

“Contribuição para o Estudo da Poluição dos cursos d’água”

J. P. Jesus Netto

eng. ajudante da 2.ª Seção Técnica.

II

1 — Conforme se sabe, o B. O. D., medido á 5 dias, não representa a demanda *total* de oxigenio de uma agua poluida, mas apenas uma parcela dessa demanda *total*. Segundo se verificou, no caso de aguas poluidas por efluentes residuais, a demanda de oxigenio é satisfeita em 99%, á temperatura de 20°C., em cerca de 20 dias, á condição porêem de que a materia organica esteja sob forma dissolvida ou em estado coloidal, sendo que o principio já não será verdadeiro, se a agua poluida contiver particulas de material em suspensão, de dimensões apreciaveis.

Daqui se conclue que, para uma temperatura de incubação de 20°C., seria preciso esperar mais de 20 dias, para se constatar que o oxigenio dissolvido cessa de diminuir. Um periodo de incubação tão longo, e possivelmente variavel segundo o caso, traz complicações de ordem pratica de laboratorio, e multiplica deste modo as causas materiais de erro.

2 — Numerosos estudos experimentais sobre a oxidação biológica da materia organica das aguas poluidas, por aerobióse, levados a efeito, entre outros, por Adeney e Theriault, mostraram que aquela oxidação biológica opera-se em duas fazes.

Em uma primeira faze, ha produção de amoniaco, á custa da materia azotada, e oxidação da parte carbonada das moleculas, com produção de CO_2 , e substancias organicas complexas e mal definidas, analogas aos humus, ou substancias humicas.

Na segunda faze, o fenomeno essencial é a transformação do amoniaco em nitritos, depois em nitratos. Donde se infere que a nitrificação só se inicia no momento em que a primeira faze da aerobióse está quasi terminada.

E' de toda a conveniencia esclarecer que, a demanda de oxigenio bioquimico (B. O. D.) dos higienistas americanos e inglezes, corrente na pratica sanitaria, — e atraz referido, — é o oxigenio consumido, durante um certo periodo da *primeira faze* da oxidação biológica (first

stage oxygen demand). Esta demanda *primeira* é, como facilmente se depreheende, — um resultado calculado da diferença entre o oxigenio inicial, e o oxigenio restante á um tempo t , — tempo este referente á um periodo geralmente curto.

O oxigenio necessario para satisfazer a *segunda fase* da oxidação biológica (nitrificação), é o que se chama demanda *segunda* de oxigenio bioquimico (second stage oxygen demand).

Em outras palavras: com um suprimento sufficiente de oxigenio a satisfação da demanda, — ou melhor, — a redução do B.O.D. cresce rapidamente durante 6 ou 7 dias, diminuindo depois progressivamente até as proximidades dos 20 dias. A partir deste ponto, ha outra vez um curto periodo de rapida aceleração na redução do B. O. D. e em seguida uma queda desta aceleração, cuja velocidade torna-se então bastante baixa, durante um periodo de tempo indeterminado.

A demanda exercida durante os primeiros 20 dias em que a satisfação é de cerca de 99% (1) da demanda total, é a demanda *primeira*, ou demanda *inicial*, e refere-se á primeira fase da oxidação biológica (oxidação da materia carbonácea).

A demanda restante, devida á segunda fase da oxidação biológica (nitrificação), é a demanda *segunda*.

Como se vê, é de capital importancia não confundir o B. O. D. corrente da prática, e referente á primeira fase da oxidação, com o B. O. D. verdadeiramente total, que se refére ao consumo conjunto dos dois estagios da aerobióse.

3 — Considerações teóricas devidas a Phelps, e verificações experimentais de Theriault, sob condições rigorosamente semelhantes ás que prevalecem nos cursos da agua contendo reservas de oxigenio, demonstraram que as reações bioquimicas características da primeira fase da oxidação, seguem uma lei bem definida, de sorte que, conhecendo-se previamente uma certa constante de velocidade de reação, basta dosar o oxigenio inicial e o oxigenio restante após 3 ou 5 dias de incubação, para se determinar pelo calculo, a totalidade de oxigenio que seria consumido na primeira fase da oxidação da materia organica, ou melhor, que a demanda *primeira*, póde ser matematicamente calculada em função do consumo de oxigenio determinado em um periodo curto.

4 — Com efeito, — si bem que a oxidação bioquimica das substancias organicas das aguas seja uma serie de reações complexas, — Phelps e Theriault ensaiaram aplicar áquele fenomeno, tomado em seu conjunto, uma das leis relativas á *velocidade* das reações quimicas simples, chegando á conclusão de que a lei representativa da velocidade de decrescimo da concentração em materia organica, na presença de um excesso de oxigenio e de micro-organismos, — é a lei das reações monomoleculares totaes.

(1) A tabela de estabilidade relativa (Phelps) nos mostra que o B. O. D. á 5 dias é igual a 68%, e a 10 dias, 90%, da demanda total.

Como se sabe, as reações entre dois corpos diferentes pertencem ao tipo monomolecular, quando um dos corpos existe em excesso tal, que a sua concentração possa ser considerada como constante.

Um exemplo classico de reação monomolecular total, é a hidrólise da sacaróse, em presença de acidos catalisadores, e na qual a agua é considerada como constante.

É evidente que nas diluições para as determinações do B. O. D., é impossivel fornecer um excesso de oxigenio, cuja concentração possa ser considerada como constante. A reação deveria pois pertencer ao tipo quimico bimolecular.

A experiencia mostra entretanto que, na realidade, é a equação das reações monomoleculares que representa caracteristicamente o fenomeno. A explicação desta anomalia aparente, reside no fáto da natureza bioquimica do fenomeno. Com efeito, se a reação fosse de carater estritamente quimico, seguiria teórica e racionalmente a lei das reações bimoleculares, visto como os dois reagentes, — oxigenio e materia organica oxidavel, — estão presentes em quantidades limitadas.

Não obstante, segundo foi apurado por Phelps e Theriault, é a lei de Wilhelmy, ou lei das reações monomoleculares totaes, que governa o fenomeno.

5 — É o seguinte o enunciado da lei que rege as reações monomoleculares totaes:

“A velocidade de reação é, a cada instante, proporcional á concentração de substancia reagente existente no meio” — isto é, — “a quantidade de substancia não ainda transformada” — (1).

Esta lei é expressa matematicamente pela relação diferencial classica:

$$\frac{dx}{dt} K = (a - x)$$

na qual:

a = concentração em substancia reagente existente no meio, no inicio da experiencia;

x = quantidade de substancia transformada no tempo t .

K é uma constante que exprime o valor do coeficiente de velocidade de reação; depende da natureza da propria reação e das condições experimentaes.

(1) Phelps definiu a lei de Wilhelmy, applicando-a ás reações bioquimicas, como se segue:

“A razão ou velocidade de oxidação bioquimica da materia organica, é proporcional á concentração de substancia não oxidada restante, medida em termos de oxidabilidade.”

Si definirmos a demanda de oxigenio como a *oxidabilidade total restante* das substancias presentes a qualquer tempo, — a lei exprime que, em iguais periodos de tempo, — uma igual proporção de demanda de oxigenio restante, será satisfeita; em outras palavras, — se 20% da demanda inicial é satisfeita nas primeiras 24 horas, — 20% da demanda restante será satisfeita nas 24 horas seguintes, e assim por deante. (A fig. 1 ilustra graficamente o raciocinio).

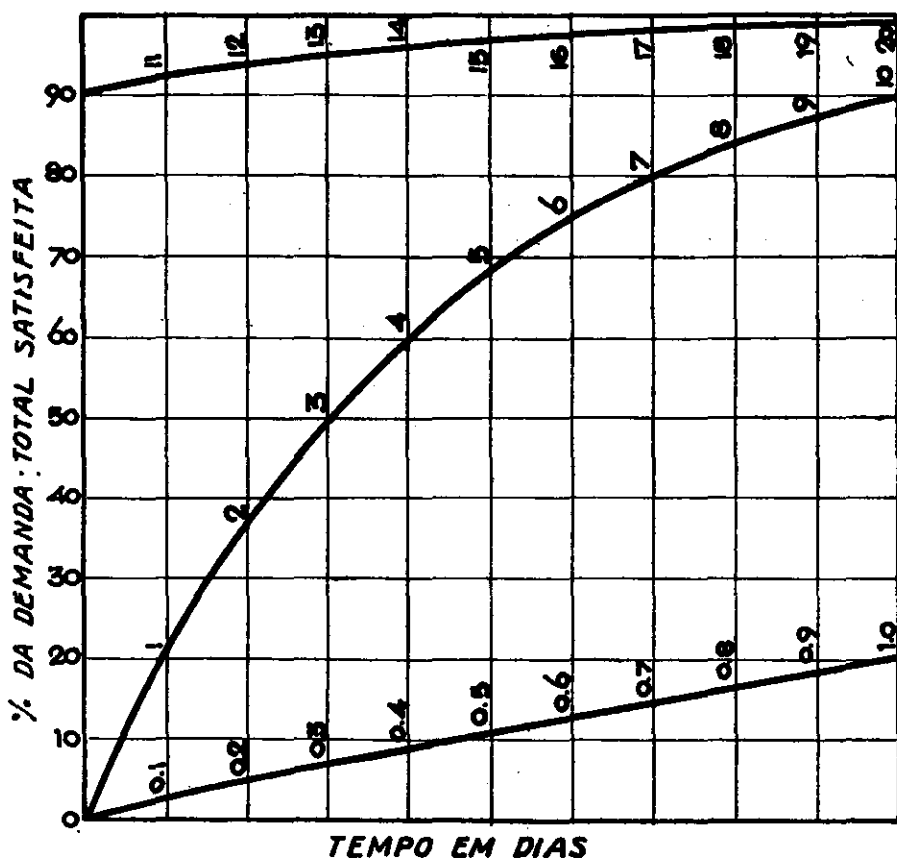


Fig. 1 — Relação entre a demanda de oxigenio e o tempo — á 20° C.
(Rep. San. D. of Chicago).

A integração da equação diferencial acima, entre os tempos 0 e t , dá :

$$K = \frac{1}{t} \text{Log} \frac{a}{(a-x)} \quad \text{sendo}$$

Log = logaritimos de base néperiana.

A velocidade de decrescimo da concentração em matérias orgânicas, na primeira fase da oxidação biológica, conforme verificou Phelps, — segue uma lei analogia á precedente, desde que se opere, por meio de diluições suficientes dentro de um excesso de oxigenio dissolvido.

Vejamos como se aplica a equação da Wilhelmy ao estudo das oxidações biológicas.

Seja :

L = demanda primeira de oxigenio (B. O. D. inicial);

L_t = demanda primeira substitindo ao tempo t (B. O. D. ao tempo t);

$L - L_t = X_t$, consumo de oxigenio ao tempo t (diferença entre o oxigenio inicial e o oxigenio restante ao tempo t).

Aqui ocorre ponderar que, para estudar a velocidade decrescente da materia organica, é preciso escolher um modo de expressão conveniente, de sua concentração.

Exprimir essa materia organica em oxigenio cedido pelo permanganato (oxigenio consumido), é um processo familiar em quimica. Do mesmo modo, e com mais propriedade, pode-se exprimir-a pelo oxigenio dissolvido cedido durante a oxidação biológica. Assim, a demanda primeira de oxigenio ou B. O. D. inicial de uma agua, póde com a maior justeza ser considerada como uma expressão do seu teor em materias organicas. Nestas condições, L exprimirá a concentração inicial em substancias organicas, e L_t a concentração ao tempo t .

Reportando-nos á equação diferencial de Wilhelmy, constata-se que L corresponde ao simbolo a , e que $L - L_t = X_t$, corresponde a x , ou quantidade de substancia transformada ao tempo t . Pode-se então escrever:

$$\frac{dx}{dt} = K (a - x), \text{ ou}$$

$$\frac{d(L - L_t)}{dt} = \frac{d X_t}{dt} \quad K_1 L_t = K_1 (L - X_t)$$

Integrando, entre limites 0 e t , vem,

$$K_1 = \frac{1}{t} \text{Log} \frac{L}{(L - X_t)}, \text{ sendo}$$

Log = logaritmos neperianos.

Passando para logaritmos decimais, deve-se multiplicar K_1 pelo fator 0,4343.

Se chamarmos

$$k_1 = 0,4343 K_1, \text{ vem}$$

$$k_1 = \frac{1}{t} \log \frac{L}{(L - X_t)} \quad (1)$$

sendo k_1 , um coeficiente de velocidade de reação.

6 — Este coeficiente k_1 póde ser influenciado pela natureza da materia organica, temperatura e composição do meio. Deve porem se manter constante durante o decurso de uma experiencia operada sob temperatura invariavel: de sorte que, se a aplicação da lei das reações monomoleculares totaes á primeira faze da oxidação biologica é legitima, — a experiencia deve permitir a verificação da constancia de k_1 nestas condições.

Uma dificuldade porem se apresenta: na equação (1), que permite o calculo de k_1 , encontra-se o fator L (demanda primeira, ou B. O. D. inicial), cuja determinação experimental exata depende justamente do conhecimento previo de k_1 , ou velocidade de reação.

Pode-se todavia obter experimentalmente um valor aproximado de L , estudando cuidadosamente o consumo do oxigenio, em função do tempo, pela dosagem do oxigenio inicial (L), e em seguida o oxigenio restante (L_t).

Representa-se graficamente o fenomeno, marcando-se, em ordenadas, os consumos de oxigenio (X_t), e em abcissas, os tempos.

A fig. 2 mostra os resultados de uma experiencia prolongada, feita à temperatura de 20°C , (1) sobre um liquido de esgoto fresco.

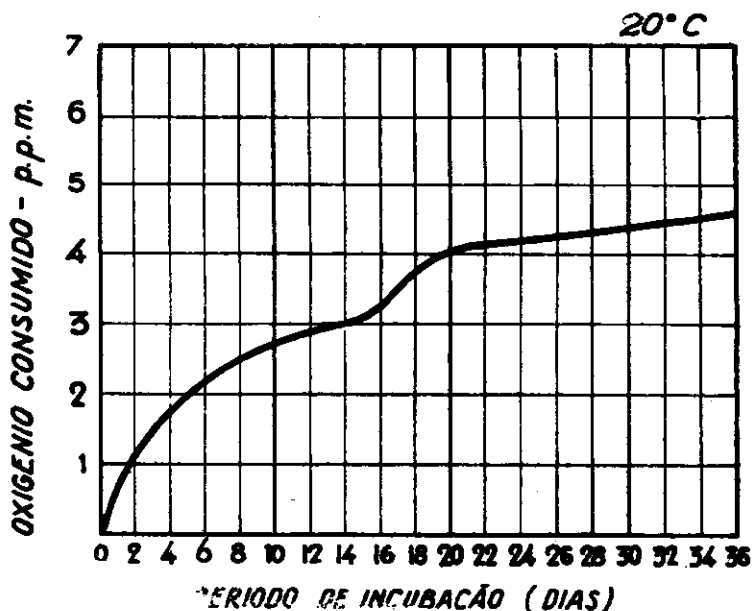


Fig. 2 — Consumo de oxigenio por um liquido de esgoto fresco.

Analisando-se a curva do consumo de oxigenio, verifica-se que ele é maximo no primeiro dia, decrescendo gradual e regularmente até as proximidades do 16.º dia, caracterizando-se pela uniformidade do decrescimento do consumo, em intervalos iguais de tempo.

Neste ponto ha uma transição, dentro da qual a velocidade de consumo de oxigenio desce mais ou menos rapidamente até cerca do 20.º dia, após o qual mantem-se em baixa progressão, por um indeterminado periodo de tempo. Este acrescimo secundario do consumo, marca o inicio da segunda fase da oxidação (nitrificação), sendo que esta, na realidade, começa um pouco antes do final da primeira fase, de sorte que, para a obtenção de um valor mais verdadeiro de L , ha que se prolongar a curva na direção seguida, antes que se manifeste a influencia da segunda fase.

No caso da curva da fig. 1, obtem-se, aproximadamente $L = 2,8$.

(1) A temperatura de 20°C é a temperatura "standard" adotada pelos sanitarios americanos para as applicações praticas fundadas no consumo do oxigenio.

7 — Como se está vendo, a determinação experimental de L , não pôde ser adotada como norma da pratica corrente, pois o metodo obrigaria á incubação de um numero elevado de amostras, — uma para cada dosagem. Todavia, como essa determinação é bastante util, visto como permite fixar a constante k_1 relativa ao tipo de agua em estudo, vejamos como, por um metodo de aproximações sucessivas, pode-se calcular aquele coeficiente, partindo de um valor aproximado de L .

O metodo tem por base uma experiencia comportando o estudo completo da marcha da desoxigenação, em função do tempo, por uma serie de determinações de X_t (curva da fig. 2).

Da equação (1),

$$k_1 = \frac{1}{t} \log \frac{L}{(L - X_t)}$$

pode-se deduzir o valor de X_t , ou

$$\begin{aligned} \log \frac{L}{(L - X_t)} &= k_1 t \\ \log \frac{(L - X_t)}{L} &= - k_1 t \\ \frac{(L - X_t)}{L} &= 10^{-k_1 t} \\ 1 - \frac{X_t}{L} &= 10^{-k_1 t} \quad \text{e finalmente} \\ X_t &= L (1 - 10^{-k_1 t}) \end{aligned} \quad (2)$$

Esta equação (2) é a expressão da lei da desoxigenação, em função do tempo, durante a primeira faze da oxidação biologica.

Nesta ordem de idéas, são as seguintes as operações para a determinação de k_1 :

- a) — Estabelecer experimentalmente a curva de crescimento de X_t , em função dos tempos t , durante a primeira faze da aerobiose (fig. 2)
- b) — Tirar, dessa curva, um valor aproximado de L , por extrapolação grafica (1).
- c) — Calcular um valor aproximado de k_1 , substituindo na equação

$$k_1 = \frac{1}{t} \log \frac{L}{(L - X_t)}$$

o valor aproximado de L , e um dos resultados experimentais de consumo de oxigenio X_t , — por exemplo, — para $t = 3$, ou $t = 5$ (texto em dias).

(1) L é o limite para o qual tende X_t , quando t cresce; com efeito, — a expressão $(1 - 10^{-k_1 t})$ tende para 1, visto como o termo $10^{-k_1 t} = \frac{1}{10^{k_1 t}}$ tende para zero.

Este raciocinio justifica a determinação aproximada de L por extrapolação grafica, sobre a curva dos resultados experimentais, relativos á primeira faze da oxidação.

d) — Utilizando o valor aproximativo de k_1 , calcular pela equação

$$X_t = L(1 - 10^{-k_1 t})$$

uma serie de valores de X_t , comparando-os aos valores experimentaes reaes.

A diferença entre estes ultimos valores, e os valores calculados da equação (2), deve estar dentro dos limites de tolerancia admitidos para os erros experimentaes; se tal não succeder ha que recommear os calculos de X_t , partindo-se então de um valor de k_1 , ligeiramente diferente do determinado em (1).

É claro que o novo valor admitido para o coeficiente k_1 , impõe um novo valor de L , que pode ser deduzido da equação (2), ou

$$L = \frac{X_t}{(1 - 10^{-k_1 t})}$$

Após uma serie de tentativas, chegar-se-ha a uma boa concordancia entre X_t observado e X_t calculado, e neste caso os valores de k_1 e L , que dão aquela concordancia, são considerados como exatos.

Uma vez conhecido k_1 , bastará algumas determinações de X_t , — por exemplo, — para $t = 1$, $t = 3$ e $t = 5$ dias de incubação, á 20°C., para o calculo de L , pela formula atraz deduzida, ou seja

$$L = \frac{X_t}{(1 - 10^{-k_1 t})}$$

8 — A natureza invariavel das substancias componentes dos esgotos das cidades, bem como a constancia de quantidade e de qualidade das bacterias encontradas, sob varias condições de observações, — permitem todavia adoptar-se para o coeficiente k_1 , um valor aproximadamente igual a 0,1, satisfatoriamente constante, á temperatura constante.

Este valor foi estabelecido por Phelps, operando sobre liquidos de esgotos, pelo metodo de reacção pelo azul de metileno, e pelas determinações directas da demanda de oxigenio bioquimico como vem de ser exposto. Tal valor foi ainda computado dos resultados obtidos por Lederer, que estudou o valor e a constancia de k_1 pelo metodo do azul de metileno, comparativamente aos metodos de incubação por diluição e pelo nitrato (1).

Trabalhos posteriores do mesmo Lederer e colaboradores, mostraram algumas diferenças de k_1 , para varios tipos de esgotos, diferenças aliás de importancia minima. Estudos demorados de Theriault, feitos sobre residuos de natureza industrial, indicam ainda que, quando

(1) O metodo de determinação do B. O. D. pelo nitrato consiste, em sintese, em adicionar nitrato de sodio á amostra, em quantidade sufficiente para suprir a demanda de oxigenio, incubando-a depois durante 5 ou 10 dias, á 20°C, calculando-se a demanda de duas determinações de oxigenio, como no metodo da diluição.

do os *tests* são cuidadosamente conduzidos e controlados, — os valores obtidos para k_1 são similares ao valor atraz citado para esgotos de cidades. Assim tambem as variações de k_1 para aguas poluidas de cursos dagua, são minimas, — o que é aliás natural, visto como a maior parte da materia organica oxidavel, contida em tais aguas, tem a sua origem nas descargas de esgotos.

Estudos recentes, feitos sobre cursos dagua norte-americanos, confirmam a afirmativa acima. Estes estudos foram cuidadosa e faticientemente conduzidos, e envolveram numerosas series de observações sobre a forma e constancia da curva de oxidação biologica, — empregando-se tres temperaturas diferentes de incubação, — 8°C, 20°C e 30°C. Para periodos que ultrapassaram de 20 dias, verificou-se que as curvas correspondentes seguiram estritamente a lei das reações monomoleculares, com variações do valor de k_1 , = 0.1, entre 5 e 10%.

A. Leys, estudando o valor de k_1 nas aguas poluidas do rio Aa, entre St. Omer e o Mar do Norte (França 1936), empregando o metodo que vimos descrevendo, encontrou para aquele coeficiente o valor normal de 0.1. Este valor pode pois ser aplicado na pratica corrente, á menos que não se queira determiná-lo pela experiencia e pelo calculo, como está especificado no paragrafo anterior.

9 — Conforme foi dito atraz, a lei que governa a oxidação da materia organica por aerobiose, é a das reações monomoleculares, e não a das reações bimoleculares, sendo que a causa desta aparente anomalia ás leis da quimica, é atribuida á natureza biochimica do fenomeno.

Com efeito, Theriault e outros, demonstraram que o consumo de oxigenio pelas aguas poluidas, depende essencialmente de um fator biologico: a multiplicação dos germens aerobios; — multiplicação esta que está estritamente subordinada á quantidade de elementos nutritivos presentes, ou seja, — pela concentração da materia organica. Experiencias levadas a efeito por aquele autor, e por Butterfield e Furdy, — evidenciaram que o consumo de oxigenio torna-se minimo, quando o numero de bacterias atinge num certo limite, á partir do qual cessa a sua multiplicação; si a multiplicação dos micro-organismos é restabelecida, por um artificio qualquer, o consumo de oxigenio se manifesta de novo, retomando o seu curso primitivo. Daqui se infere que a velocidade de decrescimo da concentração em materia organica é, — á cada instante, — proporcional a quantidade de materia organica presente.

Esta regra nada mais é que a definição da lei de Wilhelmy, aplicada ás reações bioquimicas por Phelps (nota do paragrafo 5), e pode ser matematicamente expressa pela diferencial

$$\frac{d(L - L_t)}{dt} = K_1 L_t$$

ou, sendo L constante,

$$- \frac{dL_t}{dt} = K_1 L_t$$

ou ainda

$$\frac{d L_t}{dt} = - K_1 L_t$$

O sinal negativo exprime que a quantidade de materia organica L_t diminue. A integral correspondente, entre limites 0 e t , é:

$$\text{Log } \frac{L_t}{L} = - K_1 t \text{ ou}$$

$$L_t = L e^{-K_1 t} \text{ (log. neperianos)}$$

Passando para logarithmos decimaes:

$$L_t = L 10^{-k_1 t}$$

Segundo A. Leys, para que a lei exponencial, sobre a qual se funda a medida de L , seja verdadeiramente applicavel, é pois indispensavel que se verifiquem as condições necessarias ao crescimento normal dos micro-organismos, — bacterias e plankton das aguas, — condições essas referentes a ausencia de substancias esterilizantes ou toxicas, reacção proxima da neutralidade (pH entre 6 e 8), pressão osmotica favoravel, e presença de elementos quimicos indispensaveis á vida e proliferação dos seres microscopicos.

Todas essas condições, — aliás excepção da toxidez — não exigem grande precisão para resultados satisfatorios. Leys assinala ainda á proposito dos elementos organicos, consumidos como nutrição pelos micro-organismos das aguas residuarias ou poluidas, — a influencia possivel da relação

$$\frac{\text{Carbono organico}}{\text{Nitrogenio total}}, \text{ ou } \frac{C}{N},$$

visto como a fraca proporção de um desses elementos é sempre prejudicial ao crescimento dos germens.

Todavia Holderby e Lea, citados por aquele autor, e que estudaram o problema em questão, relacionando o fator $\frac{C}{N}$ com a demanda de oxigenio, verificaram que a relação carbono-nitrogenio pode variar entre largos limites, sem grandes perturbações do consumo do oxigenio (1).

10 — Para qualquer tipo de esgoto, — residuos de industria ou de despejos de cidades, — o valor da constante k_1 é ainda função do fator temperatura.

A influencia da temperatura sobre o consumo de oxigenio dissolvido foi bem estudada por Streeter e Phelps, que estabeleceram a seguinte formula, exprimindo a variação de k_1 , em função da temperatura:

$$\frac{k_T}{k_{T'}} = \theta^{(T-T')}$$

(1) O consumo maximo de oxygenio corresponde a uma relação $\frac{C}{N}$ proximadamente igual a 6

na qual k_{T_1} e k_{T_2} = valores da constante k_1 , nas duas temperaturas;
 T e T' = as duas temperaturas respectivas;
 θ = coeficiente termico ou de temperatura.

O valor do coeficiente de temperatura θ foi determinado experimentalmente por Phelps, e pelos laboratorios de Higiene e Saude Publica de Washington e Cincinnati (E. U.) operando entre temperaturas de 10°C á 37°C , chegando ao valor medio de 1,047.

O grafico da fig. 3 mostra as variações do valor de k_1 , á diferentes temperaturas, em relação a $k_1 - \theta = 1.047$ á 20°C — tomado como unidade. Este grafico permite a conversão do valor de k_1 á varias temperaturas, partindo do seu valor $20^\circ\text{C} = 1$.

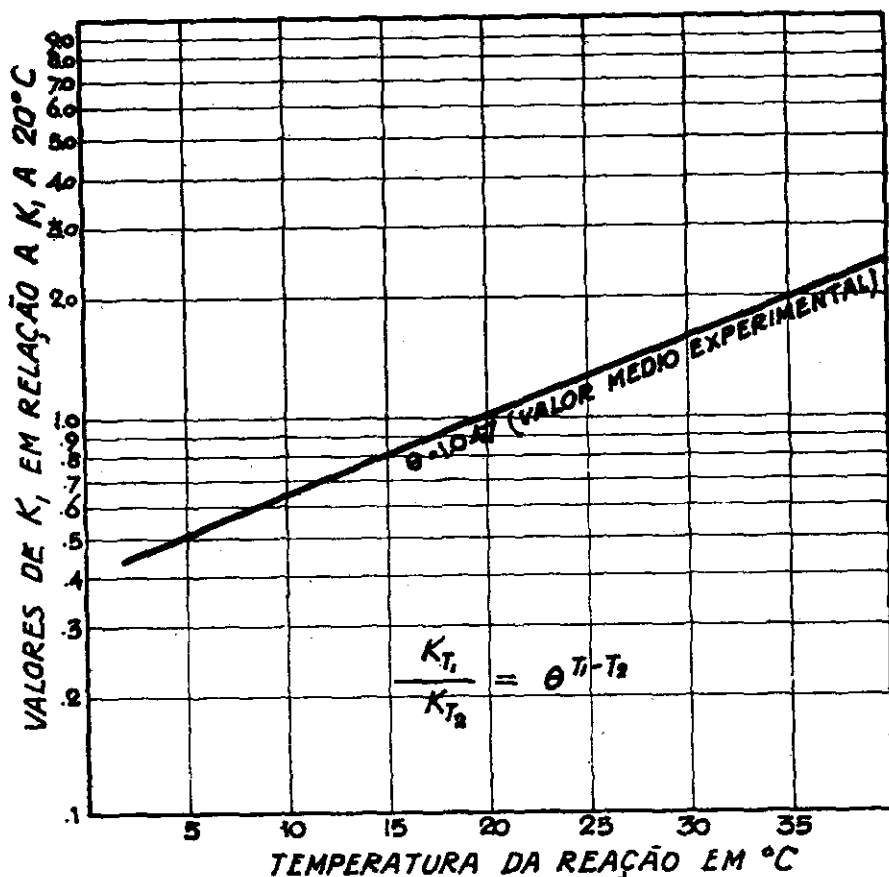


Fig. 3 — Valores do coeficiente K_1 à varias temperaturas em relação do seu valor medio à 20°C . (Rep. San. D. of Chicago).

Tomando-se a temperatura *standard* de 20°C , (1) e considerando o valor normal de $k_1 = 0.1$, e $\theta = 1.047$, pode-se deduzir da formula de Phelps, para qualquer temperatura:

(1) Como já foi dito em nota do paragrafo 6, a temperatura de 20°C deve sempre ser tomada como temperatura de referencia, pois á essa temperatura se reportam as incubações para as determinações do B. O. D.

$$k_T = k_{20} (1,047)^{T-20} =$$

$$= 0,1 (1,047)^{T-20}$$

Seja por exemplo, determinar o valor de k_T á 16°C. para o valor normal de k_T á 20°C = 0,1:

$$k_{16} = 0,1 (1,047)^{-4}$$

$$\log k_{16} = \log 0,1 + (-4) \log 1,047$$

$$k_{16} = 0,0832$$

11 — Tem lugar aqui uma observação: o valor de L , dependendo do valor da constante k , e por conseguinte sujeito ás variações da temperatura, deve evidentemente ser também corrigido, em relação ao seu valor á 20°C. Uma tal correção poderia ser efetuada pela formula empirica

$$L_T = L [1 + 0,02(T - 20)], \text{ na qual}$$

$$L = \text{valor de } L \text{ a } 20^\circ\text{C}$$

$$L_T = \text{valor de } L \text{ a } T^\circ\text{C.}$$

Na pratica corrente, todavia, essa correção é minima, e como tal desprezada, desde que no momento das determinações, a temperatura da agua em estudo não varia mais que alguns grãos sobre a temperatura de referencia de 20°C.

Como já se sabe, a razão ou velocidade da satisfação da demanda de oxigenio á 20°C, e á varios periodos de tempo, foi calculada por Phelps, e tabulada sob a designação de numeros de "estabilidade relativa". Essa razão ou velocidade de satisfação da demanda bioquimica, como estamos vendo até aqui, depende intimamente da temperatura do effluente de esgoto ou da agua poluida sob consideração. A razão ou velocidade decresce com as baixas da temperatura, sendo mais rapida ou elevada nos calores, do que nas temperaturas frias.

A fig. 4 reproduz graficamente as curvas calculadas pelos engenheiros sanitarios do "U. S. Public Health Service", em base de elementos experimentais, e demonstrativos da velocidade ou razão teórica da demanda de oxigenio, á diferentes temperaturas, e sob condições aerobicas normaes. As curvas foram calculadas pela formula já conhecida.

$$\text{Log } \frac{L_1}{L} = k d$$

na qual

L_1 = B. O. D. inicial — tomado como unidade.

L = B. O. D. final.

d = intervalo de tempo em dias.

k = constante da velocidade de reação, que varia com a temperatura

$$\frac{k_1}{k} = \theta^{(t_1 - t)} \text{ sendo}$$

k_1 = constante de velocidade de reação á temperatura: $t_1 = 20^\circ\text{C}$.

k = constante de velocidade a qualquer temperatura t .

θ = coeficiente de temperatura = 1.047.

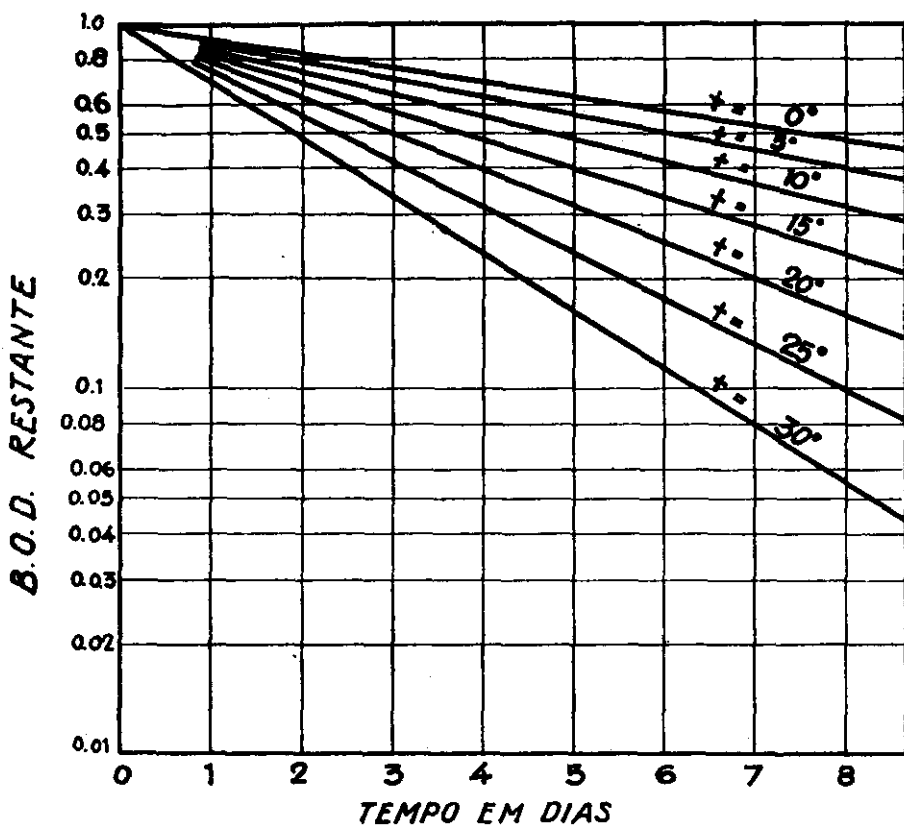


Fig. 4 — Demanda de oxigênio restante, após “d” dias, sob condições aeróbicas, à várias temperaturas. (U. S. Public Health Service).

12 — De tudo quanto vem sendo esplanado resulta que é possível, — se o consumo de oxigênio segue o seu curso normal, — calcular a demanda L , deduzida de uma única determinação do consumo de oxigênio X_t , feita em um período de incubação de $t = 3$ ou 5 dias. Há porém que tomar conta em certos fatores que podem afetar a velocidade de consumo de oxigênio, acarretando erros mais ou menos apreciáveis nos cálculos, baseados em uma determinação única de X_t .

Em certos casos por exemplo, notar-se-ha que a velocidade de consumo de oxigênio, por uma diluição de águas putridas, é extremamente rápida durante as primeiras horas, para em seguida decrescer, dentro de 24 horas, e tomar então o seu curso normal. Diz-se, nesse caso, que houve uma “demanda imediata” de oxigênio.

Em certos casos haverá o inverso e como consequência, um certo retardamento no início da reação. É evidente que, se o cálculo de L tem por base uma única medida de consumo de oxigênio X_t em 3 ou 5 dias, a existência de uma “demanda imediata” pode conduzir a um resultado maior que o real; do mesmo modo, e inversamente, a existência de retardamento no início da reação, acarretaria resultados ou medidas inferiores às verdadeiras.

13 — Pode-se todavia evitar os erros decorrentes de taes casos, efetuando-se tres medidas previas de consumo de oxigenio: em 1 dia em 3 dias e uma ultima finalmente em 5 dias. Os calculos de correção baseados nessas medidas, são relativamente simples.

A "demanda imediata" é provocada pela existencia, em certas aguas residuarias, de uma quantidade apreciavel de substancias redutoras, suceptiveis de reagir sobre o oxigenio livre, á temperatura ordinaria. Tal reação, puramente quimica, tem lugar entretanto paralelamente á reação habitual de oxidação biologica, e está virtualmente terminada dentro de 24 horas.

Nestas condições, o consumo X_t será expresso pela soma de dois fatores

$$X_t = L (1 - 10^{-k_1 t}) + L'$$

sendo L' o valor da "demanda imediata".

Vejamus como se pode calcular o valor real de L por aproximações sucessivas, tendo por base os consumos medidos em 1 e 5 dias. Seja (Leys) um liquido residuario industrial, diluido á 1%, e submetido á incubação "standard" de 20°C. O consumo de oxigenio dessa solução medido após 1, 3 e 5 dias de incubação, foi, em p.p.m:

$$X_1 = 2.60$$

$$X_3 = 3.48$$

$$X_5 = 4.02$$

conforme está representado na curva da fig. 5.

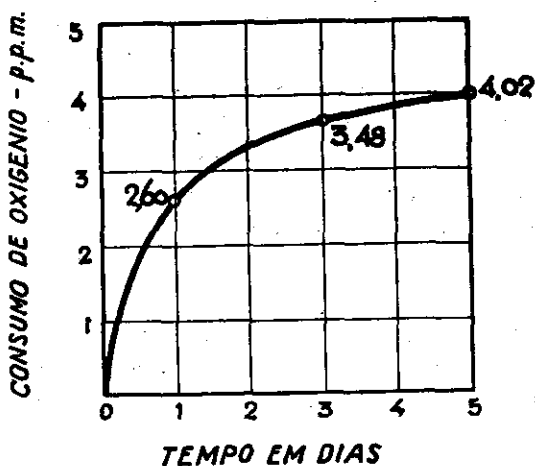


Fig. 5 — B. O. D. — 20C— de um líquido de esgoto, diluído à 1%.

Calculando-se um valor de L para a medida, por exemplo, de $X_5 = 4.02$ (5 dias), pela equação habitual

$$L = \frac{X_t}{(1 - 10^{-k_1 t})}$$

assumindo para a constante k_1 o valor praticamente satisfatorio de 0.1 é facil calcular X_1 pela formula

$$X_1 = L (t - 10^{-0.1 \times t})$$

ou, sendo $k_1 = 0.1$, pela forma empirica

$$X_1 = 0.3 X_5$$

que permite deduzir imediatamente, neste caso particular, X_1 de X_5 .
Ter-se-ha então:

$$X_1 = 0.3 \times 4.2 = 1.2 \text{ p. p. m. calculado}$$

$$X_1 = 2.6 \text{ p. p. m. observado}$$

Diferença 1.4 p. p. m.

Esta diferença, como é facil de ver, nada mais é do que um primeiro valor aproximado da demanda imediata; para se obter uma primeira correção do valor calculado de L , deduz-se de X_5 a demanda imediata, ou

$$X_5 - 1.4 = 4.02 - 1.4 = 2.62 \text{ p. p. m.,}$$

Recalculando X_1 sobre esta base, vem

$$2.62 \times 0.3 = 0.786 \text{ p. p. m.}$$

Uma nova operação daria 1.96 p. p. m, e, recalculando nesta ultima base, achar-se-ha 1.98 p. p. m., resultado este bastante aproximado do precedente, e como tal admitido para valor da demanda imediata. O consumo bioquimico do exogenio, á 5 dias, — X_5 , — é então:

$$X_5 = 4.02 - 1.98 = 2.04 \text{ p. p. m.}$$

Calculada sob esta nova base, a demanda primeira L , do liquido residual a que se refere a curva da fig. 5, será 2.91 p. p. m., diluida a 1%, — ou seja 291 p. p. m. para o liquido bruto.

Se a demanda primeira fosse calculada segundo $X_5 = 4.02$, ela seria igual a 574, resultado este maior que a soma da demanda primeira mais a demanda imediata, ou $L + L' = 489$.

14 — A eventualidade de um retardamento no inicio da reação poderá ocorrer, se a quantidade de micro-organismos for insufficiente para a imediata ação bioquimica, — seja pela presença de um antiséptico, ou seja por uma concentração ionica desfavoravel no liquido residual considerado.

As correções neste caso, seriam feitas como se segue (Hoskins-Leys):

Suponha-se:

$$X_1 = 5 \text{ p. p. m.}$$

$$X_2 = 25 \text{ } \cdot$$

$$X_3 = 34.5 \text{ } \cdot$$

$$k_1 = 0.1 \text{ (valor normal).}$$

Fazendo-se abstracção dos tres primeiros dias de incubação, e calculando L em função da incubação do terceiro ao quinto dia, ter-se-ha;

$$L = \frac{34,5 - 25}{1 - 10^{-0,1 \times 2}} = 27,1$$

Depois de tres dias (X_3), o consumo sendo de 25 p.p.m., segue-se que a demanda primeira total é $25 + 27,1 = 52,1$ p.p.m. O calculo de L , em base de $X_3 = 34,5$, daria 50,5 p. p. m., sensivelmente inferior ao resultado corrigido.

15 — Para se estudar a oxidação biologica em um dado curso d'agua, sob os principios que vem sendo expostos, é preciso, preliminarmente, escolher dois pontos A e B , separados de uma distancia correspondente a um deflúvio da ordem de 1 a 3 dias.

Não existindo influencias sensivelmente perturbadoras entre A e B , e sendo verdadeira a regra de Phelps aplicada aos fenomenos de auto-depuracção natural, — a demanda primeira de oxigenio L_b observada em B (jusante) deve estar ligada á demanda primeira observada em A (montante), segundo a relação

$$L_b = L_a 10^{-k_1 t}$$

Com efeito, (paragrafo 9),

$$L_t = L 10^{-k_1 t}$$

L_a correspondente evidentemente a demanda primeira inicial, e L_b á demanda primeira subsistindo ao tempo t ; o tempo t a considerar, é, como é facil de ver, o tempo de escoamento ou deflúvio entre os pontos A e B .

Segundo pondéra A. Leys, existem todavia fatores cuja influencia nas determinações é patente: taes são, por exemplo, as variações de velocidade da corrente, a existencia de afluentes, bem como a presenca de diversas causas de poluição entre A e B , e fenomenos de nitrificação. Outros fatores agem insidiosamente no consumo de oxigenio, e dentre estes ocupam logar de destaque os corpos em suspensão e os lodos depositados no fundo dos cursos d'agua, — os quaes, segundo observou Adney, citado por Leys, — oferecem grande perigo para a poluição das aguas superficiaes.

Já a velocidade de dissolução do oxigenio da atmosfera pouco ou nada influe sobre a velocidade de consumo, de sorte que a razão ou velocidade de reaeração não é geralmente levada em conta no problema — desde porem que a concentraçao em oxigenio dissolvido não caia abaixo de cerca de 3 p.p.m.

15 — Mas as influencias dos lodos depositados no fundo dos cursos d'agua, e cujas fermentações anaerobicas, dentro de temperaturas favoraveis ás atividades bacterianas, são em certos casos bastante elevadas, escapam, infelizmente, a toda e qualquer previsao, de modo que

essa "demanda imediata" difficilmente pode ser avaliada, não havendo ainda para ella uma expressão mathematica.

Já o mesmo não se dá com as particulas finas de material em suspensão. A oxidação dessas particulas, — conforme demonstrou Theriault, opera-se segundo uma lei semelhante á que rége a oxidação biologica dos corpos soluveis; — ou seja, a regra de Phelps, com o coeficiente $k_1 = 0.1$, e temperatura 20°C .

Com efeito (Streeter), de

$$L_b = L_a 10^{-k_1 t}$$

pode-se deduzir

$$L_a = \frac{L_b}{10^{-k_1 t}} \quad e$$

$$L_a = L_b 10^{k_1 t}$$

Se as condições do curso d'agua entre *A* e *B* são normaes, isto é, se não existem afluentes, poluição intermediaria, ou fenomenos de nitrificação, — e se o valor de *L* observado é maior que o valor de $L_b 10^{k_1 t}$ calculado, pode-se concluir, com segurança, que esta diferença é devida á sedimentação das particulas em suspensão, durante o percurso de *A* para *B*, — de sorte que a expressão $L_a - L_b 10^{k_1 t}$ representa a materia organica, expressa em oxigenio, sedimentada entre *A* e *B*.

A sedimentação de particulas em suspensão pode todavia ser avaliada, mesmo em casos mais complexos, onde existam afluentes ou fontes de poluição, corrigindo-se neste caso o valor observado de L_b (A. Leys).

Um afluente pode trazer, ao curso d'agua onde se lança, uma agua mais pura, ou menos pura que a do curso receptor. Em qualquer dos casos é preciso introduzir uma correção em L_b , para o conveniente estudo da diferença $L_a - L_b 10^{k_1 t}$. Para isso é necessario conhecer, 1) as vasões respectivas, do curso d'agua principal e do seu afluente, 2) a "demanda primeira" nos pontos *A* e *B* do curso d'agua confluyente, 3) a "demanda primeira" do afluente, um pouco acima da confluencia.

Vejamos uma applicação teorica da correção de L_b :

Seja um rio com uma vasão de 500 000 mc. por dia em *A*, e 550 000 mc. em *B*; este aumento de volume é proveniente de um afluente, cuja vasão é igual a 50 000 mc. por dia.

Assume-se que o tempo de defludio entre *A* e *B*, é de 2 dias, e que o ponto de confluencia está situado a 1 dia de defludio de *B*.

Assume-se mais que,

$$L_a = 5 \text{ p. p. m.}, \text{ ou } 2\,500 \text{ kgs. por dia, para o volume de } 500\,000 \text{ mc.};$$

$$L_b \text{ observado} = 3.58 \text{ p. p. m.}, \text{ ou } 1970 \text{ kgs. por dia, para o volume de } 550\,000 \text{ mc.}$$

Chamemos L_a' a "demanda primeira" da agua do afluente, e L_b , a "demanda primeira" subsistindo ao fim de um tempo do defludio

$t = 1$ dia. O valor de $L_{b'}$ pode ser calculado segundo a regra de Phelps, relativa a aerobiose, com coeficiente $k_1 = 0.1$ (1)

Resultará então, para o calculo de L_b :

$$\begin{aligned} \text{Seja } L_{a'} &= 10 \text{ p. p. m. (10 grms/mc)} \\ L_{b'} &= L_{a'} 10^{-k_1 t} = 10^{-0.1} \\ \log L_{b'} &= \log 10 + (-0.1) \times \log 10 = 0.9 \\ L_{b'} &= 7.94 \text{ p. p. m., ou grms/mc.} \end{aligned}$$

Para uma vasão de 50 000 mc.:

$$\begin{aligned} L_{b'} &= 395 \text{ kgs. por dia;} \\ L_b \text{ corrigido} &= [L_b \text{ observado}] - [L_{b'}] \\ &= 1,970 - 395 = 1575 \text{ kgs. por dia.} \end{aligned}$$

Finalmente

$$L_b \text{ corrigido} = 3,15 \text{ p. p. m.}$$

Resta verificar a aplicação da regra de Phelps á auto-depuração do curso d'agua principal; basta, para isto, determinar si o valor corrigido de L_b coincide com L_b calculado, segundo a equação

$$L_b = L_a 10^{-k_1 t}$$

Com efeito, no caso em apreço,

$$L_b = [5 \times 10^{-0.1 \times 2}] = 3,15 \text{ p. p. m.}$$

As influencias que vimos anotando, mostram á evidencia os cuidados e o criterio com que devem ser conduzidos os estudos deste genero, reduzindo-se ao minimo as causas do erro, já com uma escolha judic'osa de condições locais, já cercando as investigações de todas as medidas de segurança adequadas a cada caso.

16 — A capacidade de depuração de um curso dagua, é função das suas reservas de oxigenio dissolvido. Atendendo-se á baixa solubilidade do oxigenio na agua, é evidente que a aerobiose cessaria em uma dada massa dagua, se a regeneração das reservas de oxigenio destinadas a contrabalançar o consumo, não se operasse rapidamente. Esta regeneração opera-se 1) pela contribuição das aguas puras dos cursos dagua afluentes, 2) pelo oxigenio proveniente da assimilação clorofiliana dos vegetaes aquaticos e 3) pela dissolução do oxigenio atmosferico. Destas tres fontes de oxigenio, a ultima é a mais importante, seguindo-se-lhe a assimilação clorofiliana.

André Leys expõe a teoria da reaeração dos cursos dagua, conforme a lei de Streeter, para massas dagua com "deficit" de oxigenio dissolvido, como se segue: a velocidade de dissolução de oxigenio em uma massa dagua, cujo teor de oxigenio dissolvido está abaixo da sa-

(1) Num caso concreto, é necessario corrigir o valor de k_1 , em conformidade com a temperatura da agua.

turação,¹ depende 1) da pressão parcial do oxigenio na atmosfera gazoza com a qual está em contáto (1); 2) do balanço do oxigenio, ou seja da diferença entre a concentração do oxigenio dissolvido á saturação nas condições da experiencia, e a concentração real, ou o "deficit" de oxigenio, 3) da superficie exposta e 4) da rapidez com que as partes não saturadas da massa dagua vêm em contato com a atmosfera, ou seja a *turbulencia*, cuja importancia é capital na reaeração dos cursos dagua.

Se chamarmos D_t o deficit de oxigenio ao tempo t , a lei do decrescimo do deficit pode ser expressa como se segue:

$$-\frac{dD_t}{dt} = K_2 D$$

A velocidade do decrescimo do deficit de oxigenio é, a cada instante, proporcional ao proprio deficit. K_2 é o coeficiente da reaeração; depende da superficie exposta, e da turbulencia.

A lei da reaeração é em tudo semelhante á lei do decrescimo da demanda de oxigenio, de que já tratamos.

Chamando D_a o deficit inicial, é facil calcular D_t , deficit ao tempo t .

Integrando a equação diferencial precedente, entre 0 e t ,

$$\text{Log} \frac{D_t}{D_a} = -K_2 t$$

$$D_t = D_a e^{-k_2 t} \text{ (e = base log. neperianos)}$$

ou, passando ao sistema de logaritimos decimaes

$$D_t = D_a 10^{-k_2 t}; K_2 = 2,3 k_2$$

Na realidade, a reaeração dos cursos dagua não póde, nas condições naturaes, seguir uma lei tão simples, pois a cada instante o oxigenio é consumido pelos fenomenos da oxidação biologica dos materiaes organicos. Seguindo porem esta oxidação a regra de Phelps, deve-se logicamente procurar a solução do problema quantitativo da reaeração combinando aquela regra com a lei de dissolução do oxigenio atmosferico.

Chamando então :

D_1 = deficit de oxigenio, provocado pelo consumo de oxigenio.

L = demanda primeira, ao tempo considerado, e

D_2 = deficit de oxigenio, que tende a ser coberto pela dissolução do oxigenio atmosferico, ter-se-ha, respectivamente:

(1) Este fator é praticamente constante, em se tratando de reaeração dos cursos d'agua.

$$- \frac{dL}{dt} = \frac{dD_1}{dt} = K_1 L$$

$$- \frac{dD_2}{dt} = K_2 D \quad \text{ou}$$

$$\frac{dD_2}{dt} = - K_2 D$$

O deficit real é evidentemente a soma algebraica das duas ações contrarias (desoxigenação e reoxigenação) ou

$$\frac{dD}{dt} = \frac{dD_1}{dt} + \frac{dD_2}{dt} = K_1 L - K_2 D$$

A equação diferencial

$$\frac{Dd}{dt} = K_1 L - K_2 D$$

é uma equação linear da forma

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q \quad (\text{equação de Leibnitz})$$

A integração da equação precedente, entre O e t , resulta:

$$D_b = \frac{K_1 L_a}{K_2 - K_1} (e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t}) + D_a e^{-K_2 t}$$

na qual:

D_a = deficit de oxigenio inicial, p. p. m.

D_b = deficit de oxigenio ao tempo t , p. p. m.

L_a = "demanda primeira" inicial, p. p. m.

K_1 e K_2 = coeficientes de velocidade de desoxigenação e reaeração, respectivamente.

t = tempo decorrido, expresso em dias.

e = 2,71828 (base log. naturaes ou Neperianos)

Passando para log. decimais,

$$D_b = \frac{k_1 L_a}{k_2 - k_1} (10^{-k_1 t} - 10^{-k_2 t}) + D_a (10^{-k_2 t})$$

Tendo-se determinado a 'demanda primeira', e o deficit de oxigenio em um dado momento, é possível, como se está vendo, calcular o deficit que existirá ao tempo t desde que se conheça os valores dos coeficientes k_1 e k_2 . O coeficiente k_1 já é nosso conhecido; vejamos como determinar o valor de k_2 .

17 — O coeficiente k_2 , ou coeficiente de velocidade de reaeração, depende em grande parte da turbulencia. Esta por sua vez é influenciada por varios fatores, como sejam, a velocidade da corrente, profundidade do curso d'agua, irregularidade do fundo, de sorte que k_2 ,

não pôde ser deduzido de elementos basicos teóricos; tem que ser determinado experimentalmente em cada caso particular. Dependendo da velocidade da corrente, é claro que o coeficiente medido para um certo trecho de curso d'agua, só é valido para aquela velocidade. Todavia o valor de k_2 determinado experimentalmente para uma dada extensão de curso d'agua, cuja secção transversal e velocidade de deflúvio são regulares e conhecidas, como ocorre com canaes e rios canalizados, pôde ser generalizado aos casos em que os perfis e velocidades sejam semelhantes.

A determinação do valor de k_2 exige duas condições:

1) que a oxydação biologica se faça segundo os principios de Phelps, tendo-se em conta que a influencia da sedimentação seja desprezivel e

2) que a reconstituição das reservas de oxigenio seja operada pela exclusiva dissolução do oxigenio atmosferico, evitando-se a influencia da assimilação clorofiliana.

Selecionado um trecho $A - B$ do curso d'agua, nas condições impostas e escolhido um dia encoberto (1) dosa-se o oxigenio dissolvido em A e em B de modo a se poder determinar D_a e D_b ; opera-se em seguida em A , para a medida de L_a ; determina-se por fim, o tempo de deflúvio t entre A e B , entrando-se com esses elementos na equação

$$D_b = \frac{k_1 L_a}{k_2 - k_1} (10^{-k_1 t} - 10^{-k_2 t}) + D_a (10^{-k_2 t}) \quad (a)$$

atrás referida. Nesta equação o coeficiente k_2 é fator e expoente, de sorte que o metodo mais simples de calculal-o, consiste em proceder por aproximações successivas, até que se obtenha um valor de D_b bastante aproximado do valor experimental.

O valor de k_2 é proximamente 0,2 para os cursos d'agua não canalizados; varia todavia de 0,15 a 0,45, o que torna penoso deduzil-o da equação de D_b .

Convem assignalar que ao contrario de k_1 , cujo valor cresce com as elevações de temperatura, o coeficiente k_2 é pouco influenciado por essas variações, o que se explica pelo fáto da velocidade de dissolução do oxigenio crescer com as elevações de temperatura, emquanto que nas mesmas condições a solubilidade daquelle gaz diminue.

18 — A. Leys indica um método mais ou menos rapido para a determinação do valor aproximado de k_2 (método de Streeter) como se segue.

(1) O oxigenio que provem da assimilação clorofiliana é, como se sabe, produzido por fotossintese. Nas aguas frescas, contendo algas clorofiladas, não raro as taxas de oxigenio dissolvido vão á supersaturação, nos dias de sol. Nos dias nublados e encobertos, a concentração de oxigenio baixa consideravelmente.

Na maioria dos casos, a velocidade de desoxigenação é sensivelmente igual a velocidade de reaeração, — ou seja um estado fisico que se poderia chamar de “regimen permanente” — de sorte que o deficit de oxigenio é mais ou menos constante em um logar considerado. Essa constancia pôde ser posta em evidencia, pela applicação simultanea da lei de reaeração e do principio de Phelps, relativo a desoxigenação.

O consumo de oxigenio, ao tempo t , é como se sabe,

$$\begin{aligned} X_t &= L_a - L_t \quad \text{ou} \\ X_t &= L_a (1 - 10^{-k_1 t}) \end{aligned}$$

Se esse consumo não existisse, a quantidade de oxigenio dissolvido, entre os tempos 0 e t , seria dada por uma equação do mesmo tipo da precedente, ou

$$\begin{aligned} Y_t &= D_a - D_t \\ &= D_a - D_a 10^{-k_2 t} \quad \text{ou} \\ Y_t &= D_a (1 - 10^{-k_2 t}) \end{aligned}$$

Ha um momento em que, em consequencia dos valores respectivos de k_1 e k_2 — a reaeração Y_t equilibra exatamente o consumo X_t ; a concentração de oxigenio não muda, e o deficit de oxigenio é constante. Se $Y_t > X_t$ o deficit diminúe: se $X_t > Y_t$ elle augmenta.

A taxa da reaeração entre dois pontos A e B de um curso d'agua, é a soma algebrica do consumo X_t e da variação realmente observada no deficit de oxigenio. Considerando que o consumo é, entre A e B

$$L_a - L_b$$

e a variação do deficit

$$D_a - D_b$$

e chamando R a taxa de reaeração, tem-se

$$R = (L_a - L_b) + (D_a - D_b)$$

O valor de R é concernente a um certo tempo de escoamento ou deflúvio t ; si se considerar a relação $\frac{R}{t}$ ter-se-ha o que se poderia apropriadamente chamar de “velocidade media de reaeração”.

No caso de uma fraca variação do deficit de oxigenio, visinho de um estado de “regimen permanente”, é admissivel exprimir a velocidade “instantanea” de reaeração V , pela equação diferencial

$$V = \frac{dD}{dt} = 2,3 k_2 D$$

Mas, esta velocidade “instantanea” é sensivelmente igual á velocidade “média” observada sobre um certo trecho de curso d'agua; deste modo, se em logar de considerar um intervalo de tempo infinitamente pequeno dt , considera-se a unidade de tempo — dia — $\frac{dD}{dt}$ toma

um valor finito, ou seja $\frac{R}{t} = V_m$

Esta velocidade media V_m é susceptivel de medida; basta determinar L_a , L_b , D_a , D_b ; se por outro lado fixa-se o deficit medio D_m , entre D_a e D_b , pode-se escrever

$$V_m = 2,3 k_2 D_m \text{ e}$$

$$k_2 = \frac{V_m}{2,3 D_m}$$

O valor de k_2 , assim obtido aproximadamente é então transportado para a equação

$$D_b = \frac{k_1 L_a}{k_2 - k_1} (10^{-k_1 t} - 10^{-k_2 t}) + D_a (10^{-k_2 t})$$

Se o calculo de D_b na equação acima, com o valor obtido para k_2 está dentro dos limites admitidos para os erros experimentaes, considera-se k_2 como suficientemente exáto; caso contrario ha que recommear os ensaios, até o ajustamento desejado. Facilita-se o calculo traçando-se a curva das variações de D_b calculado em função de valores de k_2 . Supponhamos D_b em ordenadas e k_2 em abscissas; a curva passará evidentemente em um ponto cuja ordenada corresponderá ao valor experimental de D_b ; a abscissa correspondente dará o valor de k_2 que é finalmente verificado na equação de D_b atraz referida.

19 — Phelps e Streeter estudaram as variações do deficit de oxigenio dissolvido D_b em função do tempo e para diferentes grandezas da demanda bioquimica L_a . Partindo de um deficit inicial $D_a = 1$ p. m. e demandas bioquimicas 5, 10, 20 e 30 p. p. m. temperatura de 20° C, e valores de $k_1 = 0,1$ e $k_2 = 0,2$ e $t = 0$ a 10 dias obtiveram as curvas da fig. 6.

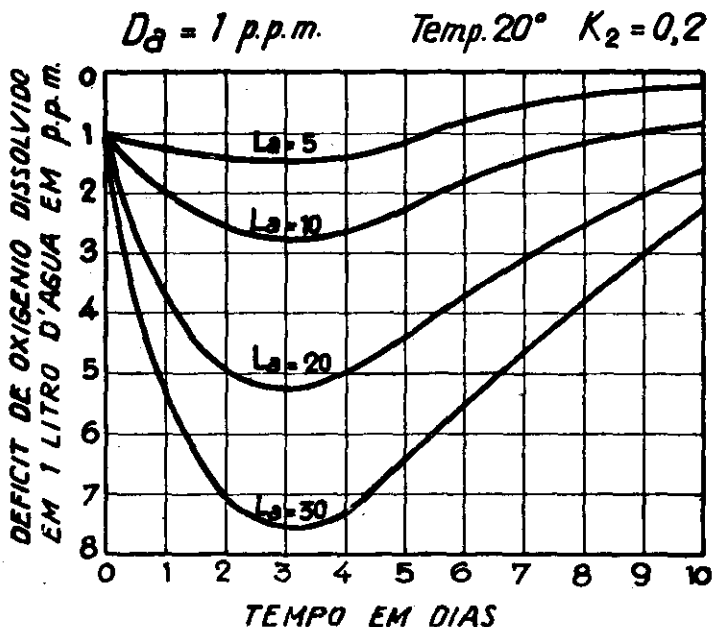


Fig. 6 — Variações do "deficit" de oxigenio dissolvido, D_b em função de diferentes valores de L_a .

Um exame desse grafico mostra que existe um deficit maximo nas proximidades do terceiro dia, e que, no caso em apreço o deficit D_b ao terceiro dia, é tanto maior quanto maior é o valor de L_a .

Estudando as variações do deficit D_b em função de diferentes temperaturas, aqueles autores verificaram ainda que a temperatura exerce uma influencia importante sobre a situação, no tempo, do deficit maximo. (fig. 7). Assim é que, se para $L_a = 20^\circ \text{C}$ por exemplo, o deficit maximo está situado a tres dias, para uma temperatura de 5°C elle estará á 5 dias, e a 30°C , a apenas 2 dias. Acresce ainda que o deficit ganha em importancia á proporção que a temperatura sóbe, o que é aliás uma consequencia da grande aceleração na velocidade de consumo do oxigenio, em função da temperatura, enquanto que a velocidade de reaeração mantem-se praticamente inalterada.

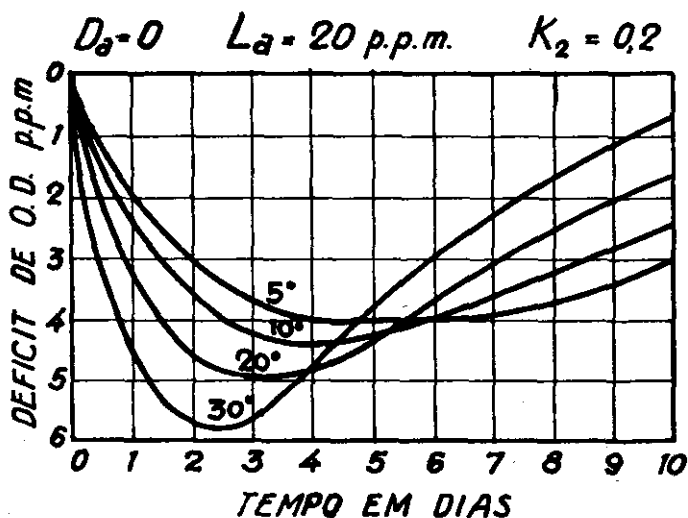


Fig. 7 — Variações do "deficit" de oxigenio dissolydo, D_b , em função de varias temperaturas.

20 — É de grande interesse pratico poder calcular a situação do ponto correspondente ao deficit maximo. Para isso é necessario conhecer a sua abcissa — o tempo —; a ordenada correspondente será então facilmente calculada pela equação que dá o valor de D_b . Phelps e Streeter, para calcular o tempo t correspondente ao deficit maximo, empregaram o método classico — tomar a derivada da função e igualar o resultado a zero. Operando sobre a equação de D_b resulta:

$$10 (k_2 - k_1) t = \frac{k_2}{k_1} \left[1 - \frac{D_a (k_2 - k_1)}{k_1 L_a} \right]$$

desaparecendo o termo D_b . Deduzindo o valor de t vem:

$$t = \frac{\log \left[\frac{k_2}{k_1} \left(1 - \frac{D_a (k_2 - k_1)}{k_1 L_a} \right) \right]}{k_2 - k_1}$$

A curva de D_b , que é típica das condições de oxigenio frequentemente observadas abaixo dos pontos de maior poluição, tem, com efeito, um minimo distincto, situado onde as velocidades de reaeração e de desoxigenação são momentaneamente iguais (fig. 8).

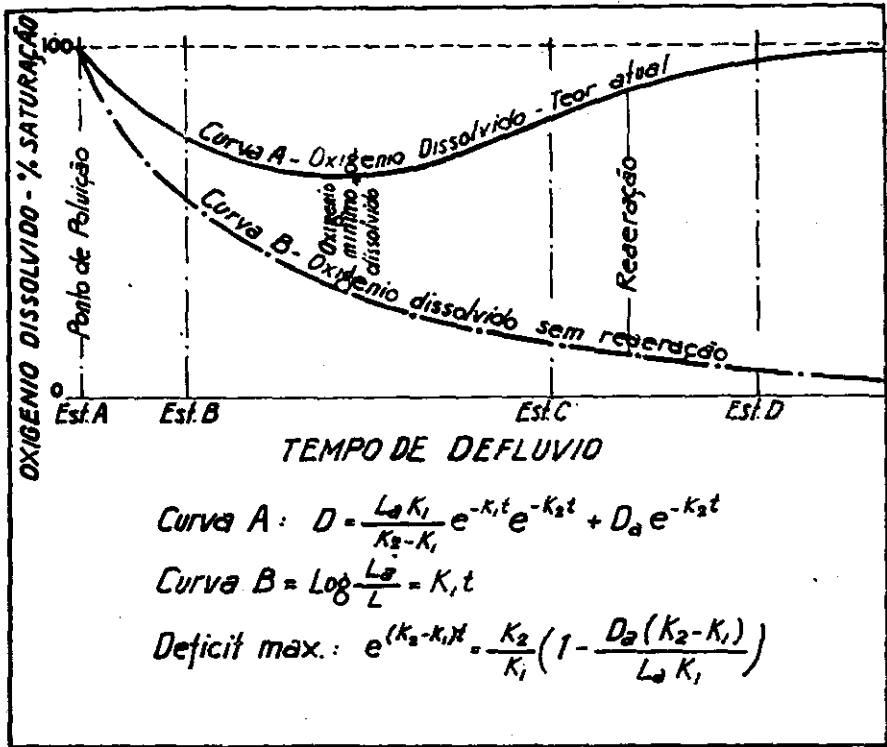


Fig. 8 — Variações progressivas de oxigenio dissolvido, abaixo de um ponto teórico de poluição. (Rep. San. D. of Chicago).

Uma vez calculado o tempo de escoamento t , correspondente ao deficit maximo, é bastante — para conhecer o valor da ordenada D_b , correspondente a esta abcissa — entrar com o valor numerico de t em dias, na equação que dá o valor de D_b .

O calculo de D_b , no ponto critico, oferece um interesse imediato no estudo da poluição dos cursos d'agua, pois elle permite fixar a grandeza que convem a L_a , para que D_b corresponda a uma concentração de oxigenio dissolvido compativel com as exigencias da higiene.

21 — Vejamos, para finalizar, o calculo de um caso teórico de poluição toleravel (A. Leys).

Seja uma descarga de esgotos em um curso d'agua: deseja-se saber qual será o volume maximo do afluente que se poderá lançar nesse curso d'agua, de modo que a taxa de concentração de oxigenio dissolvido das aguas não cáia abaixo de 4 p. p. m. (1) no ponto critico

(1) As reservas de oxigenio dissolvido de um rio podem descer até o limite de 2,5 p. p. m. sem grandes inconvenientes. Abaixo desta taxa é prejudicial a vida aquatica (P. Pequena).

(deficit maximo). Assume-se que o esgoto em questão tem uma demanda bioquímica (B. O. D.) de 200 p. p. m. e que a temperatura das aguas é de 16° C.

Suponhamos que, devidamente determinados, sejam os seguintes os valores basicos dos elementos necessarios ao calculo:

$$k_1 = 0,0832 \text{ — corrigido para } 16^\circ \text{ C, temperatura da agua no momento do estudo}$$

$$k_2 = 0,15$$

$$D_a = 4,3$$

$$L_a = 6,8 \text{ — corrigido para } 16^\circ \text{ C.}$$

Volume de escoamento — 259. 200 m, c. por dia.

O problema consiste em se achar qual seria a grandeza de L_a correspondente a uma concentração de oxigenio igual a 4 p. p. m. no ponto de deficit maximo, ou ponto critico. Falta-nos um dado: o tempo de deflúvio ou de escoamento, entre a descarga e o ponto de deficit maximo. Este elemento é fornecido pela equação (b), paragrafo 20.

O calculo é feito por aproximações sucessivas, como se segue:

Entremos na equação (a) com um valor aproximado de L_a , valor esse representado pela soma da demanda primeira da agua do rio (B. O. D. medido), e da demanda ajuntada pelo efluente do esgoto, esta ultima por estimativa mais ou menos precisa; acharemos deste modo, uma primeira aproximação de t . Seja 15 p. p. m. o valor de L_a :

$$t = \frac{\log \left[\frac{0,15}{0,0832} \left(1 - \frac{4,30 (0,15 - 0,0832)}{0,0832 \times 15} \right) \right]}{0,15 - 0,0832} = \frac{\log 1,386}{0,0668} = \frac{0,1417}{0,0668} = 2,12 \text{ dias}$$

Entrando com este valor de t na equação (a) — paragrafo 17 — bem como com um valor de $D_b = 9,95 - 4 = 5,95$ (1) obtem-se uma primeira aproximação quantitativa de L_a :

$$5,95 = \frac{0,0832 L_a}{0,15 - 0,0832} (10^{-2,12 \times 0,0832} - 10^{-2,12 \times 0,15}) + 4,30 \times 10^{-2,12 \times 0,15}$$

donde

$$L_a = \frac{0,26}{0,0155} = 16,76 \text{ p. p. m.}$$

Este valor de L_a , substituido ao valor de 15 p. p. m. admitido no primeiro calculo, nos dará um valor de t mais exáto, ou

$$t = 2,33 \text{ dias}$$

(1) 9,95 é o valor da concentração do oxigenio á temperatura assumida de 16° C.

Transportando-se este valor de t na equação (a), obter-se-ha :

$$L_a = 16,68 \text{ p. p. m.}$$

A demanda L_a medida no ponto da descarga foi, como ficou dito, 6,8 (16° C.) Ora, a demanda de oxigenio da materia organica, lançada neste local não deverá evidentemente ultrapassar o valor de 16,68 — 6,8 = 9,88 p. p. m. ou seja 9,88 gramas por m. c. o que corresponde a uma demanda total de

$$9,88 \times 259\,200 = 2\,560 \text{ kilogramos de oxigenio por dia.}$$

Nestas condições a vazão maxima da descarga admissivel por dia, para o exgoto considerado — com um B. O. D. de 200 p. p. m. ou 200 grs. por m. c. será :

$$Q = \frac{259\,200 \times 9,88}{200} = 12\,800 \text{ metros cubicos.}$$

Não é preciso dizer que esse volume Q de exgotos deve ser descarregado no curso da agua em vazão regular e continua, dentro das vinte e quatro horas, de sorte que o volume não exceda a

$$\frac{12\,800\,000}{86\,400} \approx 150 \text{ litros por segundo.}$$

B I B L I O G R A F I A

Theroux — Eldridge — Malbmann — "Chemical and bacterial analysis of water and sewage".

Metcalf & Eddy — "Sewage Disposal".

Imhoff-Fair — "The Arithmetic of Sewage Treatment Works".

André Leys — "Recherches sur les eaux polluées".

Sanitary District of Chicago — Report Part III — App. I "Sewage Disposal".

Folwell — "Sewerage".