh } al \cdot \text{Ch } al}{at}$$

ou

$$W_1 + W_2 = \frac{2 E_s E_0}{at} \text{Sh } al = W$$

o que vem confirmar o resultado indicado pela fórmula (34), que representa a potência elétrica total consumida pelos dois ramos da tubulação de comprimento limitado.

Em outro trabalho faremos o estudo dessa mesma tubulação, revestida e nua, mas protegida galvânicamente por ânodos de sacrifício de zinco e de magnésio.

No n.º 77 da Revista DAE, o leitor não familiarizado com o assunto, encontrará uma súmula sobre corrosão e proteção catódica.