O MÉTODO DAS RESTRIÇÕES PROBABILÍSTICAS NOS DIMENSIONAMENTOS E OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIOS

PROF. ROBERTO MAX HERMANN (*)

1. INTRODUÇÃO

A função desempenhada por reservatórios é regularizar os cursos d'água sobre os quais são implantados, visando atender às solicitações hídricas de outras obras de Engenharia Hidráulica, ou componentes naturais, que deles passam a depender. Este fato evidencia a importância do assunto, pois o funcionamento inadequado dos mesmos, compromete os recursos neles investidos, bem como aqueles investidos em obras que deles dependam.

Duas decisões, de natureza diferente, são tomadas em conexão com o problema em análise:

1. dimensionamento do reservatório, isto é, a determinação do volume útil do mesmo para que possa atender às finalidades previstas;
2. operação, que consiste em definir a descarga regularizada ou o volume a ser armazenado durante um intervalo de tempo.

Os dois processos são interdependentes no sentido de que dado um ou mais reservatórios e obras deles dependentes (constituindo um sistema de recursos hidricos), com capacidades fixadas, a variação das suas regras de operação alterará o funcionamento do sistema e consequentemente a sua eficiência em atingir os objetivos previstos. A diferença mais sensível entre essas duas classes de decisão reside no horizonte de planejamento por elas coberto. Decisões relacionadas com o dimensionamento cobrem um intervalo de tempo de décadas correspondendo à vida útil desse tipo de estruturas. Por outro lado, decisões relacionadas com a operação cobrem intervalos de tempo substancialmente inferiores, sendo tomadas mensalmente, semanalmente ou até com intervalos de tempo horários, dependendo do propósito a ser atendido. Como será visto posteriormente, esta diferença tem reflexos nas técnicas de análise dos dois problemas.

Um aspecto de fundamental importância nos problemas em questão é o caráter probabilístico dos mesmos. As incertezas relacionadas com o planejamento e operação de sistemas de recursos hídricos são ocasionadas pela falta de conhecimento preciso quanto às futuras condições sócio-econômicas na área de influência do sistema, como por exemplo, a demanda para bens ou serviços derivados do sistema, bem como das futuras condições hidrológicas que este irá enfrentar. Para os componentes objeto deste artigo, reservatórios, esta última incerteza é predominante. É interessante notar que só recentemente este caráter probabilístico foi incorporado adequadamente nas técnicas de análise. O método clássico de análise de reservatórios, conhecido como

(*) Livre-Docente do Departamento de Engenharia Hidráulica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

diagrama de massas [1] *, que data de 1883 e ainda é largamente usado, disfarça esse aspecto assumindo a repetição cíclica do traço histórico, o que é totalmente irreal. Hazen [2] foi o primeiro autor a considerar os aspectos estocásticos dos futuros deflúvios afluentes; entretanto, a técnica de análise por ele utilizada é aberta a críticas severas tendo caído em desuso. O primeiro modelo que tomou em consideração de maneira ampla o caráter estocástico do problema foi aquele proposto por Moran [3]. Esse autor constatou o caráter markoviano do problema e utilizando técnicas matemáticas peculiares a essa classe de processos estocásticos analisou a distribuição de probabilidades, em intervalos de tempo sucessivos, das várias grandezas presentes.

Os últimos anos tem presenciado a aplicação das técnicas de análise de sistemas ao planejamento da utilização de recursos hídricos. Esta metodologia define uma função utilidade associada ao sistema e procura determinar, através de uma busca sistemática, os valores das variáveis de decisão que maximizem essa função. Os métodos atrás descritos requerem sua aplicação repetitivamente, cada vez que as características do problema (volumes úteis e regras de operação) são mudadas, tornando o processo de planejamento extremamente tedioso e caro.

Uma alternativa consiste na utilização de algoritmos otimizantes como a programação dinâmica ou linear. O primeiro modelo otimizante de reservatório que considera os deflúvios como sendo de caráter estocástico foi proposto por Little [4]. Esse autor utilizou a programação dinâmica para operar um sistema constituído de duas usinas elétricas, uma hidro e outra térmica. Manne [5] foi o pioneiro na utilização da programação linear estocástica em conexão com o problema aqui discutido. Esses modelos são adequados para utilização em sistemas dispondo de um único reservatório mas, dado o caráter combinatorial do problema, são totalmente insuficientes quando tratando de sistemas com reservatórios múltiplos. Este ponto é discutido com mais detalhes na Referência [6]. A transição de situações onde um único reservatório está presente para aquela, mais usual, onde vários comparecem no sistema, provoca um aumento exagerado no esforço computacional requerido para a solução do modelo, estando além da capacidade dos maiores computadores existentes ou em projeto. No contexto da programação dinâmica este problema computacional pode ser contornado admitindo-se um reservatório ideal com volume útil equivalente à soma dos volumes dos reservatórios presentes, operando-se de maneira ótima este reservatório e em seguida alocando as descargas assim obtidas entre os reservatórios de acordo com regras pré-fixadas. Ahmed [7] propôs um esquema que perfaz essa alocação igualizando as probabilidades de extravazamento entre os diferentes reservatórios. Modelos de programação linear, como originalmente propostos por Manne, também se ressentem do mesmo problema. É a causa é a mesma: a discretização das variáveis de estado (volumes armazenados) e dos deflúvios afluentes.

Para contornar esta dificuldade, no contexto da programação linear, é necessário desenvolver modelos que tratem os volumes como grandezas contínuas e determinísticas. Esta classe de modelos será descrita em detalhe no item seguinte e é conhecida na literatura como modelos lineares de restrição probabilística.

II — MODELOS LINEARES DE RESTRIÇÃO PROBABILÍSTICA

Esta seção apresenta e discute a aplicação das técnicas de restrição probabilística (originalmente desenvolvida por Charnes e Cooper [8] tratando de problemas de estocagem de combustível em condições de demanda aleatória) ao problema de reservatórios. Todo modelo de reservatório deve satisfazer, de maneira essencial, à equação de continuidade aplicada a intervalos de tempo sucessivos. Para um reservatório esta equação se escreve:

$$\underline{V}_{M+1} = \underline{V}_M + I_M - D_M - S_M \qquad (1)$$

onde:

$\underline{V}_M$ = Volume útil armazenado no início do período M

I_M = Deflúvio afluente ao reservatório durante o período M

D_M = Descarga regularizada durante o período M

S_M = Descarga extravasada durante o período M

É de notar-se que:

1. todas as grandezas presentes na Equação 1 devem ser medidas em unidades coerentes;

2. as pedras por evaporação e percolação foram omtidas da Equação 1 por serem geralmente de pequena importância; a introdução das pedras por evaporação na classe de modelos aqui considerada pode ser feita sem maiores dificuldades [9].

* Os números entre parênteses referem-se à Bibliografia citada no final do artigo.

As diferentes grandezas que comparecem na Equação 1 são de caráter estocástico. No início do intervalo M, quando a decisão sobre a descarga regularizada deve ser tomada, o deflúvio afluente não é conhecido. Isto implica que D_M deve ser interpretada como uma vazão-meta a ser atingida caso haja disponibilidade hídrica, daí, decorrendo seu caráter estocástico. Similarmente, caso o volume no início do intervalo M, somado ao deflúvio afluente e deduzido da descarga regularizada exceda a capacidade do reservatório, haverá extravazamento. A priori, esse eventual extravazamento não é conhecido, o que justifica tratá-lo também, como variável estocástica. Finalmente, pela mesma razão, os volumes devem ser tratados, em geral, como variáveis estocásticas.

A introdução desse caráter estocástico na modelagem de reservatórios conduz à dificuldades teóricas intransponíveis. Tal fato deve-se à escassez dos resultados disponíveis relacionados com as distribuições de probalidades de volumes, descargas e extravazamento [10]. Para contornar essa dificuldade é necessário introduzir hipóteses simplificativas que consistem em assumir que todas grandezas presentes, exceção feita aos insumos hidrológicos, são determinísticas. Duas são as razões para essa exceção: deflúvios naturais não se prestam, dadas as condições tecnológicas atuais, a qualquer tipo de controle, ao contrário das outras grandezas sobre as quais algum controle pode ser exercido. Ainda mais, para os deflúvios afluentes existem informações históricas relacionadas com suas distribuições de probabilidades. Torna-se então possivel tratar essa última grandeza como sendo de caráter estocástico e é necessário definir um índice estatístico representativo desses deflúvios. O método das restrições probabilísticas assume como tal índice, o valor do insumo com probabilidade préfixada (a critério do planejador) de ser igualado ou excedido. A justificativa para tal adoção pode ser feita com as seguintes considerações. A violação mais séria da Equação I ocorre quando o reflúvio afluente, no período M, é insuficiente para garantir a nescarga regularizada pretendida. O que se deseja é dispor-se de tal descarga com confiabilidade suficientemente elevada de acordo com o propósito que se pretende atender. Para tanto é preciso que o deflúvio afluente seja tal que permita a efetivação da descarga desgaste ou, em símbolos:

$$P\,(\underline{V}_{M+1} - \underline{V}_M + D_M + S_M \leqslant \tilde{I}_M \geqslant \alpha \qquad (2)$$

onde além dos símbolos já definidos, tem-se:

I_M — variável estocástica associada aos deflúvios afluentes durante o período M

$P(.)$ — probabilidade de ocorrência associada ao evento entre parênteses

α — nível de risco imposto ao modelo $(0 \leqslant \alpha \leqslant 1)$

A Equação 2 pode ser remanejada e escrita como:

$$P\,(\underline{V}_{M+1} - \underline{V}_M + D_M + S_M \geqslant \tilde{I}_M \leqslant 1 - \alpha \qquad (3)$$

ou utilizando a função cumulativa dos deflúvios, levantada a partir do traço histórico, aqui designado por $F^{-1}_{\tilde{I}_M}(.)$ vem:

$$\underline{V}_{M+1} - \underline{V}_M + D_M + S_M \leqslant F^{-1}_{\tilde{I}_M}(1 - \alpha) \qquad (4)$$

Neste ponto, duas observações são importantes:

1. a estrutura matemática da Equação 4 é linear; isto quer dizer que, pelo menos no tocante ao reservatório, a técnica de programação linear pode ser utilizada. Computacionalmente tal fato é importante pois permite a utilização de programas já prontos, de grande eficiência, baseados no método simplex.

2. a Equação 4 fornece a oportunidade de diferenciação entre os problemas de dimensionamento e operação. Caso o problema em análise seja de dimensionamento, com longo horizonte de planejamento, a caracterização do insumo hidrológico é aquela mostrada acima. Para a operação é possível introduzir uma predição do futuro deflúvio afluente, para o período correspondente à decisão a ser tomada, e usar essa predição como representativa desse deflúvio [11].
   Essa maior flexibilidade permite ao modelo acompanhar as variações do ciclo hidrológico aproximando-o mais ainda das condições que realmente serão enfrentadas pelo sistema durante o período de validade da decisão a ser tomada.

A primeira aplicação dessa técnica a problemas de reservatório foi feita por Revelle, Kirby e Joeres [12], para sistemas com um único reservatório e utilização de regras de decisão linear. Hermann [6] estendeu a formulação original para sistemas com múltiplos reservatórios, que é onde a hipótese de variação contínua dos volumes armazenados é crucial, e sem a utilização de regras de decisão linear o que condiciona o ótimo à particular estrutura matemática das regras adotadas. Smith [13] fêz largo uso dessa classe de modelos para planejamento de projetos de irigação. Outras aplicações são periodicamente encontradas na literatura especializada, o que indica que o método vem ganhando favor entre os analistas de sistemas hídricos. Entretanto, alguns problemas ainda aguardam solução, tais como:

a. é fato empiricamente comprovável que vazões naturais em períodos sucessivos são correlacionadas; este efeito não está incorporado na Equação 4;

b. o método não usa toda informação estatística relacionada com as distribuições marginais dos deflúvios afluentes nos diferentes intervalos de tempo;

c. o método não fornece indicações quanto à magnitude e persistência das violações da Equação 4.

Estes problemas, e a hipótese atrás formulada sobre o caráter determinístico dos volumes armazenados e vazões descarregadas, sugerem a necessidade de testar a confiabilidade numérica dos resultados fornecidos pelos modelos lineares de restrições probabilísticas. Experimentos numéricos foram conduzidos recentemente [14] e suas principais conclusões são a seguir transcritas.

Dois sistemas de recursos hídricos foram modelados utilizando-se modelos lineares de restrições probabilísticas, cadeias de Markov e simulação com a utilização de sequências hidrológicas de longo período geradas sinteticamente. A técnica utilizada foi de modelar o mesmo sistema com dois processos diferentes e por comparação dos resultados numéricos obtidos, buscar inferências sobre a adequabilidade do método das restrições probabilísticas.

O primeiro sistema foi modelado utilizando-se a técnica das restrições probabilísticas e das cadeias de Markov. Este último método incorpora, de maneira mais completa que o outro, o caráter estocástico dos futuros deflúvios pois faz uso de toda a curva de distribuição de probabilidade marginais. Entretanto, só a custo de esforço computacional extraordinário é que a estrutura de correlação dos deflúvios pode ser incorporada, o que não foi feito na pesquisa ora sendo descrita. Em primeiro lugar construiu-se e operou-se um modelo linear tendo sido adotados dois valores diferentes para o nível de risco. Com os resultados desse modelo (descargas regularizadas e capacidade do reservatório), estruturou-se um outro, baseado na técnica das cadeias de Markov. A avaliação da eficiência do modelo linear, quanto aos aspectos probabilísticos do problema, pode ser feita computando-se, baseado nos resultados dos modelos das cadeias de Markov, a probabilidade de ocorrência de volumes armazenados iguais ou maiores do que os indicados pelo modelo linear. Convém lembrar que nos modelos lineares o volume armazenado nos reservatórios é tratado deterministicamente. Os resultados numéricos mostraram concordância entre as duas técnicas, o que demonstra a habilidade dos modelos lineares na reprodução de índices probabilísticos. Neste ponto, é importante ter-se presente que nenhum dos dois modelos incorpora o efeito de persistência dos deflúvios afluentes.

O segundo sistema foi modelado utilizando-se a técnica das restrições probabilísticas e da simulação. O insumo hidrológico a este último modelo é constituído por sequências sintéticas geradas por uma equação de recursão de forma logarítmica e que preserva a estrutura de correlação de período unitário. O mesmo procedimento anterior foi utilizado: primeiro o modelo linear foi explorado e em seguida as capacidades e descargas regularizadas indicadas foram utilizadas no modelo de simulação. A comparação dos resultados mostrou que, introduzidos os efeitos de persistência, os modelos lineares não conseguem dar indicações precisas quanto às características estatísticas necessárias para o sistema em análie.

III — CONCLUSÕES

Do exposto acima conclui-se que:

a. modelos lineares de restrições probabilísticas não conseguem captar adequadamente o comportamento estatístico dos futuros deflúvios afluentes a um sistema devido à utilização de somente curvas marginais de distribuição de probabilidades, como mostrado na Equação 4. Algumas tentativas [15], tem sido feitas, pelos teóricos da Pesquisa Operacional, no sentido de estabelecer processos destinados a levar em consideração variáveis estocásticas localizadas em equação de condição diferente e que sejam conjuntamente distribuídas. Quando esses processos estiverem disponíveis o analista de recursos hídricos terá acesso a um eficiente processo de anális de reservatórios;

b. não obstante, esses modelos representam uma vantagem importante sobre os modelos lineares determinísticos pois propiciam uma variável adicional sob controle do analista: o nível de risco. Sua utilização conjunta com modelos de simulação fornece uma metodologia adequada à análise de sistemas envolvendo múltiplos reservatórios. Aplicações práticas dessa metodologia tem sido feitas com sucesso [16].

REFERÊNCIAS

1. RIPPL, W. — The Capacity of Storage Reservoirs for Water Supply, Proc. Inst. Civ. Eng., London, 1883.

2. HAZEN, A. — Storage to be Provided in Impounding Reservoirs for Municipal Water Supply, Trans. ASCE, Vol. 77, 1914.

3. MORAN, P. A. P. — A Probability Theory of Dams and Storage Systems, Australian Journ. Of App. Sci., Vol. 5, 1954.

4. LITTLE, J. D. C. — The Use of Water in a Hydroelectric System, Journ. ORSA, Vol. 3, 1955.

5. MANNE, A. — Product Mix Alternatives: Flood Control, Electric Power and Irrigation, Int. Econ. Review, Vol. 3, 1962.

6. HERMANN, R. M. — Stochastic Linear Models for Multi Reservoir Systems — PhD Dissertation, MIT, 1970.

7. AHMED, K. M. — Optimal Water Storage Management in Multi Reservoirs Hydroelectric Power Systems — PhD Dissertation, Stanford, 1967.

8. CHARNES, A. e W. COOPER — Chance Constrained Programming, Management Science, Vol. 6, 1959.

9. HERMANN, R. M. e F. E. PERKINS — Programmation Linéaire pour la Planification de l'Irrigation — Apresentado às XI[èmes] Journées de l'Hydraulique da Societé Hydrotechnique de France, Paris, 1970.

10. GANI, J. — Problems in the Probability Theory of Storage Systems, Journal of Roy. Stat. Soc. Vol. 19-B, 1957.

11. CRAWFORD, N. — Flood Forescasting and Flood Abatement, Hydrocomp International, June 1971.

12. REVELLE, C.; E. JOERES e W. KIRBY — The Linear Decision Rule in Reservoir Management and Design, Water Resources Research, Vol. 5, N.º 4, 1969.

13. SMITH, D. — Stochastic Irrigation Planning Models, Center for Population Studies, Harvard University, 1970.

14. HERMANN, R. M. — Dimensionamento e Operação de Sistemas com Reservatórios Múltiplos — Tese de Livre Docência — EPUSP — 1971.

15. MILLER, B. e H. WAGNER — Change Constrained Programming with Joint Constraints, Operations Research, Vol. 12, 1964.

16. CNEC — CONSÓRCIO NACIONAL DE ENGENHEIROS CONSULTORES — Operação do Sistema Cantareira — Modelos de Programação Linear e Simulação; Preparado para a COMASP — Companhia Metropolitana de Água de São Paulo — Abril/1971.