

ESPECTROS DE RUÍDO EM ESTAÇÕES ELEVATÓRIAS DO SISTEMA DISTRIBUIDOR DE ÁGUA DA CIDADE DE SÃO PAULO *

Eng.º CARLOS ROBERTO MINERVINO RAMOS **

APRESENTAÇÃO

A realização do presente trabalho só foi possível graças à colaboração da Professora Célia Maria Finaze Andrade, do Departamento de Ciência de Computação e Estatística da Escola de Engenharia de São Carlos, que equacionou e resolveu os problemas matemáticos, possibilitando o tratamento apresentado.

Resta, outrossim, agradecer também, ao Dr. Bernardo Bedrickow, da Subdivisão de Higiene e Segurança Industrial do SESI, pela cessão do aparelho necessário ao levantamento dos dados, bem como pela gentileza em possibilitar ao autor, acesso a trabalhos e monografias daquela unidade do SESI.

O Autor

I — INTRODUÇÃO

O desenvolvimento industrial e o crescimento vertiginoso de São Paulo, induziu o aparecimento de vários problemas ambientais, dos quais as sobrecargas sonoras podem ser consideradas como elemento de relêvo no retrato da nova cidade.

Seu estudo tem sido objeto de várias monografias, quer sob o enfoque da transformação dos ambientes de trabalho, quer sob o prisma do ruído decorrente do tráfego e suas interrelações com as habitações e o bem estar público.

* Apresentado no XVIII Congresso Brasileiro de Higiene.

** Presidente da CPA da SAEC; do Corpo Docente da Escola de Engenharia da Fundação Armando Álvares Penteado.

O presente trabalho se limitará ao estudo da incidência de cargas sonoras em Estações Elevatórias da SAEC e a comparação destes resultados com os limites internacionalmente aceitos como permissíveis.

II — SOM, RUÍDO, DEFINIÇÕES E VARIÁVEIS DEFINIDORAS DAS GRANDEZAS ESTUDADAS

Entende-se por som, o resultado da vibração de corpos propagado em um meio elástico.

Ruído é o som que por sua duração, frequência, timbre ou intensidade apresenta-se como indesejável ou desagradável.

O timbre é dado pela harmônica que acompanha o som fundamental, e é característica do corpo que emite a vibração.

Frequência de um som e/ou ruído define-se como sendo o número de ciclos duplos de oscilações na unidade de tempo.

Um ciclo por segundo denomina-se HERTZ; o ouvido humano pode perceber sons de frequências, compreendidas entre 20 a 20.000 HERTZ.

As frequências de importância para análise de um ruído são aquelas situadas entre 300 e 2.400 HERTZ, pois nesta faixa, altas intensidades são prejudiciais para o entendimento da comunicação verbal.

A intensidade de um ruído e/ou som num local, pode ser definida fisicamente, como o valor do fluxo da energia sonora através de uma unidade de área e é expressa em watts/cm².

Costuma-se, todavia, medir a intensidade referida à impressão fisiológica que o som e/ou ruído produz sobre o ouvido médio.

É usual, igualmente, quantificar a intensidade pela relação $10 \log I/I_0$, sendo I a intensidade que se deseja medir, e I_0 aquela correspondente ao limiar de audibilidade referida à frequência de 1.000 HERTZ.

Duração de um ruído e/ou som, pode definir-se como sendo o tempo durante o qual, o mesmo faz-se presente no ambiente.

Um ruído é dito contínuo, quando provoca efeitos praticamente proporcionais à sua duração total, enquanto os intermitentes produzem efeitos de características não perfeitamente definidas.

O perigo potencial de um ruído é correlacionável basicamente, a três de suas características, a saber:

- a) Intensidade
- b) Frequência
- c) Duração.

A nocividade e dano dos ruídos dependem dos indivíduos a eles expostos e suas consequências são mais nefastas, em idênticas condições, dependendo:

- a) da suscetibilidade individual;
- b) da existência de lesões prévias, e
- c) da idade.

III — LIMITES PERMISSIVEIS

O presente trabalho estudará os ruídos contínuos, decorrentes do funcionamento de grupos motor-bomba, instalados em Elevatórias da SAEC.

Tomaremos como referência para análise dos espectros de ruído levantados, o trabalho realizado pela Commission Technique du Bruit du Ministère de la Santé Publique da França, cujos resultados são apresentados no anexo 1.

Neste anexo, as frequências e intensidades constituem grandezas representadas por um sistema cartesiano.

Sobre o mesmo estão plotadas duas curvas básicas que dividem o plano em três regiões, a saber: A, B e C.

Os espectros contidos em A, são de ruídos que podem ser considerados, seguramente, como inofensivos. Quanto aqueles contidos em C, são seguramente nocivos ao aparelho auditivo. Na região B estima-se um perigo potencial.

Visando definir duas zonas, a Comissão anteriormente citada, lançou uma curva intermédia entre as duas já referidas, que passou a considerar-se como o limite aceitável para os ruídos, nas diversas frequências, à exposições contínuas.

Por outro lado, o Bureau of Labor Standarts indica a tabela abaixo, visando estabelecer a exposição média tolerável a ruído, em horas por semana.

A tabela 1 complementar a análise a ser realizada, sempre que necessário.

TABELA 1 — Exposição Média Tolerável a Ruídos (Decibels)

Ciclos/seg (HERTZ)	Horas por Semanas						
	0,1	0,3	1	3	10	25	40
20-75	135	135	125	115	110	110	105
75-150	135	130	120	110	105	105	100
150-300	135	125	115	105	95	95	95
300-600	130	125	110	100	95	95	90
600-1200	125	120	110	100	90	90	85
1200-2400	120	115	105	100	90	90	85
2400-4800	120	115	105	100	90	90	85
4800-9600	120	115	105	100	90	90	85

IV — POSICIONAMENTO DO PROBLEMA E DOS LOCAIS ESTUDADOS

Objetiva-se verificar neste estudo, a correlação existente entre o alto «turn-over» de operadores de estações elevatórias da SAEC e os níveis de intensidades e frequências, medidos nos respectivos locais de trabalho.

Outras variáveis, tais como, a monotonia da tarefa e a jornada de trabalho, são fatores importantes em um enfoque global que foge ao escopo do presente.

Limitar-se-á o estudo em causa, a tentar representar os espectros de ruído médio para 3 classes de potência, instalada em duas posições típicas, e confrontar os dados obtidos com os limites permissíveis, adotados no item III.

As potências dos motores em funcionamento, foram classificadas em três classes, como se segue:

- a) menores que 200 HP;
- b) 200 a 500 HP e,
- c) superiores a 500 HP.

As posições escolhidas para as medidas, foram obtidas no interior das estações, nos corredores de acesso ao equipamento de recalque e no local e/ou cabine destinada à permanência do operador.

Foram levantadas 24 estações elevatórias do sistema distribuidor da SAEC, dentre as 34 existentes, de forma a permitir uma visão quase global do problema.

No anexo 2 estão locadas as estações levantadas, bem como a classe a que pertencem, conforme divisão já mencionada.

Procurou-se, também, considerar as estações de 2.º estágio, omitindo-se o primeiro estágio de recalque, por serem operadas presentemente pela COMASP.

As estações de pequeno porte foram levantadas, pois as mesmas constituem-se, devido a topografia da cidade e concepção do sistema distribuidor, em elemento de grande importância para a análise pretendida.

V — RESULTADOS OBTIDOS E METODOLOGIA UTILIZADA

O levantamento foi realizado com um analisador de banda de frequência, de origem dinamarquesa, fabricado pela BRÜEL & KJÆR.

Os resultados obtidos constam do anexo 3, estando os mesmos definidos quanto à potência e local de medição.

Com os dados mencionados, procurou-se um tratamento matemático adequado, de forma a representar poligonais levantadas em cada uma das 6 situações por uma poligonal final, de tal forma que, o somatório das áreas diferenciais entre ela e cada uma das poligonais de seu grupo, fosse reduzido a um mínimo.

Realizou o estudo em causa, a Professora Célia Maria Finaze Andrade, do Departamento de Ciência de Estatística e Computação da Escola de Engenharia de São Carlos, tendo sido admitidas como incógnitas do sistema, as ordenadas das poligonais nos pontos de quebra.

À vista do seu porte, o problema foi solucionado com o auxílio do Computador IBM/1130, daquela unidade da Universidade de São Paulo.

Considerando-se o porte do problema, as características rarefeitas das matrizes armadas e o alto grau de liberdade do sistema, bem como a aplicabilidade do método a problemas similares, transcreveremos no anexo 8 a solução matemática do problema, tendo em vista a possibilidade da generalização a outras áreas científicas.

As ordenadas obtidas pelo processo acima, constam do anexo 4.

VI — COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS COM OS LIMITES PERMISSÍVEIS

Nos anexos 5, 6 e 7 estão traçadas as várias poligonais sobre os limites de ruído permissíveis, definidos no item III.

A análise dos gráficos no contexto desenvolvido, permite-nos concluir pela existência de riscos potenciais ao aparelho auditivo, nas Estações Elevatórias com motores de potência acima de 200 HP, em funcionamento, que não contenham local devidamente projetado para a permanência de operadores.

Para Estações de potência entre 200 e 500 HP, as intensidades de ruído nocivas estão compreendidas na faixa de frequência de 250 a 1.500 HERTZ, sendo a configuração mais perigosa, aquela constatada nos 500 HERTZ, onde o limite permissível é ultrapassado em cerca de 5 decibels.

Nas Estações Elevatórias maiores, as intensidades de ruído ultrapassam a zona permissível, na faixa de 500 a 2.000 HERTZ, sendo o desvio

máximo em relação aos dados permissíveis, de cerca de 1.7 decibels na frequência de 1.000 HERTZ.

Importante será notar, na comparação dos anexos apresentados, que a diferença relativa de ordenadas, tendo a poligonal 1 como referência, aumenta na razão direta do aumento de potência. Tal fato é um indicador de que, para pequenas Estações Elevatórias, o problema do ruído não é considerado na fase de projeto, atingindo, todavia, conforme os dados anexos, o limiar das condições permissíveis quando de sua operação.

Uma análise mais real, considerando a descontinuidade dos ruídos, permite-nos dizer que, na pior condição levantada segundo o Bureau of Labor Standarts, conforme tabela 1, a exposição tolerável é de 40 horas semanais.

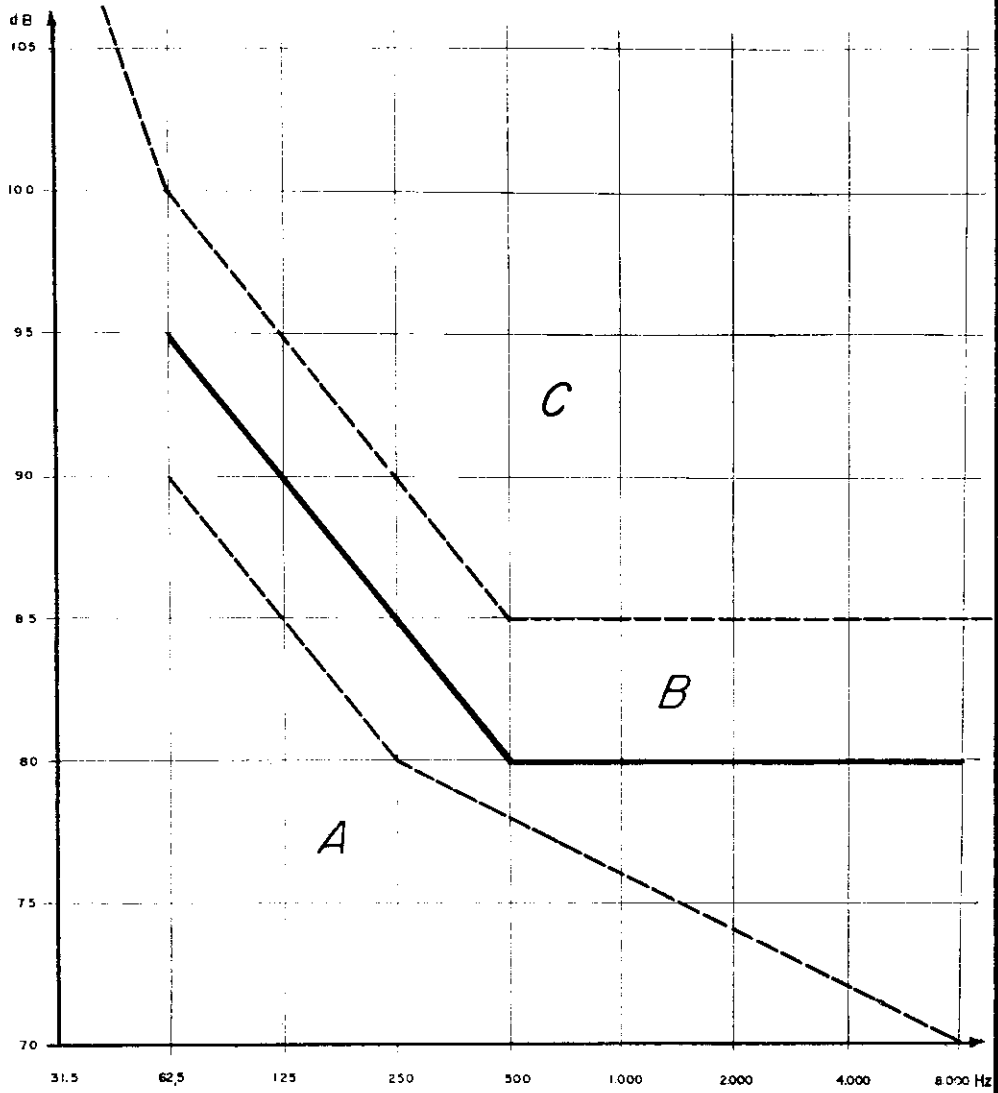
CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

1—O alto «turn over» existente entre operadores de elevatórias da SAEC, não encontra

fundamento em nocividade dos ruídos constatados nos locais de trabalho.

- 2—Estudos mais profundos sobre duração do trabalho e monotonia do mesmo, devem ser realizados no sentido de diagnosticar as causas da alta rotatividade constatada.
- 3—A análise dos números levantados, permite-nos afirmar a possibilidade de melhor tratamento acústico das estações de pequeno porte, em razão da diferença de ordenada entre as 2 poligonais traçadas em cada uma das classes de potência.
- 4—Os dados constantes do presente trabalho poderão ser de valia aos projetistas, no sentido de prognosticar os níveis de intensidade de ruído nas estações elevatórias do porte das mencionadas, visando prever o tratamento acústico da estação, bem como indicar a necessidade de local adequado para a permanência dos operadores dessas unidades.

LIMITES PERMISSÍVEIS DE RUÍDO

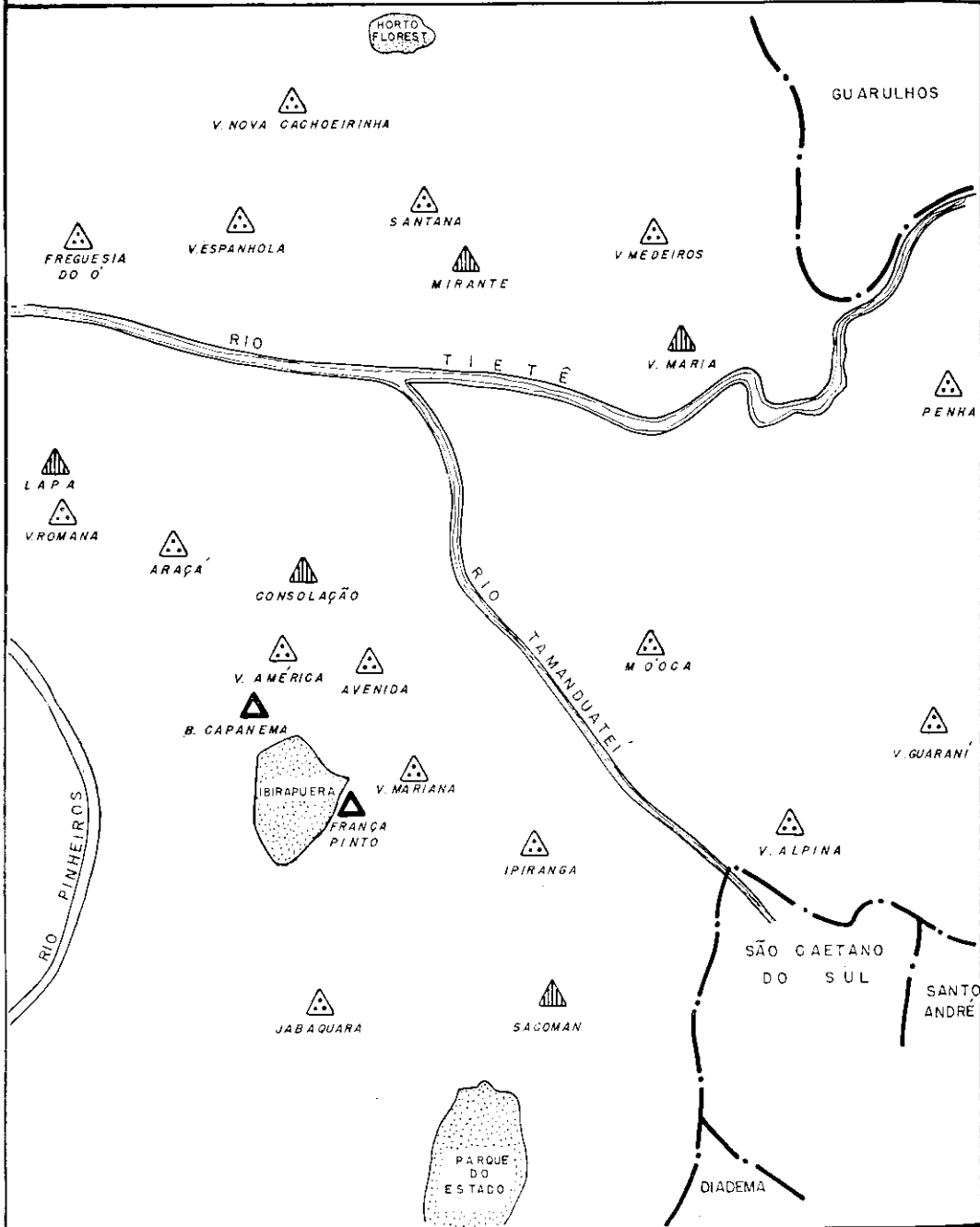


FONTE: COM. TECH. DU BRUIT. MIN. DE LA SANTÉ PUBLIQUE

ANEXO 2

SAEC - DPC - II

POSICIONAMENTO DAS ESTAÇÕES ELEVATÓRIAS



LEGENDA

- ▲ (small) . ATE 200 HP (em funcionamento)
- ▲ (medium) . DE 200 a 500 HP (" ")
- ▲ (large) . MAIS DE 500 HP (" ")

SUPERINTENDÊNCIA DE ÁGUA E ESGOTOS DA CAPITAL

DIRETORIA DE PLANEJAMENTO E CONTRÔLE

ANEXO 3

NÍVEIS DE RUÍDOS E FREQUÊNCIAS MEDIDAS EM ESTAÇÕES ELEVATÓRIAS
COM MOTORES EM FUNCIONAMENTO.

ESTAÇÕES	FREQUÊNCIA POSIÇÃO	31,5	63	125	250	500	1000	2.000	4.000	8.000
		NÍVEIS DE INTENSIDADE DE RUÍDO								
POTÊNCIA INFERIOR		A 200 H.P.								
ARAÇÁ	1	64	72	70	66	62	64	62	52	41
	2	70	70	66	56	60	54	54	43	38
AVENIDA	1	74	74	74	83	76	73	65	57	47
	2	79	74	82	86	84	82	60	77	75
FREGUESIA DO Ó	1	77	74	78	80	80	76	70	67	60
	2	80	96	84	86	83	80	80	74	66
IPIRANGA	1	78	90	80	79	71	70	66	66	47
	2	84	93	90	96	92	88	80	74	70
MOÓCA	1	72	78	80	79	80	76	66	60	60
	2	82	90	92	88	89	92	84	76	70
JABAQUARA	1	68	79	73	70	60	54	50	46	40
	2	79	86	89	86	86	83	80	74	71
PENHA	1	80	78	78	79	75	73	69	62	54
	2	82	95	85	84	81	79	75	70	62
SANTANA	1	76	82	80	84	82	79	75	70	63
	2	80	96	88	84	83	80	79	68	64
V. ALPINA	2	72	77	80	80	76	74	70	62	53
V. AMÉRICA	1	76	72	72	70	66	60	54	50	48
	2	88	80	78	74	76	72	68	60	57
V. ESPANHOLA	1	62	80	70	74	71	71	70	57	47
	2	66	79	78	79	79	80	75	70	64
V. GUARANI	1	68	80	72	70	68	67	61	56	50
	2	70	90	72	70	70	88	60	55	50
V. MARIANA	1	72	85	74	73	71	70	60	57	52
	2	82	87	88	88	90	87	86	82	76
V. MEDEIROS	1	62	89	72	60	52	50	46	40	30
	2	60	81	76	74	70	72	70	65	57
V. NOVA CACHOEIRINHA	1	62	84	70	70	66	58	52	50	40
	2	74	72	79	79	81	77	76	67	62
V. ROMANA	1	69	66	69	72	72	64	56	47	40
	2	70	82	88	85	85	84	83	73	70
POTÊNCIA DE 200 a 500 H.P.										
CONSOLAÇÃO	1	83	84	86	84	82	80	75	70	64
	2	88	82	83	83	82	77	72	66	61
LAPA	1	76	96	84	83	72	70	58	48	34
	2	70	85	80	84	95	95	87	77	70
MIRANTE	1	76	84	80	78	76	72	66	60	52
	2	86	99	90	90	90	88	88	81	74
SACOMAN	1	70	72	80	83	80	74	70	63	54
	2	78	82	87	90	88	84	83	80	72
V. MARIA	1	62	75	76	84	80	78	69	64	52
	2	67	79	85	90	96	87	84	82	74
POTÊNCIA SUPERIOR A 500 H.P.										
BARÃO DE CAPANEMA	1	72	84	82	74	68	66	56	49	41
	2	84	84	91	85	85	90	86	80	77
FRANÇA PINTO	1	70	74	73	71	67	65	62	54	49
	2	78	86	86	86	87	86	88	80	75
FRANÇA PINTO (NOVA)	1	76	80	86	83	84	84	85	76	71
	2	76	80	86	83	84	84	85	76	71

1- CABINE DE OPERADORES
(LOCAL DESTINADO À PERMANÊNCIA DOS OPERADORES)

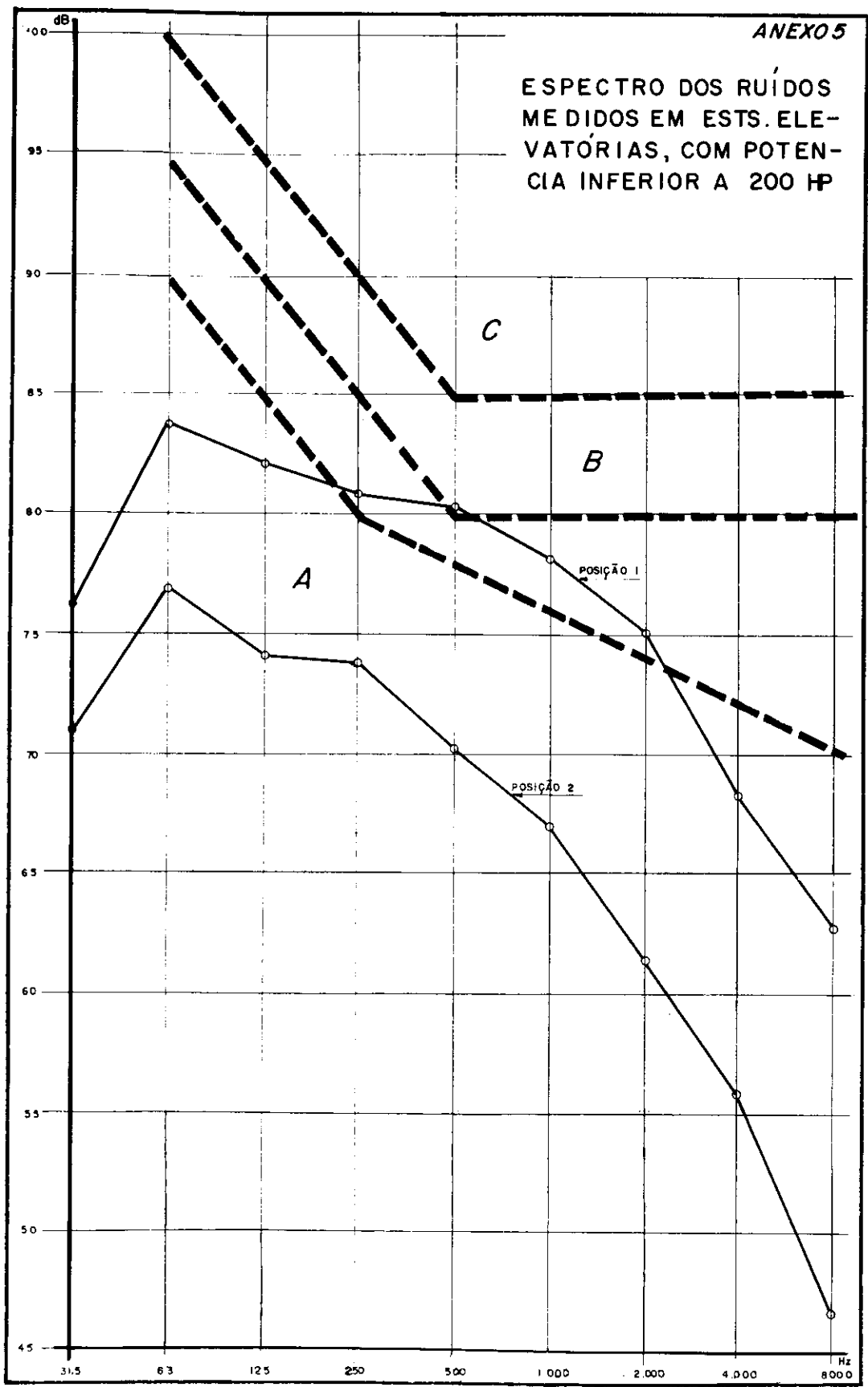
2- CASA DE BOMBAS
(CORREDOR DE ACESSO AOS GRUPOS DE MOTOR-BOMBA)

10/970
SAEC-DPC_walter von otzingen - ch. seção
ricardo ramos - desenhista

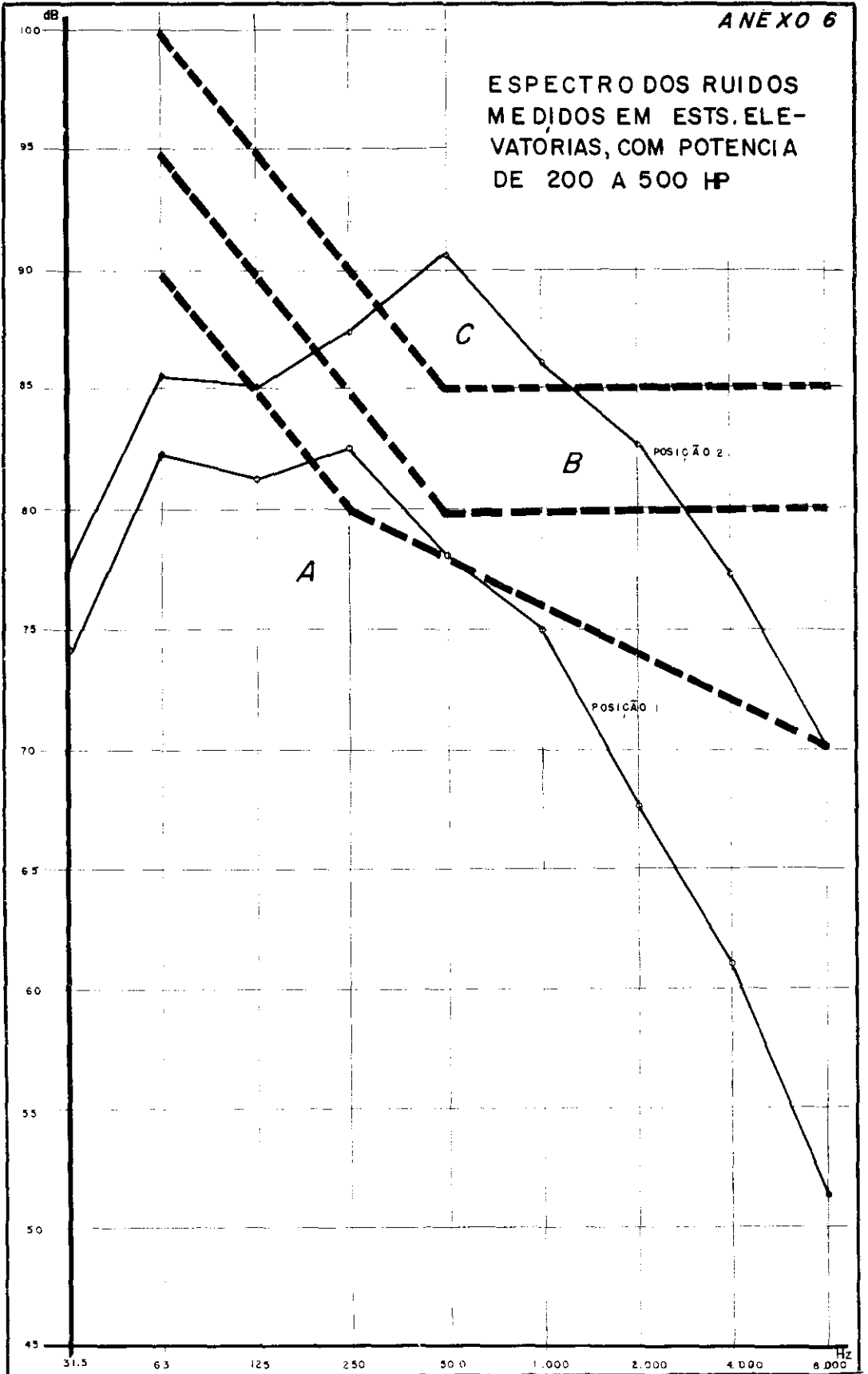
ORDENADAS MÉDIAS DA POLIGONAL REPRESENTATIVAS DA CLASSES DE POTÊNCIA DEFINIDAS NO TEXTO ASSOCIADAS AS FREQUÊNCIAS CARACTERIZADORAS DO ESPECTRO DE RÚIDO.

(HERTZ) NÍVEIS DE INTENSIDADE / POTÊNCIAS	31.5	63	125	250	500	1.000	2.000	4.000	8.000
<i>POTÊNCIA INFERIOR A 200 HP</i>									
POSIÇÃO 1	70.88	76.94	74.18	73.96	70.15	67.00	61.47	55.80	46.60
POSIÇÃO 2	76.30	83.72	82.24	80.64	80.33	78.26	75.13	68.19	62.81
<i>POTÊNCIA DE 200 A 500 HP</i>									
POSIÇÃO 1	73.90	82.25	81.23	82.42	78.00	74.80	67.60	61.00	51.20
POSIÇÃO 2	77.51	85.46	85.03	87.42	90.61	86.21	82.80	77.20	70.20
<i>POTÊNCIA SUPERIOR A 500 HP</i>									
POSIÇÃO 1	71.05	79.02	77.51	72.51	67.50	65.50	59.00	51.50	45.00
POSIÇÃO 2	79.44	83.38	87.69	83.35	85.35	86.67	86.34	78.67	74.33

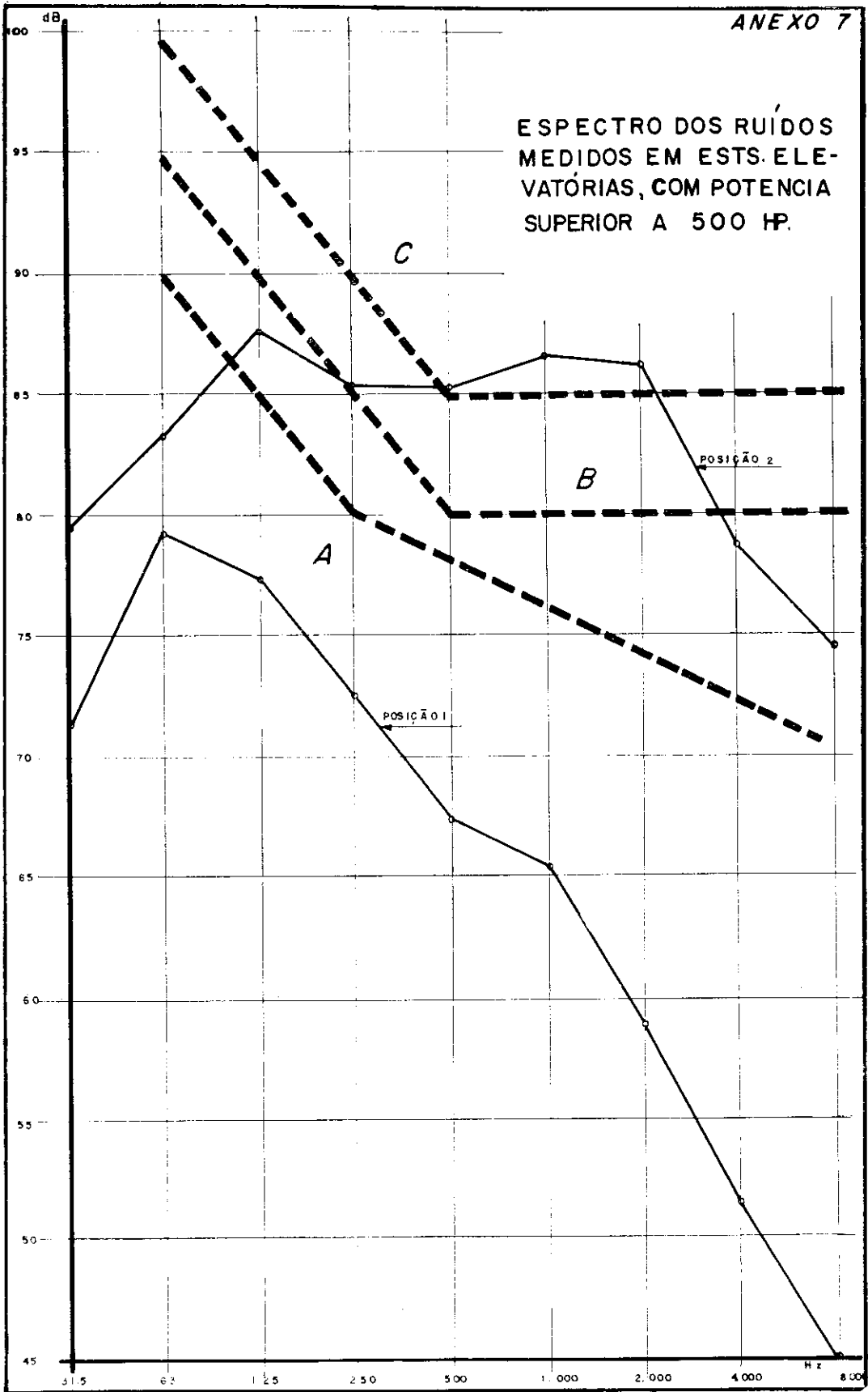
ESPECTRO DOS RUÍDOS
MEDIDOS EM ESTS. ELE-
VATÓRIAS, COM POTEN-
CIA INFERIOR A 200 HP



ESPECTRO DOS RUIDOS
MEDIDOS EM ESTS. ELE-
VATORIAS, COM POTENCIA
DE 200 A 500 HP



ESPECTRO DOS RUIDOS
 MEDIDOS EM ESTS. ELE-
 VATÓRIAS, COM POTENCIA
 SUPERIOR A 500 HP.



ANEXO 8

UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE ENCONTRAR A POLIGONAL MAIS PRÓXIMA DE UM CONJUNTO DE POLIGONAIS DADAS

Professora CÉLIA MARIA FINAZE ANDRADE *

Sejam dadas, no plano, n poligonais P_1, P_2, \dots, P_n , todas elas constituídas de $m-1$ segmentos, como na figura abaixo, onde particularmente $n=3$.

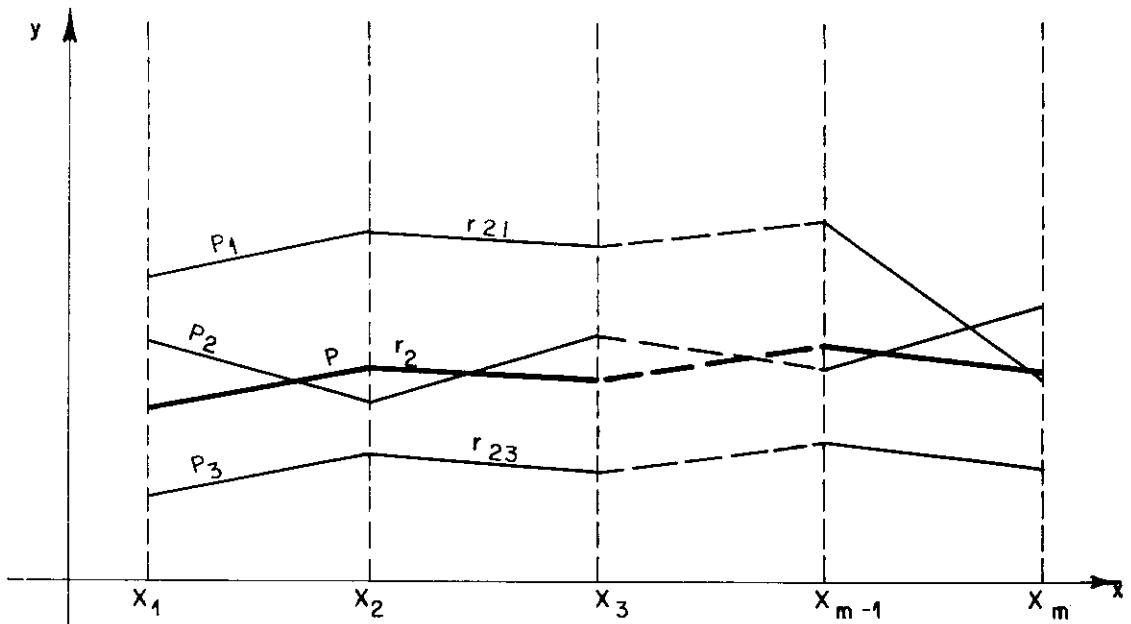


FIG. 1

* Do corpo docente da Escola de Engenharia de São Carlos.

De um modo geral, r_{ij} é o i -ésimo segmento (na i -ésima faixa) da poligonal P_j .

Surge a questão de determinar a poligonal P , que melhor representa as n poligonais simultaneamente, ou, em outras palavras, determinar qual a que está mais próxima de todas, segundo um conceito de proximidade que definiremos abaixo.

Podemos resolver o problema com auxílio do cálculo integral, como mostraremos a seguir.

Limitemos nosso raciocínio à primeira faixa (X_1, X_2) .

Façamos inicialmente uma divisão do intervalo (X_1, X_2) , em $s-1$ partes iguais, por meio dos pontos:

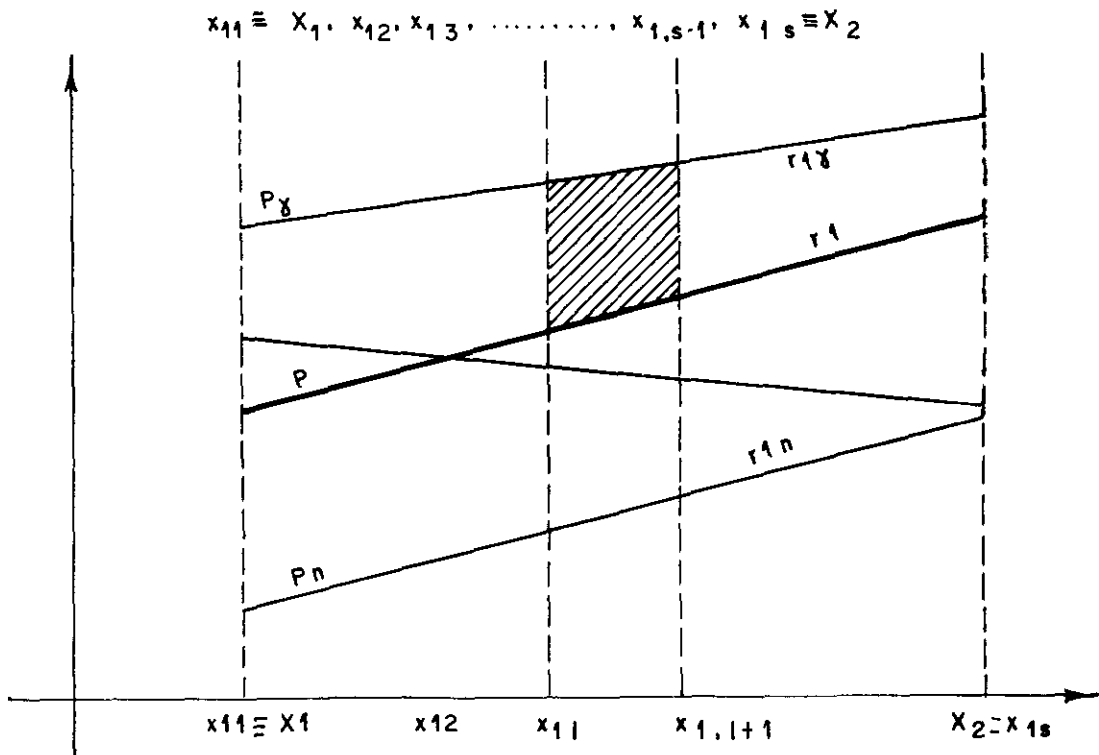


FIG. 2

Sejam $r_{11}(x) = a_{11}x + b_{11}$

$r_{12}(x) = a_{12}x + b_{12}$

 $r_{1j}(x) = a_{1j}x + b_{1j}$

 $r_{1n}(x) = a_{1n}x + b_{1n}$

as equações das retas suportes de $r_{11}, r_{12}, r_{1j}, \dots, r_{1n}$, e $r_1(x) = p_1x + q_1$,

a equação da reta suporte de r_1 . (De um modo geral chamaremos de r_i o i -ésimo segmento de P).

Evidentemente

$$\left| \int_{x_{11}}^{x_{1, l+1}} (r_1(x) - r_{1j}(x)) dx \right|$$

nada mais é que a área achurada na figura.

Se considerarmos as n poligonais teremos, ainda na malha $(x_{11}, x_{1, l+1})$

$$\sum_{j=1}^n \left| \int_{x_{11}}^{x_{1, l+1}} (r_1(x) - r_{1j}(x)) dx \right|$$

Estendendo às $s-1$ malhas

$(x_{11}, x_{12}), (x_{12}, x_{13}), \dots, (x_{1, s-1}, x_{1s})$ temos:

$$\sum_{l=1}^{s-1} \sum_{j=1}^n \left| \int_{x_{1l}}^{x_{1, l+1}} (r_1(x) - r_{1j}(x)) dx \right|$$

Aplicando o raciocínio a todas as $m-1$ faixas, cada uma delas dividida em $s-1$ malhas, teremos ao fim:

$$\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{s-1} \sum_{j=1}^n \left| \int_{x_{il}}^{x_{i, l+1}} (r_i(x) - r_{ij}(x)) dx \right|$$

onde $r_i(x) = p_i x + q_i$ e

$r_{ij}(x) = a_{ij}x + b_{ij}$

são as equações das retas suportes de r_i e r_{ij} respectivamente.

A expressão anterior representa a soma de tôdas as áreas do tipo da que aparece na figura 2, que surgem na divisão das $m-1$ faixas, cada uma em $s-1$ malhas.

É obvio que, os valores de $p_i, q_i, i=1, 2, \dots, m-1$ para os quais tal expressão passa por um mínimo, darão solução ao nosso problema, de acôrdo com as premissas adotadas. Ora, esse mínimo ocorre quando cada fator da soma for nulo.

Temos:

$$\int_{x_{i1}}^{x_{i, l+1}} (r_i(x) - r_{ij}(x)) dx =$$

$$\int_{x_{i1}}^{x_{i, l+1}} (p_i x + q_i - a_{ij} x - b_{ij}) dx =$$

$$(p_i - a_{ij})(x_{i, l+1}^2 - x_{i1}^2) + (q_i - b_{ij})(x_{i, l+1} - x_{i1})$$

Sejam $(X_1, Y_1); (X_2, Y_2); \dots; (X_m, Y_m)$ os vértices de P.

Então evidentemente teremos, na i -ésima faixa:

$$r_i(x) = p_i x + q_i = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{X_{i+1} - X_i} x + \frac{X_{i+1} Y_i - X_i Y_{i+1}}{X_{i+1} - X_i}$$

Logo:

$$\sum_{i=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{s-1} \sum_{j=1}^n \left| \int_{x_{i1}}^{x_{i, l+1}} (r_i(x) - r_{ij}(x)) dx \right| =$$

$$= \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{s-1} \sum_{j=1}^n \left| \left(\frac{Y_{i+1} - Y_i}{X_{i+1} - X_i} - a_{ij} \right) (x_{i, l+1}^2 - x_{i1}^2) \right.$$

$$\left. + \left(\frac{X_{i+1} Y_i - X_i Y_{i+1}}{X_{i+1} - X_i} - b_{ij} \right) (x_{i, l+1} - x_{i1}) \right| =$$

$$= \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{l=1}^{s-1} \sum_{j=1}^n \left| \frac{x_{i1}^2 - x_{i, l+1}^2 + (x_{i, l+1} - x_{i1}) X_{i+1}}{X_{i+1} - X_i} Y_i \right.$$

$$+ \frac{x_{i, l+1}^2 - x_{i1}^2 + (x_{i1} - x_{i, l+1}) X_i}{X_{i+1} - X_i} Y_{i+1}$$

$$\left. - a_{ij} (x_{i, l+1}^2 - x_{i1}^2) - b_{ij} (x_{i, l+1} - x_{i1}) \right|$$

Anulando cada fator desta expressão teremos ao final um sistema $AY = C$ de $(m-1) \times (s-1) \times n$ equações a m incógnitas, ou seja:

$$\begin{aligned}
 & \frac{x_{i,l}^2 - x_{i,l+1}^2 + (x_{i,l+1} - x_{i,l}) X_{i+1}}{X_{i+1} - X_i} Y_i \\
 + & \frac{x_{i,l+1}^2 - x_{i,l}^2 + (x_{i,l} - x_{i,l+1}) X_i}{X_{i+1} - X_i} Y_{i+1} = \\
 = & a_{ij} (x_{i,l+1}^2 - x_{i,l}^2) + b_{ij} (x_{i,l+1} - x_{i,l})
 \end{aligned}$$

para $i = 1, 2, \dots, m-1$
 $l = 1, 2, \dots, s-1$
 $j = 1, 2, \dots, n$

Evidentemente, o sistema incompatível terá muito maior número de equações que de incógnitas. Podemos por exemplo usar o método dos mínimos quadrados para determinar uma solução "aproximada" do mesmo.

Podemos notar também, que ele tem características particulares, que podem ser aproveitadas na sua resolução. Assim é que, variando l e j , para:

$i = 1$ temos $n \times (s-1)$ equações em Y_1 e Y_2
 $i = 2$ " " " " " " Y_2 e Y_3

 $i = m-2$ temos $n \times (s-1)$ equações em Y_{m-2} e Y_{m-1}
 $i = m-1$ " " " " " " Y_{m-1} e Y_m

isto é, cada equação do sistema, tem somente duas incógnitas. A matriz A do sistema tem o aspecto indicado abaixo, onde somente a parte achuriada tem elementos que podem ser diferentes de zero.

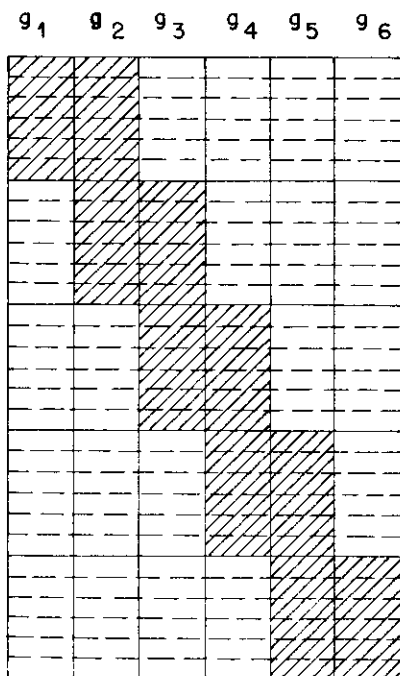


FIG 3

No caso da figura 3 temos 5 faixas ($m=6$), o que corresponde a 6 incógnitas. O i -ésimo bloco contém $n \times (s-1)$ equações em Y_i e Y_{i+1} .

Chamemos g_L o vetor que é a L -ésima coluna de A , e C o vetor coluna dos termos independentes. Estes vetores têm dimensão $(m-1) \times n \times (s-1)$.

Usando então o citado método dos mínimos quadrados, o sistema $AY = C$ seria substituído pelo sistema $GY = P$ simétrico seguinte:

$$\begin{pmatrix} (g_1, g_1) & (g_2, g_1) & \dots & (g_m, g_1) \\ (g_1, g_2) & (g_2, g_2) & \dots & (g_m, g_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (g_1, g_m) & (g_2, g_m) & \dots & (g_m, g_m) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (C, g_1) \\ (C, g_2) \\ \vdots \\ (C, g_m) \end{pmatrix}$$

onde (g_i, g_j) é o produto escalar dos vetores g_i e g_j (ver [1], pag. 28)

No nosso caso particularmente, a matriz acima é tridiagonal, pois

$$(g_i, g_j) = 0 \text{ p/ } |i-j| > 1$$

Pode-se resolver este sistema por qualquer método, e ter-se-á a solução do problema.

O programa de computador referente ao problema, cuja solução matemática consta do presente, poderá ser obtido no C.P.D. da Escola de Engenharia de São Carlos, com a autora.

· Bibliografia

- [1] · Lectures on Linear Algebra
Gell-Fand