

# BOLETIM

DA

## REPARTIÇÃO DE AGUAS E ESGOTOS

de S. Paulo

Diretor: Eng.<sup>o</sup> Oswaldo B. Thompson

NUMERO 5	Publicação Periodica São Paulo — Março de 1939	ANO III
----------	---	---------

### Projéto de uma Barragem de Concreto Armado em Poço Preto - Obras do Rio Claro

*J. M. de Toledo Malta*

Eng.<sup>o</sup>-Chefe da 3.<sup>a</sup> Secção Técnica

#### HISTÓRICO

A necessidade de um lago regulador da vazão do Rio Claro foi reconhecida desde que se cogitou do aproveitamento desse manancial no abastecimento de aguas de S. Paulo.

Observada a bacia situada a montante da captação projetada, verificou-se logo que em períodos de estiagem rigorosa a descarga natural ali disponível poderia descer a um mínimo da ordem de 100 milhões de litros diários.

Ora, os projéto de abastecimento baseados na captação do Rio Claro requeriam volume diário trez vezes maior, pelo menos, sem o que não seria compensado o custo de uma adutôra de 85 quilômetros, suposto que se pudesse justificar a preferência por esse manancial pelo duplo motivo de permitir adução por gravidade e de fornecer aguas de cabeceira, de bacia deshabitada e protegida.

Tratou-se logo, por conseguinte, de observar o regimen natural do rio para se conhecer qual o regimen contínuo equivalente que se poderia obter artificialmente por meio de um açude regulador.

O engenheiro Henrique de Novaes, baseando-se em dados colhidos até 1927, avaliou em 260 000 m<sup>3</sup>. por dia a descarga contínuo do rio Claro regularizado, concluindo, porém, por estudo comparativo, que uma descarga diária de 300 000 m<sup>3</sup>. seria possível e provavel. (Vi-

de Relatório da Comissão de Obras Novas do Abastecimento de Agua da Capital - paginas 25, 26, 34).

O engenheiro Henrique de Novaes localizou o projéto da barragem através do boqueirão existente nas vizinhanças de Casa Grande, prescindindo de estudos para a localização em Pôço Preto, os quais só muito mais tarde foram retomados pela Comissão de Saneamento e terminados pela R. A. E. (\*) Estes estudos vieram provar de modo cabal a superioridade indiscutível da localização em Pôço Preto que foi definitivamente adotada.

A projetada localização em Casa Grande, apresentava desde a sua origem muitos inconvenientes fundamentais. O primeiro e o maior era a baixa cóta de represamento que afetou e onerou todo o traçado da adutôra inferior, rebaixando-o obrigatoriamente, donde a necessidade de extensas passagens em tunel. E, apesar desse rebaixamento, ainda seria preciso elevar a agua do açude, de 9 a 18 metros de altura, para lançal-a na adutôra, porque as condições topograficas em Casa Grande não permitiam levantar a barragem acima do nivel do aqueduto.

De fáto, reduzida embora a altura máxima da barragem a 29 metros no projéto do eng. H. de Novaes, ainda assim precisou o mesmo illustre engenheiro projetar tambem dois diques de terra (um de 16,40 ms. outro de 11,20 de altura) sobre o divisor de aguas "sem o que as aguas do Rio Claro transbordariam para a sua contravertente marítima" (Relatório citado pap. 30).

As condições geológicas de Casa Grande não eram menos desfavoráveis. A base de rocha estende-se "numa superfície mais ou menos horizontal na hombraira esquerda e ligeiramente ascendente na direita". Deste modo os flancos da muralha ficariam a toda a altura encravados em terra, condição bastante precária para uma barragem de concreto.

Parece fóra de dúvida que tantos defeitos juntos bastariam para condenar a localização em Casa Grande, excéto no caso de não haver nenhuma outra melhor ou menos má. E em não havendo, a possivel vantagem da própria adução do Rio Claro, ficaria por isso mesmo muito discutível, sinão por outras razões.

Recebendo o espólio da Comissão de Obras Novas, a Comissão de Saneamento primeiro e depois a R. A. E. procuraram verificar de modo positivo, por observações hidrológicas, geológicas e topográficas as condições reais da bacia a montante do Pôço-Preto.

Já no ano de 1935 possuia a R. A. E. todos os elementos necessários para poder afirmar que a construção do açude nesse local era possivel, satisfazendo a todos os requisitos exigidos. Foi feito um projéto completo de barragem de concreto massiço. Em o n.º 3 do Boletim da R. A. E., outubro de 1937, encontra-se uma descrição desse projéto em artigo dos engenheiros Nassim Nadruz e Eurico Cerruti, com os

---

(\*) A R. A. E. já tinha iniciado o levantamento topográfico da bacia quando todos os serviços do Rio Claro passaram para a Comissão de Obras Novas.

resultados dos estudos preliminares da bacia, topográficos, meteorológicos, hidrológicos e geológicos.

Ficou provado que no boqueirão situado duzentos metros acima da Cachoeira do Pôço Preto pode-se levantar uma barragem até a altitude de 864 metros, que é a elevação mínima do divisor de aguas da bacia. Nestas condições a barragem terá uma altura molhada máxima de 28 metros sobre o fundo do rio e 35 sobre o ponto mais profundo da superfície da rocha, desenvolvendo-se numa extensão de 350 metros.

Nas hobreiras a altura sobre rocha será de 8 a 9 metros somente.

O lago artificial formado pela barragem terá uma capacidade utilizavel, entre altitudes 864 e 842, de 17 700 000 metros cúbicos, suficiente para garantir uma descarga contínua de 300 000 m<sup>3</sup>. por 24 hs.

Desaparecem, assim, todos os inconvenientes da locação em Casa Grande excéto o defeito das hobreiras encravadas em terra. Mas esse mesmo fica muitissimo atenuado e perfeitamente toleravel.

A única vantagem da locação em Casa Grande seria a maior capacidade do lago, 75 000 000 m<sup>3</sup>, segundo afirma o engenheiro H. de Novaes no relatório citado. Tamanho excesso de volume sobre o volume determinado como suficiente permitiria melhorar a qualidade da agua em consequência do aumento consideravel do tempo de sedimentação. Mas é preciso considerar que semelhante vantagem seria certamente anulada durante os primeiros anos de utilização do açude, em consequência da decomposição da matéria orgânica existente na bacia submersa. É sabido que os lagos artificiais precisam de tempo mais ou menos dilatado para "amadurecer", como se diz, até que sê tornem equivalentes aos lagos naturais quanto á qualidade das suas aguas. A este respeito a R. A. E. tem feito observações interessantes.

A barragem de Pedro Beicht começou a funcionar em fins de 1932. Deram-se algumas irregularidades na tomada d'agua que, durante certo tempo, se fez pelo tubo de descarga com agua do fundo do açude.

Alem disso, a agua do açude mistura-se normalmente com as da bacia inferior que não são decantadas. Apesar disso as observações revelam que o teor da materia organica subiu desde o inicio do armazenamento e que até hoje não tornou ás proporções primitivas.

O mesmo resultado se observa quanto ao grau de coloração.

Portanto podemos concluir sem mêdo de errar que, construido o açude em Casa Grande, o tratamento das aguas alí armazenadas seria indispensavel e, durante vários anos, não menos rigoroso do que o necessário no caso do armazenamento de menor volume no Pôço-Preto. Nada se economisaria nas despezas de primeira instalação da estação de tratamento e só depois de um longo praso seria lícito esperar alguma economia nas despezas de custeio. devido a um menor consumo de ingrediêntes químicos e lavagens mais espaçadas. E esta vantagem mínima estaria longe de compensar os sérios inconvenientes de toda a ordem a que já nos temos referido.

Se o projéto da adução se houvesse baseado desde a sua origem na localização do açude no Pôço-Preto, muito mais felizes sob todos

os pontos de vista teriam sido as condições resultantes para a adutôra. Com a mesma declividade da atual, chegaria em São Paulo a um reservatório, 10 a 11 metros mais elevado, permitindo distribuição mais perfeita e mais econômica.

Ou, para chegar ao mesmo reservatório atual, disporíamos de uma declividade 30% maior, permitindo secções transversais 15% menores. Muitos tuneis seriam reduzidos, ou suprimidos, mais na primeira do que na segunda hipótese. Mas em qualquer das duas hipóteses é de vêr que a economia realizavel na construção da adutôra, na distribuição, ou em ambas, teria sido incomparavelmente mais importante do que a duvidosa redução nas despesas de tratamento, postos de parte os defeitos intrinsecos da locação da barragem de Casa Grande. Esses defeitos intrinsecos da locação em Casa Grande desaparecerão, sendo construída a Barragem no Pôço Preto.

Os outros, porem, extrinsecos ou indiretos, que se refletem na adutôra e na distribuição, subsistem como realidade, já agora inalteravel.

A barragem do Pôço-Preto foi estudada em primeiro lugar em 1933 pelo engenheiro Nassim Nadruz que projetou uma muralha de concreto massiço. Esse projéto, como acima se disse, foi publicado no Boletim n. 3 da R. A. E. de outubro de 1937 com a colaboração do eng. Eurico Cerruti.

Posteriormente, em 1937, a Companhia Construtôra Nacional, empreiteira atual das obras do Rio Claro, apresentou á R. A. E. a sugestão de ser preferido o tipo de barragem de concreto armado de elementos múltiplos. Para demonstrar as vantagens do tipo proposto, a Companhia elaborou em seus escritórios um ante-projeto de barragem de arcadas contínuas acompanhado de cálculos e medições. Segundo esses estudos preliminares a construção da barragem de concreto armado de elementos multiples deveria custar 20 a 25% menos do que a da muralha de concreto massiço.

Ouvidas sobre a proposta a 3.<sup>a</sup> Secção Técnica e a Secção do Rio Claro, determinou o Diretor da R. A. E. que o projéto definitivo fôsse feito pela própria R. A. E. cometendo sua elaboração ao engenheiro chefe da 3.<sup>a</sup> S. T.

Do desempenho dessa incumbência resultou o presente trabalho. Iniciado em outubro de 1937 o atual projéto estava praticamente concluído, faltando-lhe apenas este relatório, em março de 1938. Nessa data uma viagem aos Estados Unidos em missão da R. A. E. (\*) obrigou o autor a adiar a conclusão para depois do seu regresso.

Por boas razões, como adeante se verá, tivemos que rejeitar o dispositivo em arcadas contínuas adotado no ante-projéto da Cia. Construtôra Nacional. Foi preferido o dispositivo de cortina plana constitutivo do tipo Ambursen de barragem de concreto armado o qual, a nosso vêr, é imposto pelas condições do local. Em regra geral, quando as

---

(\*) Essa missão nada tinha que ver com o assunto deste artigo.

condições locais permitirem optar por um dos dois dispositivos, a cortina em arcadas merece preferência porque, podendo cobrir maiores vãos com menor espessura e reduzindo o número de contrafortes, realiza uma notavel economia de material que compensa vantajosamente o maior custo das fôrmas e da mão de obra. Mas no caso presente as arcadas não poderiam ser empregadas senão á custa de complicações finais quasi insolúveis. Entretanto o projéto da R. A. E. deu, no resultado das medições prévias, quantidades de material praticamente equivalentes ás do ante-projéto da Companhia Construtora Nacional, satisfeitas todas as condições de resistência e estabilidade geralmente especificadas para obras congêneres. Será isso, queremos crêr, um índice do cuidado com que foram estudados todos os elementos do projéto, do ponto de vista técnico tanto como do económico. Entretanto prevemos que muitos defeitos e até erros poderão ter escapado ao nosso atento e consciencioso exâme da questão. Espera o autor que os competentes lhos apontem, para que os ache, e o favoreçam com suas lições, para que os corrija como fôr possível, e a quantos por esta forma o ajudarem agradece antecipadamente, pois a publicação deste estudo não visa outro fim senão esse.

Entre as obras consultadas para a elaboração do nosso projéto, que foram quantas pudemos obter sobre o assunto, merecem especial menção as duas seguintes:

*Dr. Ing. N. Kelen* — Die Staumauern.

*Prof. S. Timoshenko* — Theory of Elasticity.

Recomendamos esses dois tratados, por nos parecerem suficiêntes, ao engenheiro que deseje conhecer o estado atual da questão.

## PARTE I

### Elementos Primordiais

1. **Condições locais.** — O sitio escolhido para a implantação da barragem é o boqueirão existente logo abaixo da barra do correjo da Rosca, a uns duzentos metros a montante da Cachoeira do Poço-Preto. A planta da bacia mostra que a maior depressão da sua linha divisoria se encontra nas nascentes do Corrego da Crista. Ahi existe uma garganta, no divisor da vertente maritima, cuja altitude se mede pela cota de 864 ms. Fixou-se nessa cota a elevação maxima do nivel d'agua do açude. Na garganta do correjo da Crista será construido um vertedor de concreto para servir de sangradouro de emergencia, evitando a submersão da barragem, como oportunamente se verá. O relevo da bacia é dos mais irregulares e o rio Claro corre apertado entre encostas abruptas. Dahi resulta que o lago artificial será estirado e tortuoso. Cobrindo uma área submersa de 229 hectares extender-se-á o lago por uns sete quilometros desde a barragem ate as nascentes do Ribeirão do Campo, com uma capacidade de 17 700 000 metros cubicos.

Ao longo do eixo da barragem foram perfurados 22 poços de sondagem que revelaram a formação geologica do solo. Verifica-se, observando o desenho, (Prancha I) que a superficie da rocha viva (granito) não acompanha a configuração do terreno. O ponto mais profundo encontra-se á margem direita a 75 metros de distancia e 7 a 8 metros mais baixo que o fundo do rio. Parece que em epoca remota por ahi se escoava o curso d'agua. Desmoronamentos sucessivos, provocados pela decomposição do granito primitivo nas encostas, teriam obstruido o antigo leito deslocando-o para a situação actual. Esta hipótese é confirmada pelo facto de se depararem inumeros blocos de rocha decomposta, de mistura com terra, em espessa camada sobre a rocha viva. A camada superior de terra é em geral pouco profunda. Nos dois flancos a superficie do granito vae-se erguendo com muito fraco acive até atingir a cota de 856 metros, mais ou menos. No flanco esquerdo mantem-se nessa altitude sem variações apreciaveis. No direito descêe de novo em declive muito moderado. A distancia de hobreira á hobreira é de 320 metros aproximadamente, medidos entre os dois extremos sobrelevados da superficie da rocha.

Nestas condições, para se represar a agua até a cota 864, a barragem precisará elevar-se nas hobreiras cerca de oito metros acima da rocha. Será necessario, portanto, para se garantir a vedação, prolongar-lhe os flancos, numa extensão conveniente, sob forma de cortina encravada nas encostas segundo a tecnica de construção das barragens de terra munidas de muro interior (core wall).

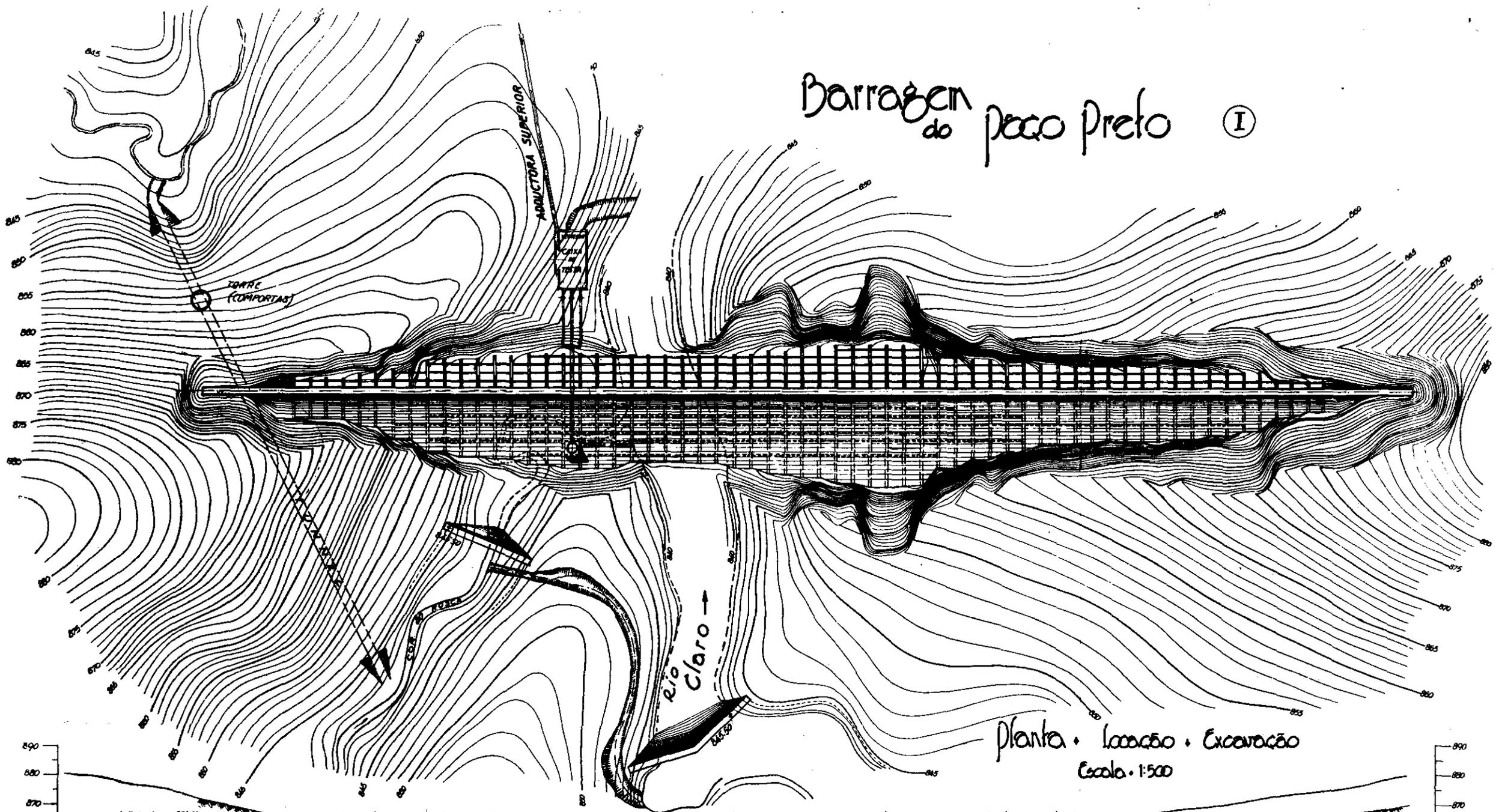
Resulta da topografia e da situação da rocha que grande parte da barragem deverá ser construida dentro de profundas excavações, ficando a maior parte da obra abaixo ou emergindo muito pouco da superficie natural do terreno.

Esses caracteres naturaes dão-nos a impressão de ser um açude de terra com muro interior de vedação o tipo de construção mais adequado ás condições do local, visto permitir a restauração aproximada da topografia natural, exceto no trecho central em que o açude deveria ficar sobrelevado e aparente. Esta ideia, porem, já foi sugerida, ponderada e abandonada por diversas razões. Basta mencionar apenas duas que parecem decisivas. Em primeiro lugar haveria dificuldades em obter-se argila para a construção do açude de terra, material indispensavel, pelo menos na metade de montante, e que não é encontrado no local nem nos arredores. Alem disso é preciso não esquecer que durante a construção da barragem o Rio Claro já estará contribuindo com suas aguas para o abastecimento da Capital. Então seria inevitavel o arrastamento de grande quantidade de terra e argila no curso d'agua o que iria impossibilitar o funcionamento regular da estação de tratamento de Casa-Grande.

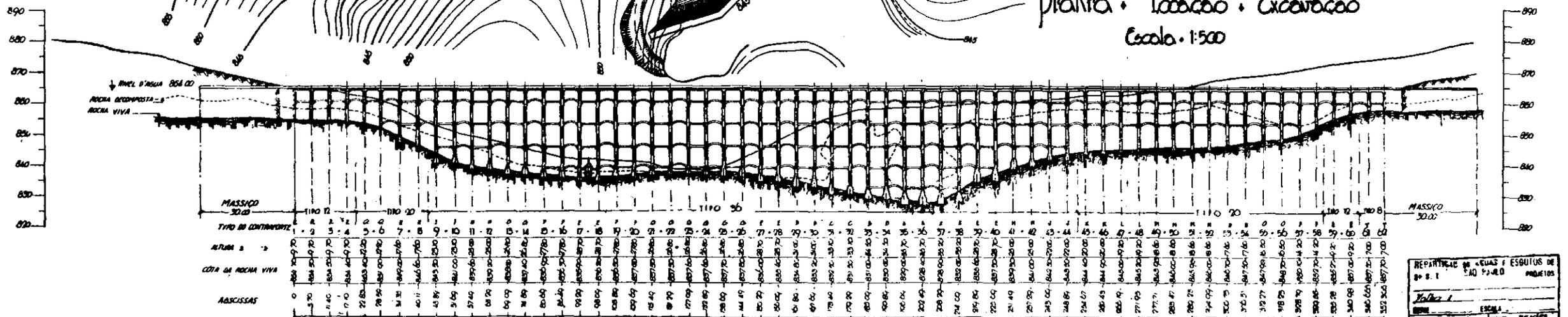
**2. Tipo da Barragem. Dados iniciaes.** — A barragem projetada pela 3.<sup>a</sup> S. T. é de elementos multiplos de concreto armado.

Para iniciar o projecto de uma barragem desse genero a primeira questão que se apresenta é decidir entre os dois tipos de cortina.

# Barragem do Peco Preto (I)



Planta - Localização - Excavação  
Escala: 1:500



Arcadas multiplas ou lages planas? No caso em apreço já existia um precedente insinuando a preferencia pelas arcadas, pois o ante-projéto da Companhia Construtora Nacional adotou este tipo de cortina. Entretanto, examinando mais de perto a questão, pareceu-nos fóra de duvida que por essa forma não se resolvem todas as dificuldades do projéto.

No proprio ante-projeto supradito ficou sem solução o modo de construir as ombreiras da barragem de forma que pudessem resistir aos empuxos dos arcos extremos, sobre uma altura de 20 metros aproximadamente. E a solução não seria facil nem economica, porque o perfil demasiadamente aberto da linha de rocha obrigaria á construção de duas pequenas montanhas de concreto, uma em cada extremo, prolongando-se em outras tantas pequenas cordilheiras flancos a dentro.

A respeito da influencia da forma da secção transversal do vale sobre o tipo de cortina preferivel eis como se exprime o Dr. Ing.<sup>o</sup> N. Kellen: " Sob o ponto de vista da possibilidade de emprego das diferentes fórmas de muro de arrimo, não se pode em todas as circustancias, dar preferencia a esta ou áquella. Ha, pelo contrario muitas razões que indicam ser conveniente o emprego de um ou outro tipo. Entre todas ha as condições geologicas que são de maxima importancia no estabelecimento de um açude. A configuração superficial do vale tambem desempenha papel muito importante na escolha da fórma. Embora, no estado atual da construção de açudes, os muros de arrimo em arcadas ainda sejam sempre os mais economicos, não podem, entretanto, ser construidos em todos os vales. Esses muros de arrimo são proprios, acima de tudo, para aquelas fórmas de vales em que as superficies lateraes são, positivamente, altas e íngremes, e onde elles não são muitos largos e planos. Naturalmente, na construção de um muro de arrimo em arcadas, as paredes lateraes devem ser constituídas de rocha muito bôa e muito resistente." (\*)

Examine-se agóra o perfil revelado pelas sondagens no vale do Poço-Preto. Será forçoso reconhecer que ali não se encontra satisfeito um unico requisito dentre os diversos exigidos para a forma em arcadas, verificando-se justamente o contrario.

O perfil é largo, aberto, as superficies lateraes são baixas e sobem com fraquissimo aclíve. Portanto somos de opinião que, si existe um vale onde a barragem do typo Ambursen (de cortina plana) se impõe sem a menor hesitação, de preferencia ao tipo em arcadas, esse vale é o do Poço-Preto.

Escolhido o typo Ambursen, a questão imediata é fixar o espaçamento constante dos contrafortes. É uma questão muito complexa no caso da cortina em arcadas e bastante simples no caso da cortina plana. No primeiro caso o espaçamento pode variar entre limites muito afastados (9 a 15 metros mais ou menos) de modo que o espaçamento economicante mais favoravel precisa ser determinado com alguma

(\*) Tradução do eng.<sup>o</sup> Omar de Paula Assis.

aproximação. É necessario comparar espaçamentos diversos e adotar aquele a que corresponde o volume total minimo de concreto. Naturalmente o espaçamento optimo depende da forma do vale. Este modo de proceder é entretanto dispensavel, em geral, quando a cortina é plana porque, neste caso, o espaçamento praticamente exequivel tem um limite maximo bem estabelecido que se pode determinar por comparação com barragens analogas já construidas. Veja-se por exemplo, a tabela organizada pelo Dr. A. Schoklitsch segundo dados de N. Kelen e P. Ziegler, onde se verifica que os espaçamentos entre contrafortes são de 5,50 m. a 6,10 m, eixo a eixo, para alturas maximas acima de 30 metros. Para o nosso projeto, no qual a maior altura é de 35 metros, adotamos o vão de 5 metros entre contrafortes de espessura constante  $b$ . De modo que o espaçamento eixo a eixo será  $L = 5 \text{ metros} + b$ .

Finalmente o outro dado inicial do projeto que ainda falta fixar é o talude da superficie de montante. Recorrendo á supra-citada tabela de Schoklitsch, verifica-se que o angulo  $\psi$  entre essa superficie e o plano horizontal tem variado em barragens construidas desde 40 até 77 graus. Nota-se que em construções mais recentes se tem preferido um angulo entre  $50^\circ$  e  $60^\circ$ .

Em o nosso projeto adotámos  $\psi = 50^\circ$  que é um dos valores mais frequentemente encontrados. Parece que, analogamente ao que acontece com o espaçamento dos contrafortes, seja possivel determinar em cada caso particular um valor ótimo para o talude de montante. Não encontrámos essa analyse nos autores consultados, nem a fizemos nós tampouco e, si o proprio Kelen não lhe faz referencia alguma em seu minucioso tratado, pode-se presumir que elle a considerou de pouca ou nenhuma importancia pratica.

**3. Cortina plana.** — A cortina é simplesmente apoiada sobre consólos salientes das faces lateraes dos contrafortes. A figura 1 representa o dispositivo adotado. O calculo é muito simples e segue as normas usuaes referentes a lages de concreto armado.

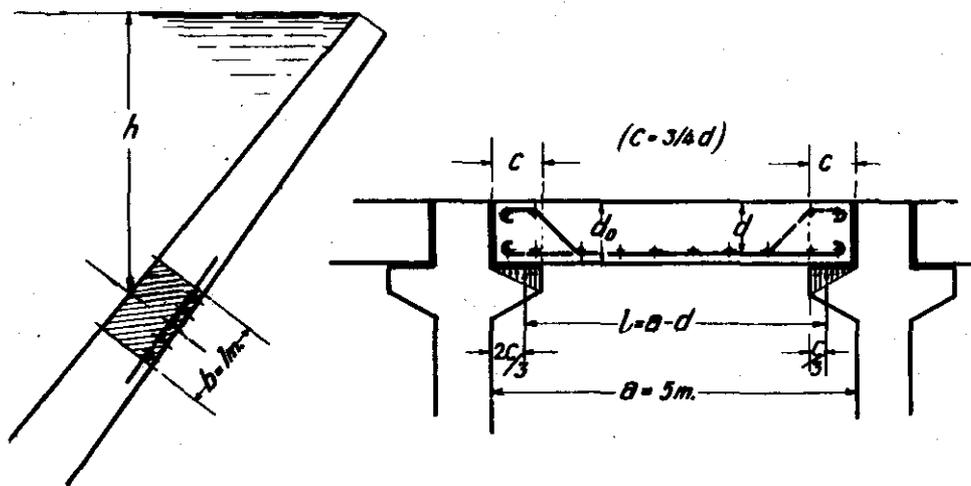


Fig. 1

Admite-se que as reações dos consólos se distribuem segundo um diagrama triangular. Desta maneira o vão teorico da cortina será  $l = a - \frac{4}{3}c$  ou, fazendo-se  $c = \frac{3}{4}d$ ,  $l = a - d$ . Para uma profundidade  $h$  e a largura  $b = 1$  m., a carga uniformemente distribuida e normal á superficie molhada será, desprezando-se o peso do recobrimento dos ferros:

$$Q = 1000 hl + 2400 ld \cos \psi$$

E o momento fletor maximo a meio vão será  $M = \frac{Ql}{8}$

Fixam-se as tensões maximas do ferro e do concreto:

$$\sigma_f/\sigma_c = 1000/40 \text{ k/cm}^2$$

A espessura  $d$  resultará então da formula  $d = 0.390 \sqrt{\frac{M}{b}}$

Calculando-se a espessura pelo modo indicado para valores de  $h$  desde zero até 35 metros, desenha-se (figura 2) o diagrama  $d = f(h)$ . Por conveniencia da construção é necessario que as duas faces principaes da lage sejam planas. Por esse motivo substitue-se a curva do diagrama por uma tangente, de maneira que o excesso de area resulte minimo á profundidade preponderante. Esta operação pode ser feita a olho com sufficiente aproximação.

Dos nossos calculos resultou a seguinte expressão linear da espessura em função da profundidade.

$$d_o = 45 + \frac{80}{35} h$$

( $h$  em metros e  $d$  em centímetros)

DIAGRAMMA DA ESPESSURA DA CORTINA

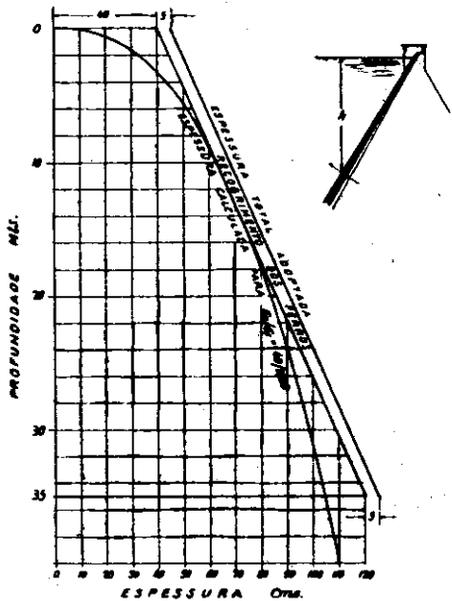


Fig. 2

É claro que com taes espessuras não é mais possivel manter a relação fixada  $\sigma_f/\sigma_c = 1.000/40$  exceto no ponto de tangencia, que corresponde á profundidade  $h = 15$ m, aproximadamente. Mantido  $\sigma_f = 1.000$ , resultará  $\sigma_c < 40$  para as outras profundidades.

Fixa-se, portanto,  $\sigma_f = 1.000 \text{ k/cm}^2$ , e calculam-se as seções da armadura pelas formulas conhecidas, obtendo-se o diagrama da fig. 3 com cujo auxilio foi determinada a ferragem do projéto.

## FERRAGEM DA CORTINA

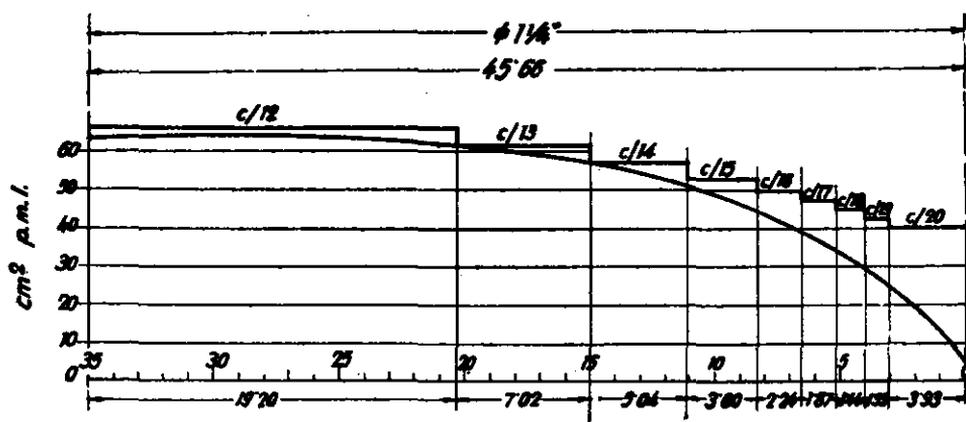


Fig. 3

Os esforços tangenciaes na cortina foram tambem calculados pelas formulas usuas. A maxima tensão de cisalhamento a 35m. de profundidade, é de 6, 7 k/cm<sup>2</sup>, reduzindo-se a menos de 4,0 k/cm<sup>2</sup>, nas profundidades inferiores a 9 metros. Essas tensões poderiam ser toleradas, sem o reforço de armaduras espees, no concreto de super-cimento de alta dosagem do qual será feita a cortina. Todavia no projeto foram dispostas barras curvadas e estribos mais que suficientes para absorver a totalidade das trações obliquas, em todo o vão.

4. **Esporão.** — Para se obter uma vedação perfeita, a extremidade inferior da cortina assenta sobre uma grande base de concreto profundamente encravada na rocha (vide pranchas II e III). Essa base, que se chama o "esporão" serve tambem para transmitir ao solo a componente do peso da cortina paralela ao talude. O dimensionamento desta parte da barragem não depende de calculos de esforços, que aí são insignificantes, subordinando-se unicamente a regras de construção, estabelecidas pela experiencia em obras semelhantes. Entretanto as funções do esporão são muito importantes. É por ele que se começa a construção da barragem e da sua execução cuidadosa depende principalmente a extanqueidade do conjunto.

5. **Consolos.** — O calculo dos consólos, de acordo com a hipotese admitida quanto á distribuição das reações, é elementarissimo. A carga normal sobre uma largura de 1 metro de consólo é a soma de tres parcelas:

1.º) componente normal do peso proprio. Aproximadamente pode-se admitir a seguinte igualdade

$$\begin{aligned} Q_1 &= 2400 \text{ dc } \cos \psi \\ &= 1800 \text{ d}^2 \cos \psi \end{aligned}$$

2.º) componente normal do peso da lage  $Q_2 = 1200 \text{ ld } \cos \psi$

3.º) Pressão de agua sobre o vão livre  $a = 5$  m

$$Q_3 = \frac{1}{2} 1\,000 a h = 2\,500 h$$

Escrevendo-se  $d = (40 + \frac{80 h}{35})$  centímetros e somando-se as tres parcelas teremos a carga total  $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$  em função da profundidade  $h$ . O momento fletor na seção de engastamento será:

$$M = -\frac{2}{3} Qc = -\frac{1}{2} Qd \text{ ou } M = -\frac{1}{2} Q (40 + \frac{80 h}{35})$$

Com  $\sigma_f/\sigma_c = 1\,000/40$  calculam-se os valores da altura do consólo para diferentes profundidades e desenha-se o respetivo diagrama. Em seguida, exatamente como foi feito para a cortina, substitue-se a curva obtida por uma tangente dando area minima.

DIAGRAMMA DA ESPESSURA DOS CONSOLDS

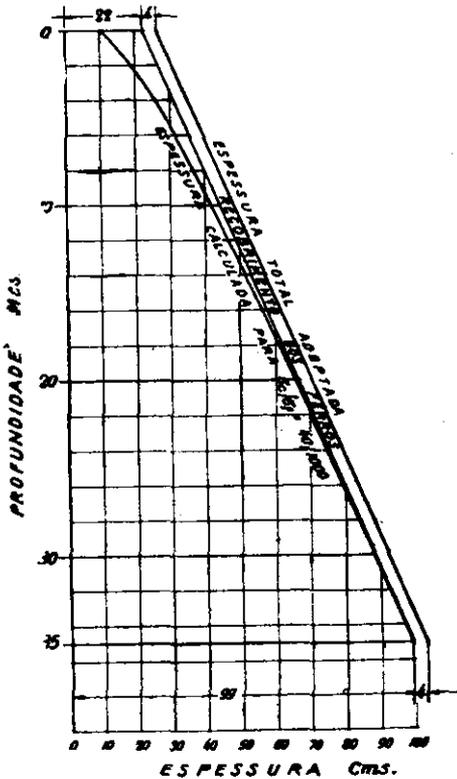


Fig. 4

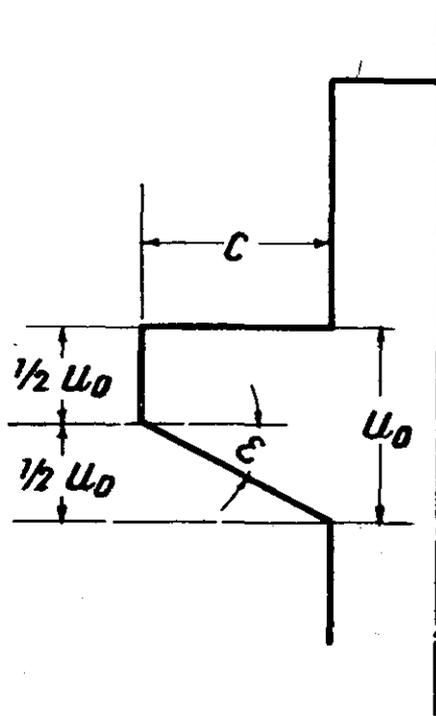


Fig. 5

Deste modo foi obtida a seguinte formula que dá a altura normal dos consólos para qualquer profundidade:

$$u_0 = 26 + \frac{77 h}{35}$$

Sendo  $h$  em metros e  $u_0$  em centímetros. As outras dimensões dos consólos regulam-se pela figura 5.

O calculo das armaduras principaes faz-se pelo mesmo processo empregado no calculo da cortina, com  $\sigma_f = 1000 \text{ k/cm}^2$  (fig. 6).

FERRAGEM DOS CONSÓLOS

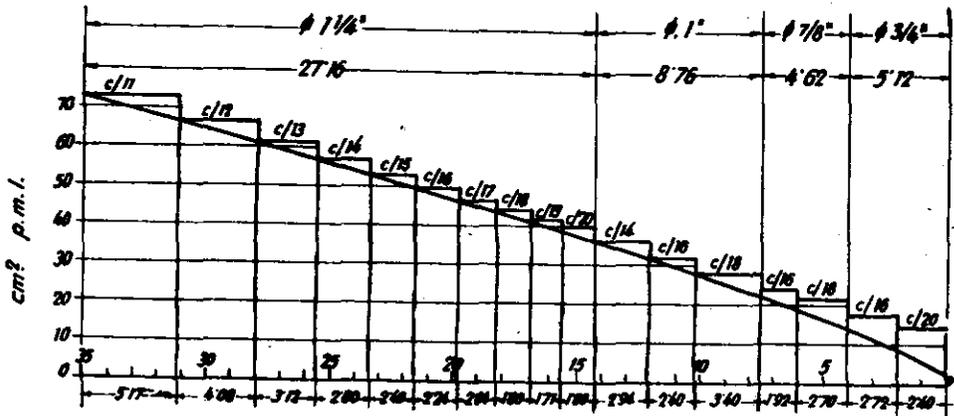


Fig. 6

Os esforços tangenciaes devem ser verificados pela formula

$$\tau = \frac{Q - \frac{M}{d} \operatorname{tg} \epsilon}{by}$$

Os resultados obtidos foram perfeitamente iguaes aos achados para a cortina, cabendo aqui as mesmas observações, quanto aos estribos e barras curvadas do projéto. As armaduras são dispostas de modo que os consólos engastados de um e de outro lado do mesmo contraforte equilibram-se reciprocamente. (Vide prancha III)

É importante recomendar que não seja nunca esquecida a seguinte precaução. Nas partes baixas da construção acontece ás vezes que a cortina, por irregularidade da rocha, começa em niveis diferentes de cada lado de um mesmo contraforte. Em tal caso o trecho de consólo que ficar de um lado só do contraforte e, portanto, não equilibrado, precisa descer verticalmente até assentar sobre a rocha, a modo de pilastra como indica a figura 7.

6. Vedação das juntas. Revestimento. — As lages da cortina são construidas sobre os consólos já terminados e sobre eles ficam simplesmente apoiadas. Desta maneira formam-se juntas de apoio entre consólos e lages e tambem juntas lateraes entre estas e os bordos dos contrafortes. Entre as superficies de concreto de taes juntas é necessario interpor material adequado para calafetar os intersticios. O material em questão precisa ser plastico para permitir os movimentos de dilatação e contração elasticas e termicas das lages, porem bas-

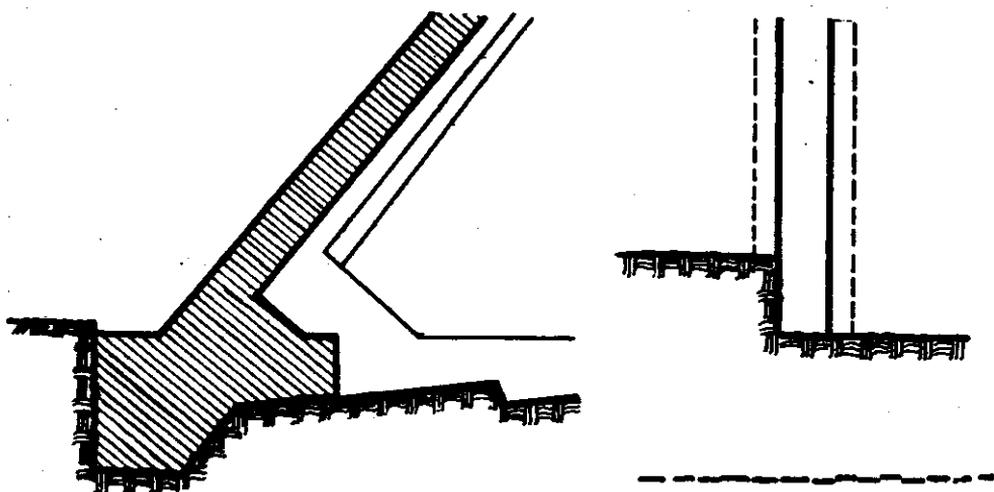


Fig. 7

tante consistente para não se escoar pelas acções isoladas ou combinadas da gravidade e da pressão que deverá suportar. É necessario alem disso que seja impermeavel, imputrescivel e inalteravel. Uma mistura de asfalto com agregado mineral, como a areia, a fibra de amianto, ou semelhantes, dará o resultado desejado. Deixamos aberta a questão da escolha definitiva do material de calafetagem para ser resolvida oportunamente pelos construtores e pela fiscalisação, mediante experiencias convenientemente dirigidas.

Nas condições em que estão dispostas as lages, trabalhando por flexão, terão as suas zonas de compressão na parte molhada, circunstancia que deverá favorecer a impermeabilidade da cortina. Para maior garantia toda a superficie de concreto em contáto com a agua levará um revestimento de 4 cm. de espessura de argamassa de cimento impermeabilizada, ou applicação a cement gun.

Existem, como é sabido, muitos produtos industriaes de eficiencia comprovada na impermeabilisação de argamassas e concretos ou sob forma de ingredientes que se misturam com o cimento, ou de preparados para applicação sobre a superficie do revestimento ordinario. A escolha do processo mais conveniente deve ser deixada ao criterio dos construtores e da fiscalisação.

**7. Passadiço superior ou coroamento.**—Os contrafortes triangulares da barragem são ligados por uma ponte de 3 metros de largura. Esta estrutura destina-se, como é evidente, a permitir o transito atravez do vale. Calculada para uma sobrecarga de 1 000 kg. m<sup>2</sup>., poderá suportar o trafego de pedestres e tambem, mas numa só via, o de automoveis de passageiros ou de peso equivalente. Mas a barragem não se acha no traçado de nenhuma rodovia, de modo que a passagem de veículos pelo coroamento será casual e excepcional. Daí ser o nome "passadiço" mais apropriado que "ponte" a esse orgam da barragem. Não menos importante do que a função que lhe dá o nome é a que exerce

como peça de contraventamento. Por esse motivo a sua estrutura foi projetada segundo o mesmo sistema do contraventamento geral, o qual será descrito oportunamente. Como se pode ver nos desenhos (pranchas II e III) os vãos sucessivos do passadiço são cobertos por traves cujos dois extremos são, alternadamente, rigidamente engastados nos contrafortes e simplesmente apoiados. Procurou-se conciliar por esse sistema os dois requisitos contraditórios a que deve satisfazer o contraventamento: rigidez e livre dilatação, no sentido do eixo da barragem.

O calculo do passadiço é elementarissimo e nada apresenta de particular interesse. Portanto pode muito bem ser omitido em favor da brevidade.

O revestimento exterior do passadiço e contrafortes bem como a disposição dos parapeitos e dos acessos são parte do projeto apenas esboçada no desenho em perspectiva estampado na capa. Essa ultima demão á obra espera a oportuna colaboração de um arquiteto.

**8. Paramento teorico de montante do contraforte.** — De toda a pressão de agua aplicada sobre a superficie de montante da barragem o contraforte triangular recebe directamente apenas a parte correspondente á sua propria espessura  $b$ . A outra parte, que é a maior, correspondente ao vão livre de 5 m. entre contrafortes, transmite-se a estes por intermedio dos consolos. (fig. 8). Desta maneira as forças exteriores applicadas á face de montante do contraforte só estão completas a juzante da base  $mm$  dos consolos. A linha  $OM_0$  é portanto a que limita o paramento teorico de montante do contraforte. Ao ponto  $M'$  do paramento real, á profundidade  $h$ , corresponde o ponto  $M$  do paramento teorico, sobre a normal  $MM'$ .

Ellegendo-se os eixos  $OX, OY$ , passando pelo vertice do contraforte teorico seja  $y$  a ordenada do ponto  $M$ .

Já vimos que  $MM' = e = d_0 + u_0$

$$d_0 = 0,45 + \frac{0,80h}{35}$$

$$u_0 = 0,26 + \frac{0,77h}{35}$$

$$e = 0,71 + \frac{1,57h}{35}$$

Os angulos  $\alpha, \beta$  e  $\gamma = \alpha + \beta$  são bastante pequenos para se admitir  $\cos = 1$  e  $\text{sen} = \text{tang}$ .

$$\text{Isto posto } O'M' = OM = s = \frac{h}{\text{sen } \psi}$$

$$\psi = 50^\circ \quad \text{sen } \psi = 0,767 \quad \text{cos } \psi = 0,642$$

$$\text{donde } OM = s = \frac{h}{0,767}$$



9. Cargas ou forças exteriores applicadas ao contraforte. — Tendo determinado tudo o que caracteriza o paramento teorico de montante, passemos a calcular as cargas que ahi atúam. É preciso distinguir as cargas directamente applicadas ao contraforte das que se applicam por intermedio dos consolos.

Como as lages da cortina estão simplesmente apoiadas sobre plano mais inclinado que o angulo de atrito, os consolos não recebem das cargas provenientes da cortina senão as suas componentes normaes ao plano de apoio.

As componentes obliquas irão descarregar unicamente na base da cortina por intermedio do esporão. Outra cousa acontece com o restante das cargas: pressão de agua sobre a espessura do contraforte e peso proprio do solido *obmmbe*. Estas forças exteriores atúam directa e integralmente sobre o paramento teorico. No calculo numerico dos esforços adoptámos como unidade o metro e a tonelada. Foi admitido o peso especifico 2,3 para o concreto da cortina e consolos.

Considerámos primeiramente a hipotese de ser igual a 1 metro a espessura do contraforte e, feitos todos os calculos, que seria fastidioso reproduzir, chegámos ao seguinte resultado :

$$X_1 = 2,53 + 4,67y$$

$$Y_1 = 3,70 + 3,98y$$

Taes são as cargas em toneladas por metro quadrado, segundo os exitos  $OX$  e  $OY$ , applicadas ao paramento teorico de montante de um contraforte de 1 metro de espessura, estando o açude cheio até o nivel maximo. Nessas formulas foi introduzida uma simplificação, que afeta o peso proprio da cortina e dos consolos. Como as espessuras dessas peças são da forma  $a + by$  os seus pesos por  $m^2$ . dariam expressões da forma  $ay + \frac{1}{2} by^2$ .

O termo em  $y^2$  foi eliminado, satisfeitas as condições de não se alterar o volume nem o centro de gravidade á profundidade maxima.

Para um contraforte de espessura  $b$  as cargas unitarias serão deduzidas com ótima aproximação das anteriores bastando multiplicar-as pelo coeficiente :

$$\beta = \frac{5 + b}{6b}$$

Equivale este processo a admitir que  $X$  e  $Y$  variam, sendo identicas as demais condições, na razão directa do espaçamento centro a centro e na razão inversa da espessura dos contrafortes. De modo que em definitiva teremos:

$$X = \beta X_1$$

$$Y = \beta Y_1$$

$$\text{Sendo } X_1 = X_0 + \delta y$$

$$Y_1 = Y_0 + \gamma y$$

$$\begin{aligned} \text{Onde } X_0 &= 2.53 \text{ t/m}^2 \\ Y_0 &= 3.70 \text{ t/m}^2 \\ \delta &= 4.67 \text{ t/m}^3 \\ \gamma &= 3.98 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

O passadiço foi disposto no projéto de modo que o seu centro de gravidade cae sobre o vertice superior do contraforte teorico. O peso do passadiço distribue-se sobre uma base de 3 metros, entretanto, no calculo, considera-se como carga concentrada. Esta simplificação é permitida em consequencia do principio de Saint-Venant, isto é. porque a uma pequena distancia, digamos 2 ou 3 metros, da superficie de distribuição, as tensões calculadas pela teoria da elasticidade não serão alteradas pela substituição de um sistema de forças exteriores por um outro equivalente.

O peso do passadiço, incluídas as pilastras, foi avaliado em 18 ton. por contraforte de 1 m. de espessura. Para um contraforte de espessura  $b$  o peso por metro linear de espessura será portanto:

$$P = 18\beta$$

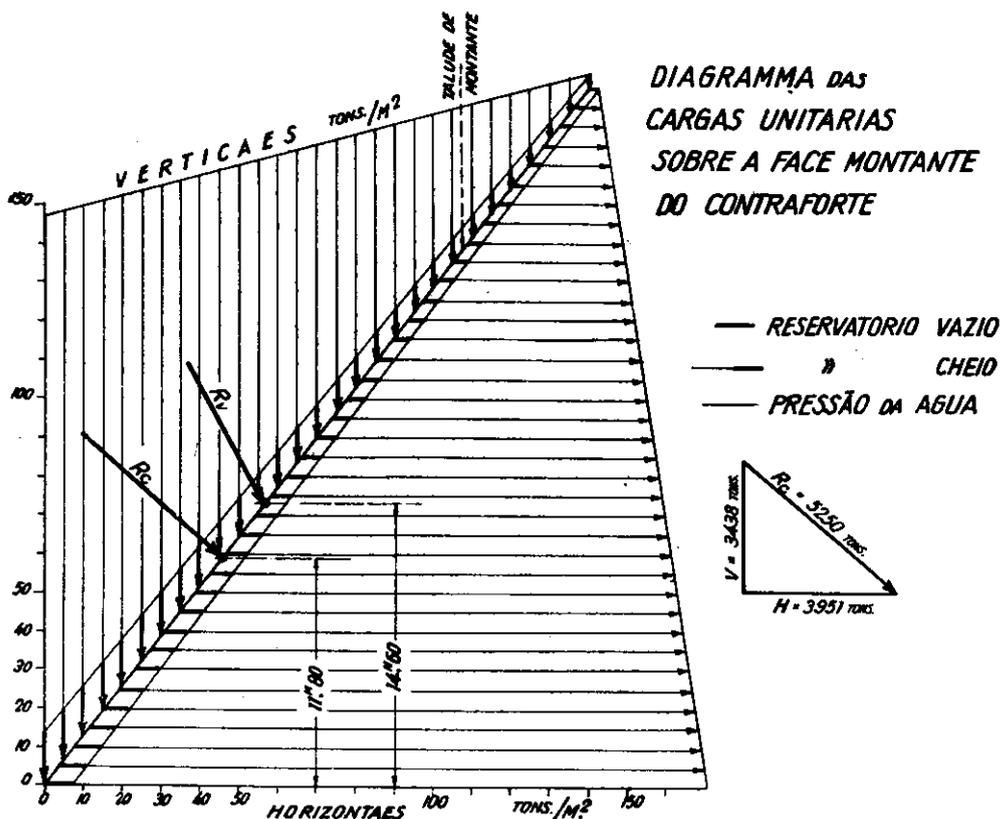
Outro dado inicial de grande importancia no calculo dos contrafortes é o seu peso especifico medio no qual deve ser computado o peso do contraventamento. O peso das sapatas de fundação tambem pode ser computado até certo limite porque, comquanto não provoque tensões no contraforte, influe comtudo sobre a estabilidade do conjunto. Adotámos em nossos calculos o peso especifico medio  $\Delta = 2.3 \text{ ton/m}^3$ . Admitindo-se que o concreto puro pesa 2.0 a 2.1  $\text{ton/m}^3$  o valor adotado parece confirmado pelo resultado das medições de material. De um modo aproximado, em 17 000  $\text{m}^3$ . de concreto dos contrafortes temos os seguintes pesos:

Concreto dos contrafortes	$17\ 000 \times 2.0 = 34\ 000$	ton.
> do contraventamento	$1\ 000 \times 2.0 = 2\ 000$	>
> das sapatas	$1\ 000 \times 2.0 = 2\ 000$	>
Ferro dos contrafortes	$17\ 000 \times 0.03 = 500$	>
> do contraventamento	$1\ 000 \times 0.20 = 200$	>
	<u>38 600</u>	>

$$\text{Donde o p. esp. medio } \frac{38\ 600}{17\ 000} = 2.27$$

resultado muito proximo do valor adotado  $\Delta = 2.3 \text{ t/m}^3$ .

A distribuição de cargas sobre um contraforte acha-se figurada no diagrama da fig. 9.



## PARTE II

### Resistencia e Estabilidade dos Contrafortes Triangulares

1. **Especificações de Resistencia.** — Na construção da barragem será empregado o concreto de cimento Portland e agredado de areia e pedregulho ou brita.

Uma barragem de elementos multiplos é uma estrutura composta de partes muito diferenciadas quanto ás funções exercidas e quanto ás condições de trabalho. Não seria racional, por conseguinte, o emprego de uma unica dosagem em toda a construção. Convem especificar um certo numero de concretos distintos quanto á dosagem os quaes se adaptem bem ás diversas condições encontradas.

Do ponto de vista pratico não se deve porem exagerar o numero de dosagens diferentes. Tres tipos de concreto criteriosamente escolhidos serão suficientes, sem prejuizo da simplicidade da manipulação. Cada tipo será caracterizado pela resistencia  $R$  á ruptura por compressão aos 28 dias de idade e pela consistencia, segundo as normas do Instituto de Pesquisas Tecnologicas de São Paulo (vide o boletim n.º 1 do I. P. T., 3.ª Edição, 1936).

**Concreto A.  $R \geq 150$  kg/cm<sup>2</sup>.** Empregado na cortina, consolos e esporão. Além de alta resistencia deve ter suficiente impermeabilidade que será completada pelo revestimento, como foi exposto na primeira parte. Para uma consistencia plastica mediana é provavel que a resistencia requerida seja alcançada com o fator agua-cimento igual a 0.70 e o consumo de 280 kg. de cimento por metro cubico de concreto.

**Concreto B.  $R \geq 160$  kg/cm<sup>2</sup>.** Empregado no passadiço e no contraventamento. A consistencia deste concreto deve ser fortemente plastica em consideração da abundante ferragem.

Prevê-se que será necessario o fator agua-cimento igual a 0.67 e o consumo de 300 kg. de cimento por metro cubico de concreto.

**Concreto C.  $R \geq 100$  kg/cm<sup>2</sup>.** Empregado nos contrafortes, sapatas de fundação e massiços das ombreiras da barragem.

Este concreto deverá ter consistencia fracamente plastica.

Prevê-se o fator agua-cimento igual a 0.81 e o consumo de 240 Kg. de cimento por metro cubico de concreto.

Fique bem claro que nas especificações acima predomina o valor minimo da resistencia á compressão. Os valores previstos do fator agua-cimento e do consumo de cimento por metro cubico de concreto deverão ser determinados experimentalmente em função de  $R$  com o cimento e os materiaes agregados que forem realmente empregados na construção. Os valores acima previstos servem apenas para uma primeira aproximação no calculo dos preços.

No que se refere aos contrafortes teremos pois um concreto com a resistencia á compressão de 100 kg/cm<sup>2</sup> em corpos de prova cilindricos 0.15×0.30 aos 28 dias de idade. Corpos de prova cubicos de 0.20 de lado, sendo iguaes as outras condições, dariam uma resistencia 20 a 30% maior, digamos 120 kg/cm<sup>2</sup>. no minimo. Segundo as normas alemans de 1932 um concreto de cimento normal com essa resistencia pode trabalhar á compressão simples (colunas com carga centrada) até o maximo de 35 kg./cm<sup>2</sup>. O caso dos contrafortes da barragem não se enquadra perfeitamente nessa especie. A compressão aí não é simples, a peça não é prismatica e a porcentagem das armaduras fica em regra geral muito abaixo do minimo regulamentar exigido para colunas. Além disso os contrafortes estão sujeitos a efeitos de flambagem que não podem ser calculados. Por todas essas razões e porque não existe regulamentação especial, somos levados a especificar uma tensão permíssivel francamente mais baixa do que a das normas alemans para colunas com carga centrada sem flambagem.

Adotámos  $\sigma_{bd}$  perm. = 25 kg/cm<sup>2</sup>. para o dimensionamento aproximado dos contrafortes admitindo-se  $\sigma_{bd}$  perm.  $\leq 30$  kg/cm<sup>2</sup>. no calculo de verificação pela teoria da elasticidade.

Para as tensões de tração adotámos  $\sigma_{bz}$  perm = 2.0 Kg/cm<sup>2</sup>. para o dimensionamento aproximado e  $\sigma_{bz}$  perm  $\leq 2.5$  na verificação pela teoria da elasticidade.

Esses limites referem-se ás tensões principais "maxima maximum". Verificado, portanto que elles não são atingidos em nenhum ponto do contraforte, torna-se superfluo comprovar o valor do cisalhamento.

As tensões principaes definem completamente o estado elastico no ponto do solido onde são conhecidas em grandeza e direção. De um modo mais geral, em um estado elastico plano, basta conhecer as tensões normaes e tangenciaes segundo duas direções arbitrarías passando por um ponto dado para se poderem determinar as tensões normal e tangencial no mesmo ponto segundo uma outra direção qualquer. Em particular se as duas direções dadas são ortogonaes, sejam  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ , as tensões dadas. As tensões  $\sigma$  e  $\tau$  sobre um plano que forma angulo  $\alpha$  com o eixo  $OY$  serão dadas pelas seguintes formulas, muito conhecidas por quanto se encontram em todos os tratados elementares de Resistencia:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2 \tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ \tau &= \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - (\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Para um angulo  $\alpha$  tal que

$$\frac{1}{2} \operatorname{tg} 2 \alpha = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2)$$

a tensão tangencial  $\tau$  é igual a zero.

A condição é satisfeita para dois valores de  $\alpha$  cuja diferença é  $\frac{\pi}{2}$  e que correspondem a duas direções perpendiculares entre si. São as chamadas direções principaes e as tensões normaes respectivas chamam-se tensões principaes. É facil verificar que as tensões principaes  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  são uma maxima e outra minima. Seus valores são dados pela formula abaixo:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_I \\ \sigma_{II} \end{aligned} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3)$$

Elegendo-se as direções principaes para eixos de referencia,  $\tau_{xy} = 0$ , e as equações supra serão simplificadas da seguinte forma:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_I \cos^2 \alpha + \sigma_{II} \sin^2 \alpha \\ \tau &= \frac{1}{2} \sin 2 \alpha (\sigma_{II} - \sigma_I) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Existe uma representação grafica muito conhecida destas equações. É o circulo de Mohr que auxilia admiravelmente bem a compreensão perfeita do estado elastico plano.

Elegem-se eixos perpendiculares  $O\sigma$ ,  $O\tau$ . (fig. 10). Sobre o primeiro medem-se ordenadas proporcionaes ás tensões principaes:  $OA = \sigma_I$  e  $OB = \sigma_{II}$ . O circulo de diametro AB é o circulo de Mohr. Traçando-se o raio CD, que forma com  $O\sigma$  o angulo  $2\alpha$ , as coordenadas OE, ED do ponto D darão as tensões  $\sigma$ ,  $\tau_{xy}$  correspondentes á

direção  $\alpha$  e as do ponto  $D_1$ , diametralmente oposto, as  $\sigma_y, \tau_{xy}$  que correspondem á direção perpendicular a  $\alpha$ . É claro que, inversamente, dadas as tensões em duas direções perpendiculares, os pontos D e  $D_1$  ficam determinados bem com o circulo de diametro  $DD_1$  e portanto as tensões principais e o angulo  $\alpha$ .

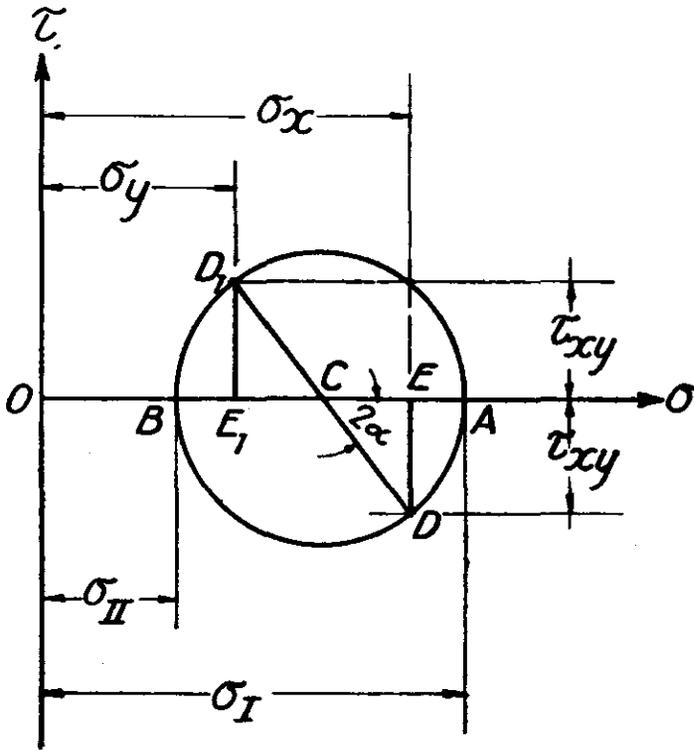


Fig. 10

O circulo de Mohr tambem torna patente entre outras cousas, a igualdade bem sabida entre as tensões tangenciaes em duas direções perpendiculares do mesmo elemento, pois DE é necessariamente igual a  $D_1E_1$ . Essas tensões atingem seu valor maximo quando o angulo  $2\alpha = \pi \pm \frac{\pi}{2}$  isto é nas duas direções inclinadas a  $45^\circ$  sobre as direções principais. O valor do cizalhamento maximo é dado então pelo raio do circulo de Mohr:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \quad (5)$$

As tensões normaes nas direções de maximo cizalhamento serão ambas iguaes á abcissa do centro do circulo, portantoo:

$$\sigma = \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2}$$

Essas tensões normaes serão nulas quando se tenha  $\sigma_I = -\sigma_{II}$ , e então será  $\tau_{max} = \sigma_I$ . A sollicitação elastica desta forma caracterizada será o chamado *cizalhamento simples*.

Pedimos desculpas ao leitor por termos recapitulado essas noções tão elementares. Pareceu-nos conveniente fazel-o porque temos notado que elas são ás vezes esquecidas em tratados bastante divulgados e bem aceitos entre os engenheiros. Assim é que alguns autores recomendam que se calculem as tensões de cisalhamento não só nas secções horizontaes como tambem nas verticaes, quando é certo que em cada ponto umas e outras têm identico valor. Outros especificam maximos permissiveis para as tensões principais de compressão e extensão e outro maximo para o cisalhamento, como si essas tres especificações não estivessem ligadas por uma relação necessaria, segundo decorre da formula (5).

Dizer, por exemplo, que o concreto deve trabalhar só á compressão com  $\sigma_{perm.} \leq 30 \text{ kg/cm}^2$  e acrescentar que o  $\tau_{perm.} \leq 4 \text{ kg/cm}^2$ . é um absurdo da mesma natureza daquele do geometra que pretendesse traçar uma linha réta passando por tres pontos de uma circunferencia. Si temos  $\sigma_I = 30 \text{ kg/cm}^2$  e  $\sigma_{II} = 0$ , segue-se necessariamente  $\tau_{max.} = 15 \text{ kg/cm}^2$ . É isto o que succede, por exemplo, no interior de uma coluna quadrada de concreto, de  $20 \times 20 \text{ cm}$ , com uma carga centrada de 12 toneladas. E ninguem se preocupa com aquelle cisalhamento de  $15 \text{ k/cm}^2$ . uma vez que todos já sabem por experiencia que o concreto resiste bem a uma compressão simples de  $30 \text{ k/cm}^2$ . No caso de uma viga de concreto armado, é verdade que se calcula o cisalhamento maximo na linha neutra onde, por outras palavras, as tensões normaes são nulas. Mas então o que interessa não é esse cisalhamento simples em si mas a decorrente tensão principal de extensão, inclinada a  $45^\circ$ , que é justamente igual ao cisalhamento calculado em valor absoluto, segundo decorre da formula do cisalhamento simples.

Concluindo, portanto, não ha lugar nas especificações de resistencia para a maxima tensão tangencial permmissivel, a qual seria redundante desde que já estão especificadas as tensões principaes permmissiveis.

O cisalhamento interessa, porem, como veremos adeante, á verificação da estabilidade contra o escorregamento nas juntas de serviço do contraforte, onde intervem juntamente com a resistencia ao atrito.

**2. Especificações de estabilidade.** — Não basta que os esforços interiores, isto é, as tensões, estejam abaixo dos limites permmissiveis em todos os pontos da estrutura. Cumpre ainda que o contraforte não possa mover-se em hipotese alguma quando solicitado pelas forças exteriores em equilibrio, isto é, pelas cargas e reacções do sólo. Para tanto é necessario que se verifiquem tres condições de estabilidade.

I) O terreno natural precisa resistir ás cargas unitarias que lhe são transmitidas pelas fundações. O solo das fundações é de granito cuja resistencia á ruptura por compressão simples é superior a  $300 \text{ km/cm}^2$  em cubos de  $20 \times 20 \text{ cm}$ . É normal admitir para pedras naturaes uma compressão simples permmissivel igual a um decimo de sua resistencia á ruptura o que daria para o granito  $\sigma_{perm.} \leq 30 \text{ k/cm}^2$ . Entretanto o rochedo natural nunca é homogeneo e isento de defeitos,

fendas e fraturas. Admite-se portanto sobre o sólo uma pressão máxima  $\sigma_t \leq 15 \text{ k/cm}^2$  na direcção principal de compressão. Onde a tensão principal na base de contraforte seja maior do que  $15 \text{ k/cm}^2$ , a base deverá ter sapatas de largura e resistencia suficientes para reduzir a pressão sobre a rocha ao limite especificado.

II) É preciso que o contraforte não possa escorregar sobre a base, impellido pela componente das cargas paralela ao plano das fundações. Seja  $\epsilon$  o angulo do plano da base com o plano horizontal, considerado positivo quando a inclinação é ascendente para juzante (fig. 11). Chamemos  $f$  á tangente do angulo de atrito. Sejam  $H$  e  $V$  as componentes horizontal e vertical, de todas as cargas applicadas ao contraforte, peso proprio inclusive.

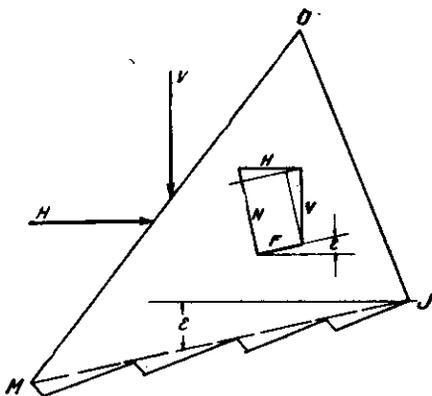


Fig. 11

A força que impelle o contraforte para juzante, paralelamente á base será então:

$$F = H \cos \epsilon - V \sin \epsilon$$

E a força que comprime o contraforte normalmente sobre a base será:

$$N = V \cos \epsilon + H \sin \epsilon$$

A resistencia do atrito será, portanto, igual a  $f N$ . Para que não haja possibilidade de escorregamento é necessario que se tenha  $F < f N$ , isto é,

$$f \geq \frac{H \cos \epsilon - V \sin \epsilon}{V \cos \epsilon + H \sin \epsilon}$$

Ou dividindo numerador e denominador do segundo membro por  $V \cos \epsilon$ :

$$f \geq \frac{\frac{H}{V} - \operatorname{tg} \epsilon}{1 + \frac{H}{V} \operatorname{tg} \epsilon}$$

Donde se tira

$$\frac{H}{V} \leq \frac{f + tg \varepsilon}{1 - f tg \varepsilon} \quad (6)$$

A tangente do angulo de atrito, ou o chamado coeficiente de atrito, entre concreto e rocha é  $f = 0.65$ , para superficies planas bem polidas. Mas um dos detalhes de maxima importancia no projeto e, principalmente na construção de uma barragem, vem a ser a disposição e a preparação da base de tal modo que a superficie da fundação se apresente rugosa e disposta, em planta e elevação, de fôrma a opôr a maior resistencia possivel ao escorregamento, empregando-se para esse fim o dispositivo em dentes da serra, como se vê na figura. Realizadas essas condições, é perfeitamente licito admitir um valor bastante maior para o coeficiente de atrito.

Adotamos, portanto  $f = 0.80$ . Por outro lado a formula (6) põe de manifesto a influencia da inclinação do terreno sobre o escorregamento.

Em terreno horizontal deveriamos ter  $\frac{H}{V} \leq 0.80$ . Em terreno ascendente com a pequena inclinação  $\varepsilon = 5^\circ$  teriamos  $tg \varepsilon = 0.087$  donde

$$\frac{f + tg \varepsilon}{1 - f tg \varepsilon} = \frac{0.80 + 0.087}{1 - 0.070} = \frac{0.887}{0.930} = 0.95$$

portanto

$$\frac{H}{V} \leq 0.95$$

Para a mesma inclinação porem descendente,  $tg \varepsilon = - 0.087$ , achariamos

$$\frac{f + tg \varepsilon}{1 - f tg \varepsilon} = \frac{0.80 - 0.087}{1 + 0.070} = \frac{0.713}{1.070} = 0.67$$

portanto

$$\frac{H}{V} \leq 0.67$$

A comparação dos resultados mostra o perigo de uma fundação em terreno em declive aguas a baixo, em contraste com o efeito favoravel do aclave na mesma direção. No caso do Poço-Preto a rocha sóbe sensivelmente desde o local da barragem, onde é profunda, até a cachoeira, onde aflôra á superficie. Á vista de tres linhas de sondagens feitas transversalmente ao eixo e no trecho mais profundo da barragem, é licito avaliar em  $5^\circ$ , no minimo, o aclave da rocha vale a baixo. Podemos logo especificar  $tg \varepsilon = 0.10$ . Essa inclinação foi adotada no projeto para todos os contrafortes. Póde acontecer que as condições reaes obriguem o construtor a erguer alguns sobre base em menor aclave. Em nenhum caso, porem, será permitida fundação alguma em declive aguas a baixo.

Em resumo, para não haver escorregamento, deve-se ter

$$\frac{H}{V} \leq 0.80$$

e dispor as bases dos contrafortes em plano ascendente de montante para juzante, com  $tg \epsilon = 0.10$ .

III) Em um contraforte de base horizontal, sejam  $H$  e  $V$  as componentes das cargas, como no item anterior. Sejam  $v$  a altura de  $H$  acima da base e  $u$  a distancia horizontal de  $V$  ao pé de juzante do contraforte. Nota-se que, considerado fixo esse pé de juzante, a componente  $H$  tende a derrubar o contraforte fazendo-o girar sobre o ponto fixo, ao passo que  $V$  se oppõe a tal rotação mantendo o contraforte apoiado ao solo. O momento  $M_d = Hv$  chama-se de derrubamento e  $M_e = Vu$  é o momento de estabilidade.

A relação

$$\frac{Vu}{Hv} = \frac{M_e}{M_d} = \rho$$

representa a segurança contra o derrubamento. É costume fazer a verificação do derrubamento, exigindo-se para o coeficiente de segurança  $\rho$  um valor minimo de 1.5 a 2.0.

Fizemos essa verificação em nossos calculos porem não a faremos nesta exposição porque o resultado invariavel, em todos os casos, foi achar para  $\rho$  valores sempre notavelmente maiores do que 2.0, cada vez que as demais condições eram satisfeitas.

Demais a verificação do derrubamento, tal como a temos descrito, parece-nos um tanto arbitraria e convencional, mais questão de uso inveterado do que verdadeiro requisito de ordem tecnica.

3. Resistencia e estabilidade nas juntas. — As juntas de serviço serão feitas com as precauções usuas para ser obtida a melhor liga possivel entre o concreto já endurecido e o recentemente aplicado. Alem disso ferros especiais, alem dos figurados no projeto, servirão para reforçar a solidariedade das duas partes. Mais importante ainda do que a observancia dessas normas de construção é a disposição dos planos das juntas quanto á situação e á direção.

As juntas devem ser traçadas de modo tal que mesmo na peor hipotese, a de estarem as partes simplesmente sobrepostas, ainda assim seja minima a tendencia ao escorregamento.

Sejam  $\sigma_I$  e  $\sigma_{II}$  as tensões principaes em um ponto qualquer do contraforte. Supomos que as suas direções são conhecidas e desejamos saber qual o angulo  $\alpha$  que deve fazer com  $\sigma_{II}$  o plano da junta passando por esse ponto para que seja maximo ou minimo o esforço que tende a provocar o escorregamento. Por hipotese  $\sigma_{II}$  é maior que  $\sigma_I$ . Nesta analise convenciamos que as compressões são positivas. As formulas (4) dão-nos as tensões normal  $\sigma$  e tangencial  $\tau$  no plano da junta. A tensão tangencial menos a resistencia do atrito é uma

tensão tangencial  $t$  cuja intensidade representa a tendencia ao escorregamento.

Si  $\varphi$  é o angulo de atrito temos pois:

$$t = \frac{1}{2} \text{sen } 2\alpha (\sigma_{II} - \sigma_I) - tg \varphi (\sigma_I \cos^2 \alpha + \sigma_{II} \text{sen}^2 \alpha)$$

Si fôr  $t > 0$ , haverá escorregamento.

Si tivermos  $t \leq 0$  o escorregamento será tanto mais impossivel quanto maior o valor absoluto de  $t$ .

Os valores de  $\alpha$  que correspondem aos dois casos extremos são os que tornam  $t$  maximo ou minimo.

Igualando a zero a derivada da equação supra em relação a  $\alpha$ , achamos a condição:

$$\text{Cotg } 2\alpha = tg \varphi$$

Donde  $2\alpha + \varphi = \pm 90^\circ$

$$\text{Sejam } \alpha_1 = \frac{90^\circ - \varphi}{2}$$

$$\alpha_2 = -\frac{90^\circ + \varphi}{2}$$

os dois valores distintos de  $\alpha$  e vejamos qual o que corresponde a  $t_{max.}$  e qual a  $t_{min.}$

A segunda derivada de  $t$  em relação a  $\alpha$  é

$$\frac{d^2 t}{d\alpha^2} = -2 (\sigma_{II} - \sigma_I) (\text{sen} 2\alpha + tg \varphi \cos 2\alpha)$$

substituindo os valores achados para  $\alpha$ , resulta:

$$\frac{d^2 t}{d\alpha^2} = -\frac{2 (\sigma_{II} - \sigma_I)}{\cos \varphi}$$

( $\alpha = \alpha_1$ )

$$\frac{d^2 t}{d\alpha^2} = +\frac{2 (\sigma_{II} - \sigma_I)}{\cos \varphi}$$

( $\alpha = \alpha_2$ )

Ora, por hipotese,  $\sigma_{II} - \sigma_I > 0$ , portanto  $\alpha_1$  dá o maximo e  $\alpha_2$  o minimo valor de  $t$ .

Com  $tg \varphi = 0.70$ ,  $\varphi = 35^\circ$ , temos  $\alpha_2 = -62^\circ 30'$ .

Conhecidas as trajetorias das tensões principaes será facil, portanto, traçar as linhas de maxima resistencia ao escorregamento, segundo as quaes deverão ser dispostas as juntas, tanto quanto possivel. As linhas traçadas com auxilio do angulo  $\alpha_1 = 27^\circ 30'$ , normaes ás precedentes em todas as interseções, serão as de maximo escorregamento. Não se deve admittir junta alguma segundo essas linhas perigosas.

Alguns autores querem que se calculem os valores maximos de  $t$  (com  $\alpha = \alpha_1$ ) a que dão o nome de "cizalhamento efetivo" e exigem

que se verifique si esses valores não excedem certo limite especificado. Parece-nos que semelhante exigencia não se baseia em fundamento sério. Áquele esforço não tem outra significação alem da que lhe havemos dado, de puro indice da tendencia ao escorregamento *ao longo de certo plano de separação*.

Não se precisa repetir o que já foi exposto quanto à nenhuma significação do cizalhamento quando se conhecem as tensões principaes. Basta notar que o chamado "cizalhamento efetivo" depende da resistencia ao atrito e que não pode haver atrito onde exista coesão e vice-versa. Daí decorre que, a não ser em um plano de separação tal como *junta ou fratura*, aquelle hipotetico cizalhamento efetivo é pura criação da fantasia e nada representa. Prova material do que afirmamos é que não se pode conceber um ensaio qualquer capaz de estabelecer experimentalmente qual venha a ser a resistencia ao tal cizalhamento efetivo de um concreto, ou de outro material, seja qual fôr.

4. **Subpressão.** — O perigo da subpressão não existe na barragem projetada. As fundações dos contrafortes não são continuas porem separadas, de modo que qualquer veio dagua que se infiltre por debaixo delles achará prompta saída pelos intervalos, sem afetar de nenhum modo a estabilidade da estrutura.

5. **Calculo das tensões pela Teoria da Elasticidade.** — A determinação das tensões provocadas no interior de um solido por forças exteriores em equilibrio rege-se por uma unica lei, a lei da elasticidade, estabelecida por experiencia como todas as leis fisicas. É a lei de Hooke segundo a qual as deformações, até certo limite jamais excedido na pratica, são proporcionaes aos esforços que as provocam.

A applicação da lei de Hooke e dos principios da mecanica deveria ser o metodo racional para a resolução matematica de todos os problemas sobre tensões dos solidos. Tal é o objetivo da Teoria da Elasticidade. Teoricamente o objetivo é alcançado em toda a sua generalidade. Na pratica, porém, apresentam-se casos em que o calculo falha, por excessiva complexidade, ou em que metodos mais simples e mais expeditos, baseados em hipoteses mais ou menos acertadas, conduzem a resultados bastante exatos ou suficientemente aproximados para as applicações no campo da engenharia. Para esses casos se destina a Resistencia dos Materiaes, corpo de doutrinas semi-empirico, semi-scientifico, por meio do qual se resolve a grande maioria das questões de interesse pratico, no genero. Aquellas questões, poucas, que a Resistencia dos Materiaes, não consegue resolver de um modo satisfatorio pertencem de direito á Teoria da Elasticidade, exclusivamente. E entre essas pode-se incluir sem hesitação a dos contrafortes triangulares das barragens de elementos multiplos. A teoria da Elasticidade permite determinar as tensões no interior do contraforte com perfeito rigor matematico, mediante certas hipoteses referentes á constituição intima e á relação do solido com o mundo exterior. A concordancia dos resultados com a realidade observavel depende, portanto, da realização mais ou menos perfeita das hipoteses admitidas.

A Teoria supõe que o material é homogêneo e isotrópico. A homogeneidade, do ponto de vista da resistência, pode ser conseguida de modo praticamente satisfatório mediante cuidados especiais no processo da construção. O fato do concreto ser composto de materiais heterogêneos não tem a importância que aparenta, uma vez que as diversas partículas heterogêneas misturadas (de cimento, areia e pedregulho) são minúsculas em comparação com qualquer dimensão do sólido. A hipótese da isotropia já não se realiza de modo tão aceitável. Do próprio processo de concretagem por camadas, das juntas de serviço, da disposição das armaduras, de todas essas circunstâncias, resultará que as propriedades elásticas do sólido serão modificadas em certas direções. Mas a divergência mais grave entre o real e o suposto não está nessa inevitável anisotropia do material, sinão na própria base do contraforte. A teoria supõe um sólido indefinido isto é, prolongando-se sem limite dentro de um ângulo diedro. Para se realizar esta hipótese seria necessário que o terreno reagisse sobre a base do contraforte exatamente como o faria o seu prolongamento até o infinito. Compreende-se que semelhante distribuição de reações é improvável, sinão impossível, porquanto as propriedades elásticas do terreno diferem das do contraforte em larga medida. E a divergência não pode ser atenuada a nenhuma altura do contraforte, em virtude do princípio de Saint-Venant (vide pg. 19), porque a base e a altura de uma barragem são dimensões da mesma ordem de grandeza. Apesar de todas essas restrições, a opinião geral dos mestres é que a Teoria da Elasticidade ainda é a que fornece resultados mais concordantes com a realidade, em todo caso os mais aproximados que se podem obter no estado atual da questão. A experiência é quem deve dizer sobre o assunto a última palavra, que ainda não foi dita.

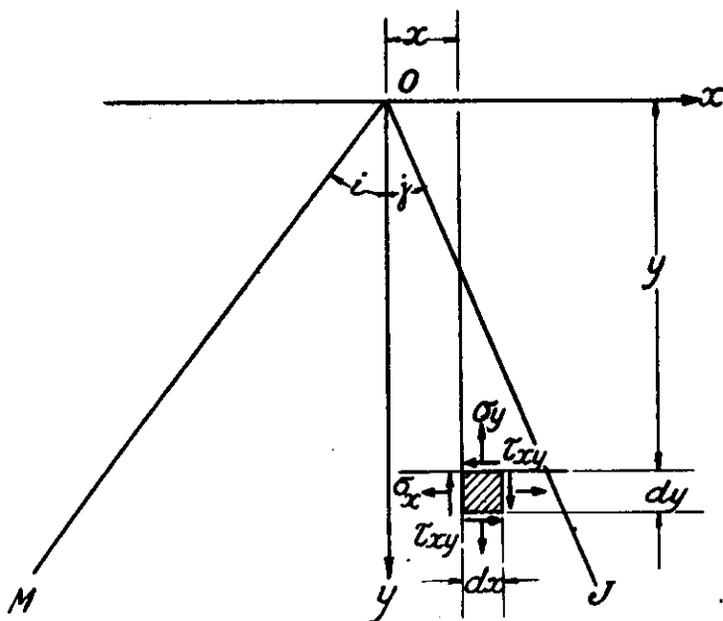


Fig. 12

6. **Coordenadas ortogonaes.** — Sejam  $OM$  e  $OJ$  os paramentos de montante e de juzante do contra forte, formando com a vertical os angulos  $i$  e  $j$  (fig 12). Colocamos a origem no vertice  $O$  do contraforte.  $Ox$  e  $Oy$  são os eixos, horizontal e vertical. O eixo  $OZ$ , paralelo ao eixo da barragem é perpendicular ao plano da figura. Em tudo que se segue consideramos uma espessura do contraforte igual á unidade, isto é,  $b = 1$  metro. Supomos que a unica força de massa é o peso proprio do contraforte expresso pelo seu peso especifico  $\Delta$ , no caso, igual a 2,3 toneladas por metro cubico.

No ponto ou, mais propriamente, no paralelepipedo elementar de coordenadas  $x, y$ , atuam as tensões normaes  $\sigma_x, \sigma_y$ , paralelas aos eixos  $Ox, Oy$ , e a tensão tangencial  $\tau_{xy}$ . Quanto aos sinais, conveniona-se que as trações são positivas e as compressões, negativas. A tensão tangencial considera-se positiva quando provoca nas faces verticaes uma rotação dextrogira (no sentido do movimento dos ponteiros dos relógios).

A Teoria da Elasticidade estabelece as seguintes equações de derivadas parciaes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta \sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta y} &= 0 \\ \frac{\delta \sigma_y}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \Delta &= 0 \\ \left( \frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

As duas primeiras são as equações de equilibrio do paralelepipedo elementar. A ultima exprime a compatibilidade das deformações umas com as outras e a conformidade de todas com a lei de Hooke.

A integração das equações (7) pode ser obtida por intermedio de uma função auxiliar, chamada função das tensões. É um artificio de calculo descoberto por G. B. Airy. Seja  $\Phi$  uma função qualquer de  $x$  e  $y$  tal que:

$$\sigma_x = -\frac{\delta^2 \Phi}{\delta x^2}, \quad \sigma_y = \frac{\delta^2 \Phi}{\delta y^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\delta^2 \Phi}{\delta x \delta y} - \Delta x \quad (8)$$

Essas expressões das tensões satisfazem evidentemente ás duas primeiras equações (8). Substituindo-as na ultima, resulta:

$$\frac{\delta^4 \Phi}{\delta x^4} + 2 \frac{\delta^4 \Phi}{\delta x^2 \delta y^2} + \frac{\delta^4 \Phi}{\delta y^4} = 0 \quad (9)$$

Deste modo a solução das equações (7) fica reduzida a encontrar-se uma solução qualquer da equação (9) que admite um numero infinito de soluções. Pode-se dar a  $\Phi$  a forma polinomia de qualquer grau e ajustar os coeficientes constantes de modo que (9) seja satisfeita. Então as tensões serão obtidas por meio das expressões (8). Verifica-se em seguida qual o sistema de forças exteriores a que corresponde a solução achada, determinando as tensões na periferia do solido.

Experimentemos por exemplo um polinomio do terceiro grau:

$$\Phi = \frac{a}{6} x^3 + \frac{b}{2} x^2 y + \frac{c}{2} x y^2 + \frac{d}{6} y^3 .$$

Esta equação satisfaz a equação (9). Portanto, mediante as relações (8) fornece a seguinte solução do problema:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= cx + dy \\ \sigma_y &= ax + by \\ \tau_{xy} &= -(b + \Delta) x - cy \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Para o plano OM,  $x = -y \operatorname{tg} i$ . Substituindo esta expressão nas eq. (10) verifica-se que a solução achada corresponde ao caso de atuarem sobre a face de montante do contraforte cargas unitarias da forma  $X = \delta y$ ,  $Y = \gamma y$ . Resultado semelhante achariamos quanto ao paramento de juzante. Ora, ja vimos na primeira parte que temos cargas desta forma no paramento de montante e justamente as mais importantes porque devidas á pressão hidrostática em primeiro lugar.

Quanto ao peso proprio é claro que se inclue na mesma formula com  $\delta = \gamma = 0$ . Concluimos que, no caso da pressão hidrostática, ou de qualquer carga unitaria redutivel ás componentes  $X = \beta \delta y$ ,  $Y = \beta \gamma y$ , juntamente com o peso proprio, a distribuição das tensões é linear e determinada pelas formulas (10).

**7. Condições de equilibrio á periferia.** — As constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  das equações (10) são determinadas pelas condições de equilibrio entre as tensões e as forças exteriores X e Y nas superficies que delimitam o solido.

Seja  $\alpha$  o angulo que faz a normal exterior da superficie limite com o eixo  $O_x$ , no ponto considerado. Si as tensões que ahi atuam são  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ , temos as duas equações seguintes que exprimem o equilibrio:

$$\left. \begin{aligned} X &= \sigma_x \cos \alpha + \tau_{xy} \operatorname{sen} \alpha \\ Y &= \sigma_y \operatorname{sen} \alpha + \tau_{xy} \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Aplicando essas igualdades aos dois paramentos, montante e juzante, teremos quatro equações para determinar as quatro constantes.

#### Paramento de montante

Ponhamos para abreviar

$$\left. \begin{aligned} \cos i &= -\cos \alpha = l_i \\ \operatorname{sen} i &= -\operatorname{sen} \alpha = m_i \\ \operatorname{tg} i &= K_i \end{aligned} \right\}$$

As tensões, segundo (10) são:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xi} &= (-K_i c + d) y \\ \sigma_{yi} &= (-K_i a + b) y \\ \tau_{xyi} &= (K_i b - c + \Delta K_i) y \end{aligned} \right\}$$

substituindo essas expressões nas eq. (11) com  $X = \beta \delta y$ ,  $Y = \beta \gamma y$ .

obtem-se:

$$\left. \begin{aligned} - l_i (-K_i c + d) - m_i (K_i b - c + \Delta K_i) &= \beta \delta \\ - m_i (-K_i a + b) - l_i (K_i b - c + \Delta K_i) &= \beta \gamma \end{aligned} \right\} \quad \mathbf{12a}$$

**Paramento de juzante**

Procedendo analogamente, ponhamos:

$$\begin{aligned} \cos j &= \cos \alpha = l_j \\ \text{sen } j &= -\text{sen } \alpha = m_j \\ \text{tg } j &= K_j \end{aligned}$$

As tensões no paramento serão:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x_j} &= (K_j c + d) y \\ \sigma_{y_j} &= (K_j a + b) y \\ \tau_{x_j y} &= (-K_j b - c - \Delta K_j) y \end{aligned} \right\} \quad \mathbf{10 bis}$$

Efectuando-se a mesma substituição do caso anterior com  $X = Y = 0$ , virá:

$$\left. \begin{aligned} l_j (K_j c + d) + m_j (K_j b + c + \Delta K_j) &= 0 \\ - m_j (K_j a + b) - l_j (K_j b + c + \Delta K_j) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \mathbf{12b}$$

**Resolução**

O sistema (12a, 12b) pôde ser resolvido pelo metodo que se preferir, eliminações sucessivas, redução dos coeficientes á unidade, determinantes etc. Em nossos calculos procedemos da seguinte maneira.

Primeiro transformámos o sistema em outro equivalente no qual cada equação apresenta só duas incognitas.

Pondo-se, para abreviar:

$$\begin{aligned} n_1 &= m_i K_i l_j - m_i K_j l_i \\ n_2 &= m_i l_j + m_j l_i \\ n_3 &= m_i m_j (K_i + K_j) \end{aligned}$$

o sistema equivalente é o seguinte.

$$\left. \begin{aligned} \text{I) } n_1 a - 2 n_2 b + o + o &= l_j \beta \gamma + n_2 \Delta \\ \text{II) } n_3 a + o + n_2 c + o &= m_j \beta \gamma \\ \text{III) } o - n_1 b + 2 n_2 c + o &= l_j \beta \delta + n_1 \Delta \\ \text{IV) } o - n_3 b + o - n_2 d &= m_j \beta \delta + n_3 \Delta \end{aligned} \right\} \quad \mathbf{(13)}$$

Fazendo-se a operação (III) - 2 (II) vem:

$$\text{V) } - 2 n_3 a - n_1 b = l_j \beta \delta - 2 m_j \beta \gamma + n_1 \Delta$$

Os determinantes de (I) e (V) são:

$$\begin{aligned} D_a &= 2n_2 l_j \beta \delta - (4n_2 m_j + n_1 l_j) \beta \gamma + n_1 n_2 \Delta \\ D_b &= n_1 l_j \beta \delta + 2(n_3 l_j - n_1 m_j) \beta \gamma + (n_1^2 + 2n_2 n_3) \Delta \\ D_g &= -n_1^2 - 4n_2 n_3 \end{aligned}$$

Portanto, os valores de  $a$  e  $b$  são:

$$a = \frac{D_a}{D_g} \qquad b = \frac{D_b}{D_g}$$

Conhecidos  $a$  e  $b$ , (II) e (IV) darão os valores de  $c$  e  $d$ :

$$c = \frac{m_j \beta \gamma - n_3 a}{n_2} \qquad d = -\frac{m_j \beta \delta + n_3 (\Delta + b)}{n_2}$$

8. **Espessura variavel.** — Na solução do problema pela Teoria da Elasticidade foi considerado um solido indefinido. Num tal corpo, o comportamento elastico de uma parte limitada por dois planos verticaes é perfeitamente igual ao de qualquer outra nas mesmas condições, uma vez que todos os esforços atuam da mesma maneira em todos os planos verticaes. A deformação é plana. Pode-se portanto estudar uma parte do solido de *espessura constante*, geralmente reduzida á unidade métrica para maior facilidade do calculo.

Foi verificado que, *nessa hipotese*, e para os casos de cargas considerados, as tensões são funções do primeiro grau das coordenadas, isto é, que a distribuição delas é retilinea.

À mesma conclusão chega o Dr. Ing. N. Kelen como, aliás, já era sabido de todos os mestres que o precederam. Entretanto este illustre autor germanico vae mais longe porque generalisa a conclusão, extendendo-a ao caso de ser variavel a espessura do contraforte. Como argumento justificativo diz apenas que "todavia, não se deve esperar dessa circumstancia (espessura crescente para baixo) nenhuma discrepancia em relação aos resultados supra" (distribuição retilinea). Pedimos licença para discordar do abalisado mestre. O Dr. Ing. N. Kelen resolve o problema do contraforte de espessura crescente, no plano, quer dizer a duas dimenções, quando na realidade se trata de um problema de elasticidade no espaço ou a tres dimensões. Todavia essa simplificação parece admissivel uma vez que a variação da espessura seja relativamente pequena, por outras palavras, quando o coseno do angulo diedro que limita lateralmente o contraforte se possa considerar igual a 1. Então será lícito admitir que, numa seção transversal do contraforte por um plano vertical, as tensões horizontaes, paralelas ao eixo OZ, sejam despreziveis. Comtudo, ainda mesmo neste caso, não se pode afirmar que a distribuição de tensões no plano XY continue a mesma que era no caso de ser a espessura constante.

Muito pelo contrario, pode-se facilmente provar que, nos casos de carga antes considerados, tal distribuição não pode ser e não é linear.

Analiseemos, com efeito, o equilibrio do paralelepipedo elementar, (fig. 13) tomando em consideração a variação da espessura, porem, quanto ao mais, tratando o problema com duas dimensões apenas, exatamente como procede o autor citado na sua generalisação.

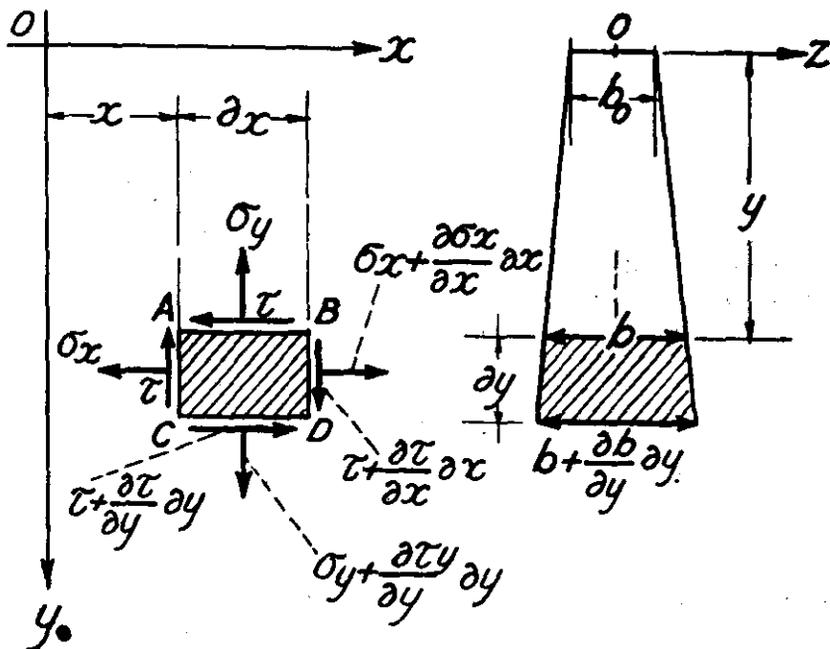


Fig. 13

Supomos que a unica força de massa é o peso proprio. Sendo  $\Delta$  o peso especifico do material, o peso do elemento considerado será, desprezados os infinitamente pequenos de ordem superior:

$$dY = \Delta b \delta x \delta y$$

Ponhamos  $b = b_0 + sy$

donde  $\frac{\delta b}{\delta y} = s$  portanto  $b + \frac{\delta b}{\delta y} \delta y = b + s \delta y$

As áreas das quatro faces (fig. 13) serão:

$$AB = b \delta x$$

$$AC = BD = b \delta y + \frac{1}{2} s \delta y^2$$

$$CD = b \delta x + s \delta x \delta y$$

Forças verticaes, desprezados os infinitamente pequenos de 3.ª ordem:

Face AB:  $-\sigma_y b \delta x$

• AC:  $-\tau b \delta y - \frac{1}{2} \tau s \delta y^2$

• BD:  $+\tau b \delta y + \frac{1}{2} \tau s \delta y^2 + \frac{\delta \tau}{\delta x} b \delta x \delta y$

• CD:  $+\sigma_y b \delta x + \sigma_y s \delta x \delta y + \frac{\delta \sigma_y}{\delta y} b \delta x \delta y$

Peso do elemento:  $+ \Delta b \delta x \delta y$

Forças horizontaes, desprezados os infinitamente pequenos de 3.<sup>a</sup> ordem:

$$\text{Face } AB: - \tau b \delta x$$

$$\text{> } AC: - \sigma_x b \delta y - \frac{1}{2} \sigma_x s \delta y^2$$

$$\text{> } BD: + \sigma_x b \delta y + \frac{1}{2} \sigma_x s \delta y^2 + \frac{\delta \sigma_x}{\delta x} b \delta x \delta y$$

$$\text{> } CD: + \tau b \delta x + \tau s \delta x \delta y + \frac{\delta \tau}{\delta y} b \delta x \delta y$$

Somando e igualando a zero as forças verticaes e as horizontaes dividindo por  $b \delta x \delta y$  e notando que  $b = b_0 + sy$ , obteremos as duas equações de equilibrio seguintes:

$$\left. \begin{aligned} \frac{s \tau}{b_0 + sy} + \frac{\delta \sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta \tau}{\delta y} &= 0 \\ \frac{s \sigma_y}{b_0 + sy} + \frac{\delta \sigma_y}{\delta y} + \frac{\delta \tau}{\delta x} + \Delta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Como se vê estas equações diferem das equações (7) pela presença dos termos  $\frac{s \tau}{b_0 + sy}$  e  $\frac{s \sigma_y}{b_0 + sy}$ . Deduz-se imediatamente que a mesma solução não pode convir aos dois sistemas de equações para um mesmo tipo de cargas.

As equações (a) é preciso acrescentar a equação de compatibilidade relativa á lei de Hooke, para o caso de ser o peso proprio a unico força de massa:

$$\frac{\delta^2}{\delta y^2} \left( \sigma_x - \frac{\sigma_y}{m} \right) + \frac{\delta^2}{\delta x^2} \left( \sigma_y - \frac{\sigma_x}{m} \right) = 2 \frac{m + 1}{m} \frac{\delta^2 \tau_{xy}}{\delta x \delta y} \quad (b)$$

Suponhamos que as equações a-b admitam uma solução linear e vejamos a que tipos de carga e de solido corresponderia tal solução.

Seja, pois, a verificar a seguinte solução, correspondente á suposta distribuição linear das tensões:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \gamma x + \delta y + \sigma_{ox} \\ \sigma_y &= \alpha x + \beta y + \sigma_{oy} \\ \tau &= \eta x + \epsilon y + \tau_0 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

$$\frac{\delta \sigma_x}{\delta x} = \gamma \quad \frac{\delta \tau}{\delta y} = \epsilon$$

$$\frac{\delta \sigma_y}{\delta y} = \beta \quad \frac{\delta \tau}{\delta x} = \eta$$

Substituindo em (a) vem

$$\frac{s\tau}{b_o + sy} = -\gamma - \varepsilon \text{ donde } \tau = -\frac{b_o(\gamma + \varepsilon)}{s} - (\gamma + \varepsilon)y$$

$$\frac{s\sigma_y}{b_o + sy} = -\beta - \eta - \Delta, \text{ donde: } \sigma_y = -\frac{b_o(\beta + \eta + \Delta)}{s} - (\beta + \eta + \Delta)y$$

Comparando com a solução (c) proposta deduzimos que se deve ter:

$$\alpha = \eta = 0$$

$$\beta = -\beta - \Delta \text{ donde } \beta = -\frac{\Delta}{2}$$

$$\sigma_{oy} = -\frac{b_o \Delta}{2S}$$

$$\varepsilon = -\gamma - \varepsilon \text{ donde } \varepsilon = -\frac{\gamma}{2}$$

$$\tau_o = -\frac{\gamma b_o}{2s}$$

Com estes resultados as fórmulas (c) transformam-se nas seguintes:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \gamma x + \delta y + \sigma_{ox} \\ \sigma_y &= -\frac{\Delta}{2s}(b_o + sy) \\ \tau &= -\frac{\gamma}{2s}(b_o + sy) \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

A equação de compatibilidade (b) é evidentemente satisfeita visto serem nulas todas as derivadas segundas das tensões.

Vemos que a solução (d) fornece para  $\sigma_y$  um valor independente de  $x$  e que não depende de outra carga além do peso próprio do sólido. Portanto tal solução apenas poderá convir a um muro de altura constante solicitado unicamente pelo seu peso. Então teremos  $\sigma_x = 0$  donde  $\gamma = 0$ , portanto também  $\tau = 0$ . Ora num tal muro temos

$$\sigma_y = -\frac{\Delta(b_o + b)y}{2b} \text{ e, pondo-se } b = b_o + sy:$$

$$\sigma_y = -\frac{\Delta(2b_o + sy)}{2(b_o + sy)}$$

Para que esse resultado concorde com o da solução (d) é necessário que se tenha  $b_o = 0$ . Então será  $\sigma_y = \frac{\Delta y}{2}$ . Concluimos, portanto, que, sendo uniformemente variável a espessura do sólido, a distribuição linear das tensões, *reduzidas ao sistema plano*, só é compatível com as equações da elasticidade no caso único de um muro de seção triangular de crista horizontal sem outras cargas além do peso próprio.

Esta análise demonstra de modo inequívoco que a hipótese da distribuição linear das tensões nos contrafortes de espessura variável de uma barragem é inconciliável com a teoria de elasticidade, pelo menos quando se desprezam as tensões paralelas ao eixo OZ.

Para se saber qual seria, no caso, a distribuição teoricamente correta, seria necessario integrar as equações (a) o que não parece possível. Entretanto basta comparar aquelas equações com as originaes do sistema plano para se ter a impressão de que o erro, proveniente da variação da espessura, pode tornar-se muito importante para ser desprezado, e tanto maior quanto maior o valor de  $s$ , que mede aquela variação.

Pode acontecer, o que não está provado, que, para valores de  $s$  suficientemente reduzidos como se nota em algumas barragens, o erro venha a ser desprezível. Mas nesse caso somos de opinião que, a bem da segurança, mais vale adotar uma espessura constante. A também pequena alteração do volume, si alguma houver, será largamente compensada pela maior garantia de exatidão dos calculos, permitindo limites de tensão mais elevados.

Entretanto acreditamos que o volume do contraforte de espessura constante não será maior do que o de outro de espessura variavel considerado equivalente. Funda-se esta opinião no fato de ser justamente o volume do contraforte o que decide, na maior parte dos casos, sobre o seu dimensionamento, porque entre as condições que prevalecem no calculo está, em geral, a da segurança contra o escorregamento, a qual exige certo peso minimo correspondente a um volume pre-determinado e irredutivel.

Por todas as razões acima expostas decidimos projetar os nossos contrafortes com espessura constante. Na Obra de A. Schoklitsch "Der Wasser bau" encontra-se um quadro descritivo de barragens de elementos multiplos construidas em todo o mundo, segundos dados de N. Kelen e P. Ziegler. Entre essas contam-se as seguintes, cujos contrafortes têm espessura constante:

BARRAGEM	LOCAL	Altura maxima m.	CORTINA	CONTRAFORTE	
				Espaça- mento m.	Espessura constante m.
Austin .....	Texas	25.0	plana	6.10	0.61
Dansville .....	New-York	3.5	»	3.05	0.25
Stoneyfluss .....	Virginia	15.6	»	4.57	0.46
Ogden. ....	Utah	30.5	arcadas	14.75	5.00
Aziscohos .....	Maine	23.8	»	6.10	1.22
Sélune .....	França	15.0	»	5.0	0.20
Suorva .....	Suecia	23.0	»	12.0	1.50
Sherman Island..	Hudson	24.6	»	5.79	1.06
Melby .....	Suecia	10.0	»	7.50	1.50
Belle-Isle-en-Terre	França	16.5	»	4.86	0.20

9. **Coordenadas polares.** — Dada a origem  $O$  e o eixo  $Ox$  (fig. 14) a posição de um elemento  $A$  qualquer do solido é determinada pelo raio vector  $OA = r$  e pelo angulo  $\theta$  formado por  $OA$  com a direção positiva de  $Ox$ . As tensões normaes do elemento serão  $\sigma_r$  paralela e  $\sigma_\theta$  normal ao raio vector. A tensão tangencial  $\tau_{r\theta}$  considera-se positiva quando, na face prolongamento de  $OA$ , se dirige para a origem.

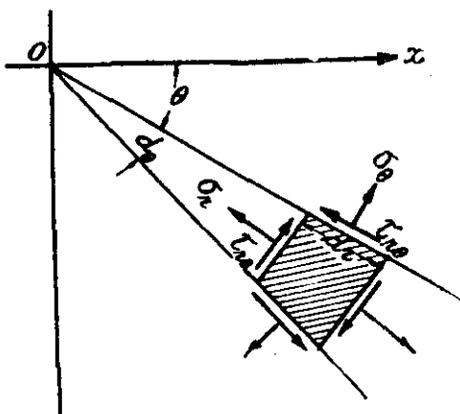


Fig. 14

Supondo-se que não haja forças de massa, as equações de equilíbrio são:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta \sigma_r}{\delta r} + \frac{1}{r} \frac{\delta \tau_{r\theta}}{\delta \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\delta \sigma_\theta}{\delta \theta} + \frac{\delta \tau_{r\theta}}{\delta \theta} + \frac{2 \tau_{r\theta}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Sendo  $\Phi$  qualquer função de  $r$  e  $\theta$ , essas equações são satisfeitas quando se põe:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\delta \Phi}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta \theta^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\delta^2 \Phi}{\delta r^2} \\ \tau_{r\theta} &= - \frac{\delta}{\delta r} \left( \frac{1}{r} \frac{\delta \Phi}{\delta \theta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Para que seja possível uma distribuição de tensões compatível com a lei de Hooke e que obedeça à lei de continuidade é necessário que a função  $\Phi$  satisfaça á seguinte equação:

$$\left( \frac{\delta^2}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2}{\delta \theta^2} \right) \left( \frac{\delta^2 \Phi}{\delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\delta \Phi}{\delta r} + \frac{1}{r^2} \frac{\delta^2 \Phi}{\delta \theta^2} \right) = 0 \quad (16)$$

Qualquer solução da equação supra fornece uma solução para as eq. (14) por intermedio das relações (15). A solução verdadeira será aquela que verifique tambem as condições de equilibrio á periferia.

J. H. Michell descobriu a solução geral da eq. 16, que não transcreveremos, porque não nos interessa sua generalidade sinão apenas o caso particular em que as cargas á periferia de uma cunha são da forma polinomia  $p_0 + p_1 r + p_2 r$  etc. Neste caso a solução geral fornece as seguintes expressões para as tensões:

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_r &= 2b_0 + 2d_0\theta - 2a_2 \cos 2\theta - 2c_2 \sin 2\theta + \\
 &+ 2r(b_1 \cos \theta + d_1 \sin \theta - 3a_3 \cos 3\theta - 3c_3 \sin 3\theta) + \\
 &+ \dots\dots\dots \\
 - r^n &[(n^2 - n - 2)(b_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta) + \\
 &+ (n^2 + 3n + 2)\{a_{n+2} \cos (n+2)\theta + c_{n+2} \sin (n+2)\theta\}] \\
 \sigma_\theta &= 2b_0 + 2d_0\theta + 2a_2 \cos 2\theta + 2c_2 \sin 2\theta + \\
 &+ 6r(b_1 \cos \theta + d_1 \sin \theta + a_3 \cos 3\theta + c_3 \sin 3\theta) + \dots \\
 \dots + &(n+2)(n+1)r^n \{b_n \cos n\theta + d_n \sin n\theta + a_{n+2} \cos (n+2)\theta + \\
 &+ c_{n+2} \sin (n+2)\theta\} \\
 \tau_{r\theta} &= -d_0 + 2a_2 \sin 2\theta - 2c_2 \cos 2\theta + \\
 &+ r(2b_1 \sin \theta - 2d_1 \cos \theta + 6a_3 \sin 3\theta - 6c_3 \cos 3\theta) + \\
 &+ \dots\dots\dots \\
 r^n &[n(n+1)(b_n \sin n\theta - d_n \cos n\theta) + (n+1)(n+2)\{ \dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \{a_{n+2} \sin (n+2)\theta - c_{n+2} \cos (n+2)\theta\}]
 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Note-se que a cada potencia de  $r$  correspondem quatro constantes arbitrarías. Por outro lado, si  $\theta = \alpha$  e  $\theta = \omega$  são os angulos que delimitam a cunha, teremos:

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{\theta\alpha} &= p_0 + p_1 r + p_2 r^2 \text{ etc. } \\
 \tau_{r\alpha} &= s_0 + s_1 r + s_2 r^2 \text{ etc. }
 \end{aligned} \right\} \theta = \alpha$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{\theta\omega} &= p'_0 + p'_1 r + p'_2 r^2 \text{ etc. } \\
 \tau_{r\omega} &= s'_0 + s'_1 r + s'_2 r^2 \text{ etc. }
 \end{aligned} \right\} \theta = \omega$$

Comparando esses valores com os fornecidos pelas eq. (17) e igualando os termos de igual expoente teremos para cada expoente quatro equações que determinarão as quatro constantes correspondentes.

Em particular as constantes  $b_0, d_0, a_2, c_2$ , correspondentes ao expoente zero, serão dadas pelos seguintes sistema:

$$\left. \begin{aligned}
 2b_0 + 2ad_0 + 2a_2 \cos 2\alpha + 2c_2 \sin 2\alpha &= p_0 \\
 2b_0 + 2\omega d_0 + 2a_2 \cos 2\omega + 2c_2 \sin 2\omega &= p'_0 \\
 -d_0 + 2a_2 \sin 2\alpha - 2c_2 \cos 2\alpha &= s_0 \\
 -d_0 + 2a_2 \sin 2\omega - 2c_2 \cos 2\omega &= s'_0
 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Este caso é justamente o que nos interessa porquanto uma parcela das cargas sobre o paramento de montante é da forma  $\beta X_0, \beta Y_0$ .

Para a aplicação das equações (18) falta apenas transformar taes cargas em componentes normal e tangencial ao paramento.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta\alpha} &= p_o = -\beta Y_o \operatorname{sen} i - \beta X_o \operatorname{cos} i \\ \tau_{r\theta\alpha} &= s_o = +\beta Y_o \operatorname{cos} i - \beta X_o \operatorname{sen} i \\ \sigma_{\theta\omega} &= \tau_{r\theta\omega} = p'_o = s'_o = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Colocando-se o eixo de referencia sobre o paramento de juzante será :

$$\alpha = i + j \quad \text{e} \quad \omega = 0$$

Substituindo esses valores e os (19) nas equações (18) teremos um sistema do qual se deduzem os valores das constantes  $b_o, d_o, a_2, c_2$

Pondo-se, para abreviar

$$\begin{aligned} tg \alpha - \alpha &= K_1 \\ \frac{2\alpha - \operatorname{sen} 2\alpha}{\operatorname{sen} 2\alpha} &= K_2 \end{aligned}$$

os valores achados são :

$$\begin{aligned} b_o &= \frac{\sigma_{\theta\alpha} tg \alpha + K_2 \tau_{r\alpha}}{4 K_1} \\ d_o &= - \frac{\sigma_{\theta\alpha} + \tau_{r\alpha} tg \alpha}{2 K_1} \\ a_2 &= - b_o \\ c_2 &= - 2 d_o \end{aligned}$$

substituidas as espressões supra nas equações (17) reduzidas aos termos em  $r^0$ , resultam as formulas procuradas das tensões:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\sigma_{\theta\alpha}}{2 K_1} [(1 + \operatorname{cos} 2\theta) tg \alpha - (2\theta + \operatorname{sen} 2\theta)] + \\ &+ \frac{\tau_{r\alpha}}{2 K_1} [(1 + \operatorname{cos} 2\theta) K_2 - tg \alpha (2\theta + \operatorname{sen} 2\theta)] \\ \sigma_\theta &= \frac{\sigma_{\theta\alpha}}{2 K_1} [(1 - \operatorname{cos} 2\theta) tg \alpha - (2\theta - \operatorname{sen} 2\theta)] + \\ &+ \frac{\tau_{r\alpha}}{2 K_1} [(1 - \operatorname{cos} 2\theta) K_2 - tg \alpha (2\theta - \operatorname{sen} 2\theta)] \\ \tau_{r\theta} &= \frac{\sigma_{\theta\alpha}}{2 K_1} [(1 - \operatorname{cos} 2\theta) - tg \alpha \operatorname{sen} 2\theta] + \\ &+ \frac{\tau_{r\alpha}}{2 K_1} [(1 - \operatorname{cos} 2\theta) tg \alpha - K_2 \operatorname{sen} 2\theta] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

10. Carga no vertice do Contraforte. — Este caso representado na fig. 15 tambem se resolve em coordenadas polares.

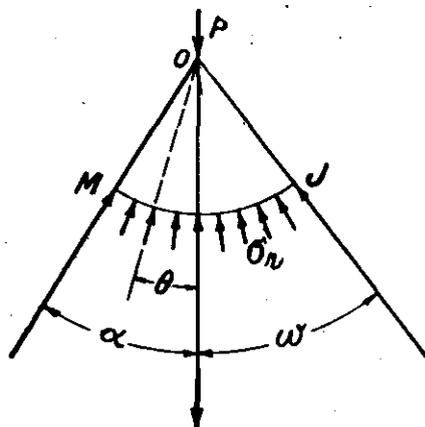


Fig. 15

As tensões são unicamente radiaes:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \tau_{r\theta} = 0 \\ \sigma_r &= -\frac{P}{r} (Z_1 \cos \theta + Z_2 \sin \theta) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Verifica-se facilmente que essas expressões satisfazem ás equações (14) e (16) com  $\Phi = -Pr (Z_1 \cos \theta + Z_2 \sin \theta)$ .

As constantes  $Z_1$  e  $Z_2$  determinam-se escrevendo que no sector MJ as componentes verticais de  $\sigma_r$  integram P, e as horizontaes integram zero. Feitas as operações acha-se

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= 2 \frac{(\alpha + \omega) - \text{sen}(\alpha + \omega) \cos(\alpha - \omega)}{(\alpha + \omega)^2 - \text{sen}(\alpha + \omega)^2} \\ Z_2 &= -2 \frac{\text{sen}(\alpha + \omega) \text{sen}(\alpha - \omega)}{(\alpha + \omega)^2 - \text{sen}(\alpha + \omega)^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

o maximo valor absoluto de  $\sigma_r$  corresponde a um angulo  $\theta = \theta_0 = \text{arc tg} \frac{Z_2}{Z_1}$  e  $\sigma_{r_{max}} = -\frac{P}{r} \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$  contanto que seja  $-\theta_0 \leq \omega$ .

As tensões que se calculam em coordenadas polares são geralmente pequenas, podendo ser desprezadas na maioria dos casos que se apresentam na pratica.

11. **Sintese dos dois metodos.** — Recapitulemos os dois metodos de calculo pela Teoria da Elasticidade. Vimos na primeira parte que as cargas do contraforte são:

1.º) Peso proprio expresso pelo peso especifico  $\Delta$  e pressões na face de montante da forma  $X = \beta \delta y$  e  $Y = \beta \gamma y$ . As tensões correspondentes calculam-se em coordenadas ortogonaes pelas formula (10 bis) depois da determinação das constantes.

2.º) Uma carga concentrada no vertice e pressões uniformemente distribuidas no paramento de montante. As tensões correspondentes obtêm-se em coordenadas polares pelas formulas (21) e (20).

Para se acharem as tensões totaes é necessário converter as polares em ortogonaes. Para esse fim comecemos por transportar o eixo polar até sua coincidência com eixo orthogonal  $OX$ .

Então as tensões ortogonaes poderão ser deduzidas das polares pelas seguintes formulas:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_\theta \sin^2\theta + \sigma_r \cos^2\theta - \tau_{r\theta} \sin 2\theta \\ \sigma_y &= \sigma_\theta \cos^2\theta + \sigma_r \sin^2\theta + \tau_{r\theta} \sin 2\theta \\ \tau_{xy} &= \tau_{r\theta} \cos 2\theta + \frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin 2\theta \\ \sigma_x + \sigma_y &= \sigma_\theta + \sigma_r \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Entretanto é mais expedito efetuar a transformação com auxilio do circulo de Mohr, conforme se vê na fig. 16 sem necessidade de explicações.

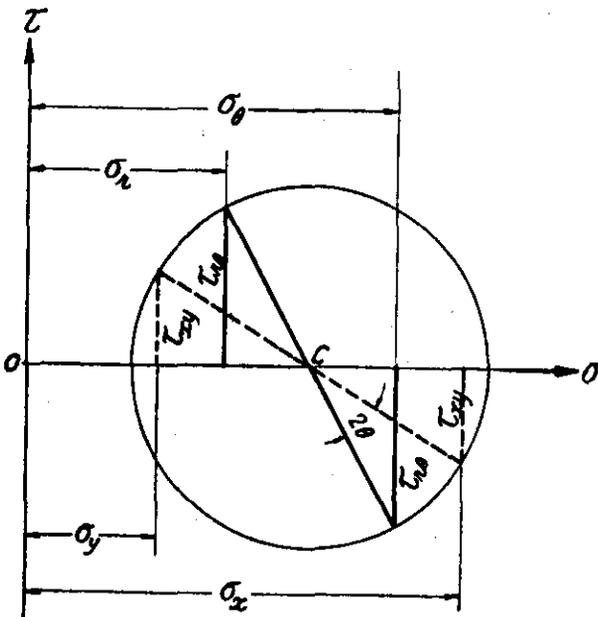


Fig. 16

12. Tensões principaes. Linhas isostaticas e trajetorias. — Conhecidas as tensões totaes em coordenadas ortogonaes, as tensões principaes e as direções principaes respectivas podem ser calculadas pelas formulas (1) e (2) ou derminadas gráficamente pelo circulo de Mohr. O segundo processo é preferivel, por ser mais expedito.

As tensões ortogonais são homotéticas em relação ao vertice do contraforte, segundo decorre das formulas (10).

Esta propriedade facilita imensamente os calculos porquanto conhecidas as tensões á profundidade  $y = 1$ , em determinado ponto  $P$ , as tensões a qualquer profundidade  $y$  sobre a reta  $OP$ , deduzem-se immediatamente das supraditas mediante simples multiplicação por  $y$ .

Convem pois calcular tensões e direções para os pontos situados sobre certo número de retas irradiantes do vertice (inclusive os paramentos). Sobre taes retas traçam-se as sucessivas direções principaes. Em seguida, ligando-se esses traços por curvas a eles tangentes, obtêm-se o traçado aproximado das "trajetórias das direções principaes". Estas constam de duas series de curvas que se cruzam em angulo réto. As da primeira série partem do paramento de juzante ao qual são normaes e terminam paralelamente ao paramento de montante. As da segunda serie comportam-se anologamente, invertidos os paramentos.

As linhas isostaticas são as que ligam os pontos cujas tensões principaes têm uma mesma intensidade. Formam tambem duas séries correspondentes ás respectivas trajetórias. No caso da distribuição linear das tensões ortogonaes as linhas isostaticas são hiperboles. No caso do nosso projéto a distribuição não é inteiramente linear, porquanto as tensões calculadas em coordenadas polares são distribuidas segundo lei transcendente.

Daf não serem perfeitamente hiperbolicas as isostaticas obtidas.

O conjunto das linhas isostaticas e das trajetórias resolve de um modo completo a questão do comportamento elastico do contraforte porquanto determinam em qualquer ponto com sufficiente aproximação a intensidade e a direção de cada uma das tensões principaes.

**13. Tipos de contrafortes de espessuras distintas.** — Estabelecido foi que cada contraforte deve ter uma espessura constante, porem contrafortes de alturas diferentes podem ter espessuras distintas e devem tel-as para se conseguir economia de material. Todavia não seria recomendavel atribuir a cada altura diferente uma espessura propria e distinta. Para a facilidade da execução torna-se necessario reduzir as diversas espessuras a um numero limitado de tipos determinados por outras tantas profundidades carateristicas. A discriminação dos tipos não se faz arbitrariamente, mas em função da forma do perfil longitudinal da superficie da rocha. Medem-se as extensões cobertas por profundidades crescentes, de 2,m50 em 2,m50 por exemplo, e traça-se o diagrama das frequencias das alturas, levando as extensões como ordenadas e as profundidades como abscissas.

O diagrama é uma linha quebrada, como se vê na fig. 17.

Os seus vertices salientes indicam claramente as alturas de maxima frequencia: 5, 10, 25 e 33 metros. Considerando-se que a altura efetiva alcança de 2 a 3 metros a mais por causa do preparo da rocha, que a profundidade maxima precisa ser incluída, forçosamente, e lembrando a relação  $\frac{h}{y} = 35/36$ , o numero de tipos de espessuras distintas foi fixado em cinco, correspondentes ás alturas  $y$  de 8-12-20-28 e 36 metros. O tipo 28 foi excluído posteriormente, como veremos, porque muito pouco differia do tipo 36.

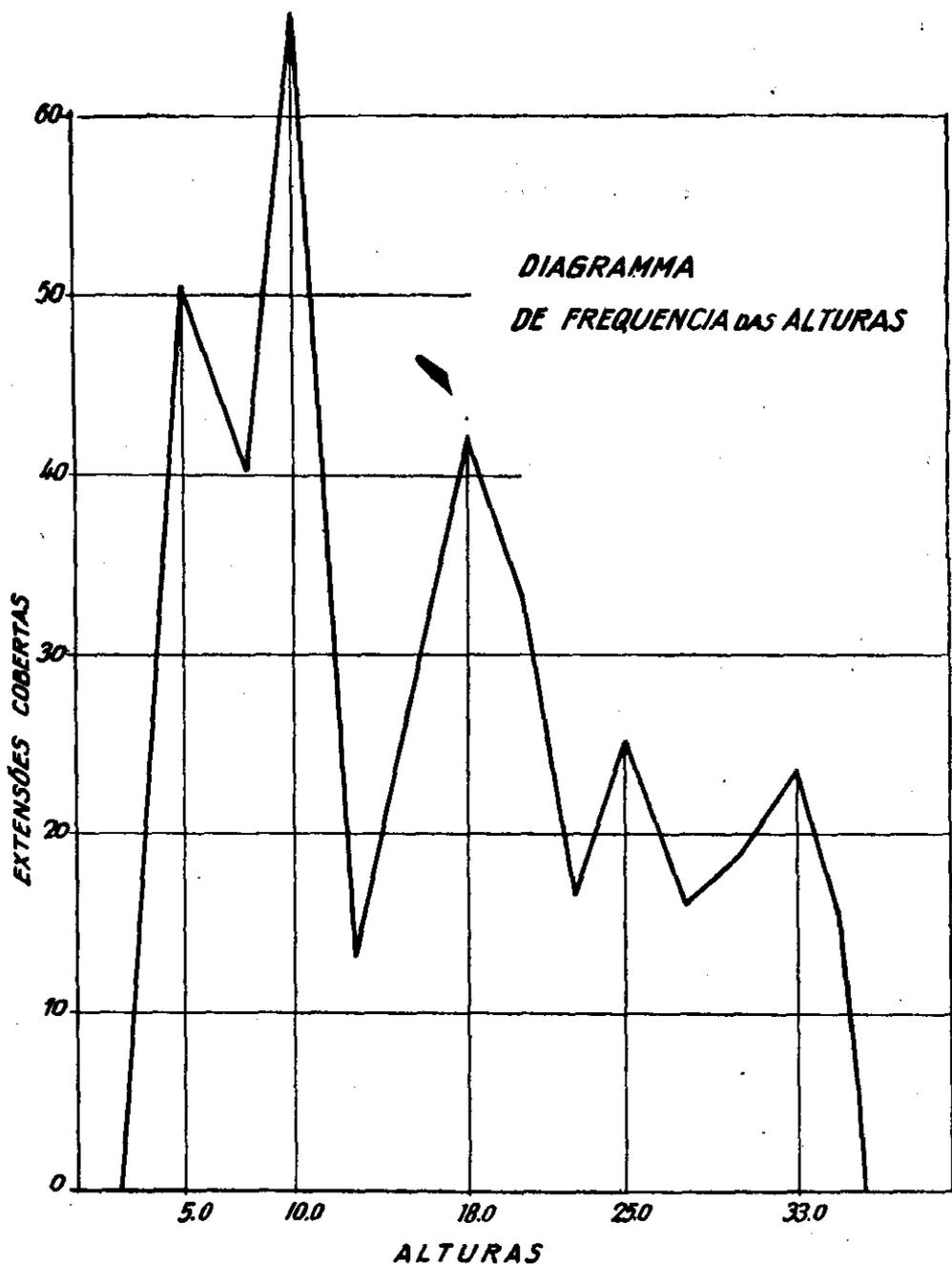


Fig. 17

14. **Calculo das dimensões dos contrafortes.** — As dimensões do contraforte precisam ser determinadas de modo que *todas* as condições de resistencia e de estabilidade sejam satisfeitas. Duas são as dimensões ainda desconhecidas: a espessura  $b$  e o comprimento  $l$  da base á profundidade  $y$ . Portanto as condições determinantes não podem ser mais que duas, escolhidas entre todas de modo tal que, satisfeitas essas duas estritamente, as demais condições sejam satisfeitas com fol-

ga. Não se póde saber *a priori*, de um modo geral, quaes devam ser essas duas condições decisivas, que isso depende da disposição e da intensidade das cargas bem como do talude de montante e da profundidade considerada. Todavia não é muito difficil discernir quaes sejam as condições procuradas depois de algumas tentativas orientadas por um conhecimento prévio do assunto. O calculo de verificação confirmará ou não o acerto da escolha mostrando ao mesmo tempo quaes as condições que devem prevalecer.

No caso dos nossos contrafortes as duas condições decisivas são:

1.ª) Tensão principal de tração no pé de montante reduzida ao limite permíssivel:  $\sigma_1 \leq 20 \text{ ton/m}^2$ .

2.ª) Segurança contra o escorregamento sobre a base horizontal expressa pela relação  $\frac{H}{V} \leq 0.80$ .

*Considera-se unicamente o caso de estar o açude cheio até o nivel maximo.*

Para o calculo das dimensões podemos admitir a distribuição linear das tensões ortogonaes provocadas por todas as cargas sem exceção, de modo que as reacções verticaes do solo possam ser determinadas pela regra do trapézio, como se mostra na fig. 18.

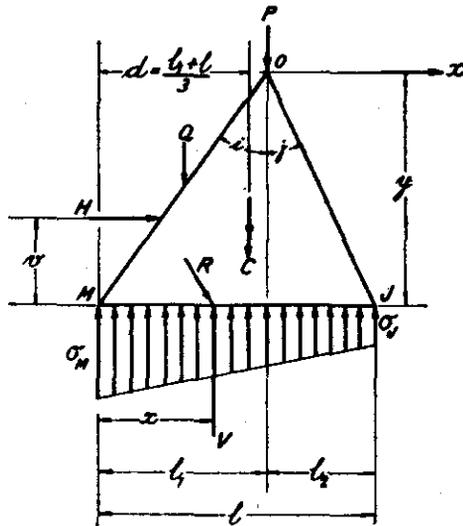


Fig. 18

Considera-se uma espessura  $b = 1$  metro na análise subsequente. A espessura real será outra, o que não importa ao equilibrio desde que as cargas unitárias  $X$  e  $Y$  sejam as mesmas decorrentes da espessura real.

As equações de equilibrio do contraforte figurado são:

$$V = P + Q + C$$

$$Hv + Qu + Cd + Pl_1 = Nx$$

O peso proprio do contraforte é  $C = \frac{1}{2} \Delta l y$ .

A distancia do seu centroide á vertical por  $M$  é  $d = \frac{1}{3} (l + l_1)$ .  
 Ponhamos  $\frac{1}{2} \Delta y = K$ . Com esta notação achamos:

$$x = \frac{Hv + Qu + Pl_1 + \frac{Kl_1}{3} l + \frac{Kl^2}{3}}{P + Q + Kl}$$

Para abreviar podemos pôr:

$$\begin{aligned} Hv + Qu + Pl_1 &= \frac{KS}{3} \\ P + Q &= Ke \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} S &= \frac{3 (Hv + Qu + Pl_1)}{K} \\ e &= \frac{P + Q}{K} \quad \text{Sendo} \quad K = \frac{1}{2} \Delta y \end{aligned}$$

Substituindo essas expressões vem:

$$x = \frac{S + ll + l^2}{3 (e + l)}$$

1.ª Condição

Sendo  $\sigma_M$  a reacção unitaria no pé de montante, temos:

$$\sigma_M = \frac{V (4l - 6x)}{l^2}$$

porém

$$V = P + Q + C = K (e + l)$$

Substituindo  $V$  e  $x$  por seus valores na expressão de  $\sigma_M$ , resulta a seguinte equação:

$$l^2 + \frac{2e - l_1}{1 - \frac{\sigma_M}{\Delta y}} l - \frac{S}{1 - \frac{\sigma_M}{\Delta y}} = 0 \quad (24)$$

Ponhamos ainda para abreviar:

$$\frac{2e - l_1}{1 - \frac{\sigma_M}{\Delta y}} = 2p \quad \text{e} \quad \frac{S}{1 - \frac{\sigma_M}{\Delta y}} = q$$

Então o valor procurado de  $l$ , em função de  $\sigma_M$  será

$$l = -p - \sqrt{p^2 + q} \quad (25)$$

$p$  e  $q$  são negativos, de modo que  $-p$  é positivo.

Para ser satisfeita a 1.<sup>a</sup> condição será necessario determinar o valor de  $\sigma_M$  correspondente ao limite especificado para a tensão principal  $\sigma_I$  no ponto  $M$ . Ora nesse ponto são conhecidas as cargas unitarias  $X$  e  $Y$  e o angulo  $\alpha$  que a normal exterior ao talude forma com a direção positiva do eixo  $Ox$ . As equações (11) estabelecem duas relações entre  $X$ ,  $Y$ ,  $\alpha$  e as tensões ortogonaes no ponto  $M$ . Podemos pois exprimir  $\sigma_x$  e  $\tau_{xy}$  em funcção de  $\sigma_y$ ,  $X$ ,  $Y$  e  $\alpha$ .

$$\tau_{xy} = \frac{Y - \sigma_y \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha}$$

$$\sigma_x = \frac{X \operatorname{cosec} \alpha - Y \operatorname{sen} \alpha + \sigma_y \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cosec}^2 \alpha}$$

Por outro lado, como se sabe, a tensão principal  $\sigma_I$  é dada pela formula

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Substituindo nesta formula  $\sigma_x$  e  $\tau_{xy}$  pelas expressões supra, obtemos a seguinte expressão de  $\sigma_y$ :

$$\sigma_y = - \frac{Y^2 - \sigma_I^2 \operatorname{cosec}^2 \alpha - \sigma_I (Y \operatorname{sen} \alpha - X \operatorname{cosec} \alpha)}{\sigma_I - Y \operatorname{sen} \alpha - X \operatorname{cosec} \alpha}$$

Notemos de passagem que sendo  $X = Y = 0$  esta formula se reduz a  $\sigma_y = \sigma_I \operatorname{cosec}^2 \alpha$  donde  $\sigma_I = \sigma_y (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$ . Este resultado não é outra cousa sinão a chamada "correção de Maurice Levy".

No calculo de  $l$  podemos desprezar a influencia da carga  $P$  e das cargas uniformemente distribuidas. Tal influencia se reduz muito a grandes profundidades da ordem das que serão consideradas subsequentemente. Deste modo torna-se licito escrever simplesmente  $X = \beta \delta y$ ,  $Y = \beta \gamma y$ .

O limite superior de  $\sigma_I$ , não precisa e não deve ser o mesmo para todas as profundidades. As tensões de tração precisam ser evitadas o mais possivel e apenas se toleram no limite permmissivel em pequenas regiões á profundidade maxima. Chamando, pois,  $\sigma_0$  o limite permmissivel á profundidade  $y = 1m$ . é razoavel fazer  $\sigma_I = \sigma_0 y$  dando-se a  $\sigma_0$  valor tal que  $\sigma_I$  resulte igual ao limite permmissivel quando  $y$  é igual á profundidade maxima.

Lembrando as notações abreviadas  $\operatorname{sen} \alpha = - m_i$ ,  $\operatorname{cosec} \alpha = - l_i$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = k_i$  notando-se que  $\sigma_y = - \sigma_M$  e fazendo as substituições supraditas a formula para  $\sigma_y$  transforma-se na seguinte:

$$\sigma_M = \frac{\beta \gamma^2 - l_i \sigma_0 (\delta - k_i \gamma + \frac{l_i \sigma_0}{\beta})}{l_i \delta + m_i \gamma + \frac{\sigma_0}{\beta}} y$$

Para abreviar façamos

$$\xi = \frac{\beta \gamma^2 - l_i \sigma_0 (\delta - k_i \gamma + \frac{l_i \sigma_0}{\beta})}{l_i \delta + m_i \gamma + \frac{\sigma_0}{\beta}}$$

Então

$$\sigma_M = \xi y \quad (26)$$

As equações (25) (26) determinam  $l$  quando  $\beta$  é conhecido, e  $\beta$  só depende da espessura do contraforte, pois  $\beta = \frac{5 + b}{6 b}$ .

2.<sup>a</sup> Condição

Examinemos agora a 2.<sup>a</sup> condição. A segurança contra o escorregamento exige que se tenha no limite:

$$\frac{H}{V} = f \quad (f = 0,80)$$

Substituindo  $V$  por  $P + Q + C$  vem

$$C = \frac{H - f(P + Q)}{f} = \frac{1}{2} \Delta y l$$

Donde:

$$l = \frac{H - f(P + Q)}{\frac{1}{2} \Delta f y} \quad (27)$$

Porem

$$H = \int_0^y X ds \quad Q = \int_0^y Y ds \quad P = \beta P_0$$

Pondo-se (vide parte I):

$$X = \beta(X_0 + \delta y) \quad Y = \beta(Y_0 + \gamma y) \quad ds = \frac{dy}{l_i}$$

resulta:

$$l = \frac{X_0 + \frac{\delta y}{2} - f \left( \frac{l_i P_0}{y} + Y_0 + \frac{\gamma y}{2} \right)}{\frac{1}{2} f l_i \Delta} \beta \quad (27 \text{ bis})$$

Resumindo os resultados: para dado valor de  $\beta$ , isto é da espessura  $b$ , as formulas (25) e (26) dão certo comprimento que satisfaz á 1.<sup>a</sup> condição, seja  $l_I$ . Para o mesmo valor de  $\beta$  a formula (27) dá outro comprimento que satisfaz á 2.<sup>a</sup> condição, seja  $l_{II}$ . Fazendo variar  $\beta$  teremos uma serie de pares de valores  $l_I, l_{II}$ . O valor de  $\beta$  para o qual  $l_I = l_{II} = l$  dará os valores procurados de  $l$  e  $b$  que satisfazem a todas as condições. Esta operação deve ser feita para cada uma das alturas típicas.

15. Calculos numericos. Determinação dos tipos. — Os dados fundamentaes são:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2,3 \text{ ton/m}^3 \\ P &= 18\beta \text{ ton/m} \\ X &= \beta(2,53 + 4,67 y) \text{ ton/m}^2 \\ Y &= \beta(3,70 + 3,98 y) \text{ } \\ P_0 &= 18 \text{ ton/m} \\ X_0 &= 2,53 \text{ ton/m}^2 \\ Y_0 &= 3,70 \text{ } \\ \delta &= 4,67 \text{ ton/m}^3 \\ \gamma &= 3,98 \text{ } \\ l_i &= \cos i = 0,789 \\ m_i &= \text{sen } i = 0,616 \\ k_i &= \text{tg } i = 0,781 \\ \sigma_0 &= 20 \frac{1}{36} = 0,555 \text{ ton/m}^2 \\ \beta &= \frac{5 + b}{6 b} \\ t &= 0,80 \end{aligned}$$

Com os dados supra achamos a seguinte expressão numerica do coeficiente  $\xi$  da formula (26):

$$\xi \simeq 2,59\beta - 0,34$$

ou substituindo  $\beta$ :

$$\xi \simeq \frac{2,16}{b} + 0,09$$

o denominador  $1 - \frac{\sigma_M}{\Delta y}$  merece uma designação especial

$$\zeta = 1 - \frac{\sigma_M}{\Delta y} = 1 - \frac{\xi y}{\Delta y} = 1 - \frac{\xi}{\Delta}$$

$$\zeta = 0,963 - \frac{0,939}{b} \quad (28)$$

As expressões  $2c - l_i$  e  $S$  das formulas (25) dependem de  $H$ ,  $Q$ ,  $Hv$  e  $Qu$  cujas expressões numericas vamos determinar.

$$H = \int_0^y \beta \frac{X_0 + \delta y}{l_i} dy = \left( \frac{X_0 y}{l_i} + \frac{\delta y^2}{2 l_i} \right) \beta$$

$$Q = \int_0^y \beta \frac{Y_0 + \gamma y}{l_i} dy = \left( \frac{Y_0 y}{l_i} + \frac{\gamma y^2}{2 l_i} \right) \beta$$

$$Hv = \left( \frac{X_0 y^2}{2 l_i} + \frac{\delta y^3}{6 l_i} \right) \beta$$

$$Qu = \left( \frac{K_i Y_0 y^2}{2 l_i} + \frac{K_i \gamma y^3}{6 l_i} \right) \beta$$

Substituindo os numeros achamos

$$H : \beta = 3,20 y + 2,96 y^2$$

$$Q : \beta = 4,68 y + 2,52 y^2$$

$$Hv : \beta = 1,600 y^2 + 0,987 y^3$$

$$Qu : \beta = 1,827 y^2 + 0,655 y^3$$

Donde se deduz:

$$C = \frac{P + Q}{K} = \left( \frac{15,66}{y} + 4,07 + 2,19 y \right) \beta \quad (29)$$

$$\frac{1}{2} l_1 = \frac{1}{2} k_1 y = 0,3905 y \quad (30)$$

$$S = (8,94 y + 4,28 y^2 + 36,60) \beta \quad (31)$$

Mediante os resultados supra calculam-se

$$p = \frac{C - \frac{1}{2} l_1}{\zeta} \quad q = \frac{S}{\zeta}$$

Donde

$$l_1 = -p - \sqrt{p^2 + q} \quad (32)$$

A expressão numerica das formulas (27) ou (27 bis) é a seguinte:

$$l_{II} = \left( 1,024y - 0,59 - \frac{15,66}{y} \right) \beta \quad (33)$$

QUADRO I

b	$\beta$	$\zeta$
0.50	1.833	- 0.917
0.60	1.555	- 0.604
0.70	1.357	- 0.378
0.80	1.207	- 0.213

QUADRO II

y	C : $\beta$	$\frac{1}{2} l_1$	S : $\beta$	$l_{II} : \beta$
8	23.57	3.12	383.67	5.66
12	31.72	4.68	763.46	10.38
20	48.69	7.79	1933.76	19.15
28	65.99	10.94	3643.91	27.57
36	83.40	14.06	5918.93	35.91

O quadro I dá os valores de  $\zeta$  e  $\xi$  (formula 28) para espessuras varias desde  $b = 0,50$  até  $b = 0,80$ . No quadro II encontram-se os valores numericos dependentes de  $y$  calculados pelas formulas (29), (30), (31) e (33) para todas as alturas tipicas  $y = 8, 12, 20, 28$  e  $36$  metros.

Com auxilio desses dois foi feito o quadro III que dá para cada altura tipica, os valores de  $l_I$  e  $l_{II}$  correspondentes a cada valor da espessura.

QUADRO III

Espes- suras $b =$	Alturas tipicas $y =$									
	8 ms.		12 ms.		20 ms.		28 ms.		36 ms.	
	$l_I$	$l_{II}$	$l_I$	$l_{II}$	$l_I$	$l_{II}$	$l_I$	$l_{II}$	$l_I$	$l_{II}$
0.50	9.88	10.37	—	—	—	—	—	—	—	—
0.60	9.15	8.80	14.77	16.14	—	—	—	—	—	—
0.70	—	—	14.54	14.09	24.45	25.99	34.27	37.41	44.25	48.73
0.80	—	—	—	—	24.11	23.11	33.77	33.28	43.51	43.34

Por interpolação verifica-se no quadro III qual o valor de  $b$  para o qual  $l_I = l_{II} = l$ . Os resultados obtidos são os do quadro IV:

QUADRO IV

$y$	$b$	$l$	$tg j$
8	0.534	9.84	0.450
12	0.676	14.60	0.437
20	0.761	24.24	0.433
28	0.787	33.94	0.431
36	0.795	43.60	0.430

Vemos que o tipo 28 tem praticamente a mesma espessura e o mesmo talude a juzante do tipo 36. Por esse motivo fica eliminado. Quanto aos outros é recomendavel sacrificar alguma cousa do rigor teorico em beneficio da simplicidade. Com este intuito adotámos para todos os tipos o mesmo talude de juzante e espessuras medidas por um numero inteiro de centimetros.

A segurança contra o escorregamento será sempre satisfeita. A tensão principal da tração a montante poderá ser um pouco maior do que 0.555  $y$  para alturas inferiores a 36 m., porque ficará sempre muito abaixo do limite permmissivel. Em suma as dimensões realmente

adotadas no projeto são as que constam do quadro V, no qual se pode verificar também o valor da relação H/V sempre igual ou inferior a 0.80.

QUADRO V

Tipos $y =$	$b$	$l_1$	$l_2$	$l = l_1 + l_2$	H ton	V ton	H/V
8	0.65	6.24	3.44	9.68	311	403	0.77
12	0.70	9.36	5.16	14.52	630	796	0.79
20	0.76	15.58	8.60	24.18	1570	1970	0.80
36	0.80	28.12	15.48	43.60	4760	5960	0.80

Em todos os tipos o talude de juzante é dado por  $tg j = 0.430$  correspondente a  $j = 23^\circ 17'$ . Donde os seguintes dados numericos que serão usados nos calculos subsequentes.

$$l_j = 0.919 = \cos j$$

$$m_j = 0.395 = \text{sen } j$$

$$k_j = 0.430 = tg j$$

Temos assim terminado a primeira phase do calculo do contra-forte. A segunda phase, a seguir, é a verificação das tensões pelas formulas da Teoria da Elasticidade.

16. Calculo numerico das tensões em coordenadas ortogonaes. — Resolvido o sistema de equações (13) pelo metodo exposto no § 7 foram achadas as seguintes expressões numericas para as constantes  $a, b, c, d$ :

$$a = - 0.785781 \beta - 0.550719$$

$$b = - 2.221412 \beta - 1.246657$$

$$c = + 2.054823 \beta + 0.184876$$

$$d = - 1.355826 \beta - 0.353602$$

Chamemos  $N_x, N_y, T_{xy}$  ás tensões correspondentes a  $y = 1$  m. sobre uma radial (linha passando pelo vertice) que forma o angulo  $\theta$  com o eixo Oy. Substituindo-se  $x = y tg\theta$  e pondo-se  $y = 1$  nas equações fundamentaes (10) obteremos.

$$\left. \begin{aligned} N_x &= c tg\theta + d \\ N_y &= a tg\theta + b \\ T_{xy} &= - (b + \Delta) tg\theta - c \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

E as tensões á profuudidade  $y$  sobre a mesma radial serão:

$$\sigma_x = y N_x, \quad \sigma_y = y N_y, \quad \tau_{xy} = y T_{xy} \quad (35)$$

Nas verificações das tensões foram consideradas as quatro radiaes da fig. 19: OM e OJ que são os paramentos de montante e de juzante e alem dessas as duas intermediarias 01 e 02. A radial 02 é ver-

tical e O1 é a mediana do triangulo retangulo MO 2, de modo que as tensões nos pontos 1 são a media aritmetica das tensões em M e em 2. Os valores de  $tg \theta$  para as quatro radiaes são as seguintes.

Para OM:  $tg \theta = - K_i = - 0.7810$   
 > O1:  $tg \theta = - \frac{1}{2} K_i = - 0.3905$   
 > O2:  $tg \theta = 0 = 0.0000$   
 > OJ:  $tg \theta = K_j = 0.4301$

Substituindo estes valores e os das constantes nas equações (34) obtivemos os resultados do quadro VI para as tensões  $N_x$ ,  $N_y$  e  $\tau_{xy}$  correspondentes ás quatro espessuras tipicas e respectivos valores de  $\beta$ .

QUADRO VI

$y = 1$  metro

b	$\beta$	Tensões	M	1	2	J
0.65	1.449	$N_x$	- 4.788	- 3.553	- 2.318	- 0.958
		$N_y$	- 3.147	- 3.807	- 4.467	- 5.191
		$T_{xy}$	- 4.854	- 4.007	- 3.161	- 2.232
0.70	1.357	$N_x$	- 4.516	- 3.354	- 2.193	- 0.915
		$N_y$	- 2.999	- 3.631	- 4.264	- 4.956
		$T_{xy}$	- 4.505	- 3.740	- 2.975	- 2.131
0.76	1.263	$N_x$	- 4.238	- 3.152	- 2.066	- 0.870
		$N_y$	- 2.848	- 3.451	- 4.054	- 4.715
		$T_{xy}$	- 4.149	- 3.465	- 2.781	- 2.027
0.80	1.207	$N_x$	- 4.072	- 3.032	- 1.993	- 0.844
		$N_y$	- 2.758	- 3.346	- 3.935	- 4.572
		$T_{xy}$	- 3.937	- 3.305	- 2.673	- 1.966

17. Calculo numerico das tensões em coordenadas polares. — 1.º) Cargas:  $\beta X_o$ ,  $\beta Y_o$ .

Substituindo-se os valores conhecidos de  $X_o$ ,  $Y_o$ ,  $\text{sen } i = m_i$   $\text{cos } i = l_i$  nas formulas (19) achamos:

$$\sigma_{\theta\alpha} = - 4.275 \beta$$

$$\tau_{r,\alpha} = + 1.361 \beta$$

Para  $\alpha = i + j \approx 61^\circ 17'$

resulta:  $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1.069 \\ tg\alpha = 1.831 \\ 2\alpha = 2.138 \\ \text{sen}2\alpha = 0.843 \end{array} \right.$

$$K_1 = tg\alpha - \alpha = 0.762$$

$$K_2 = \frac{2\alpha - \text{sen } 2\alpha}{\text{sen } 2\alpha} = 1.537$$

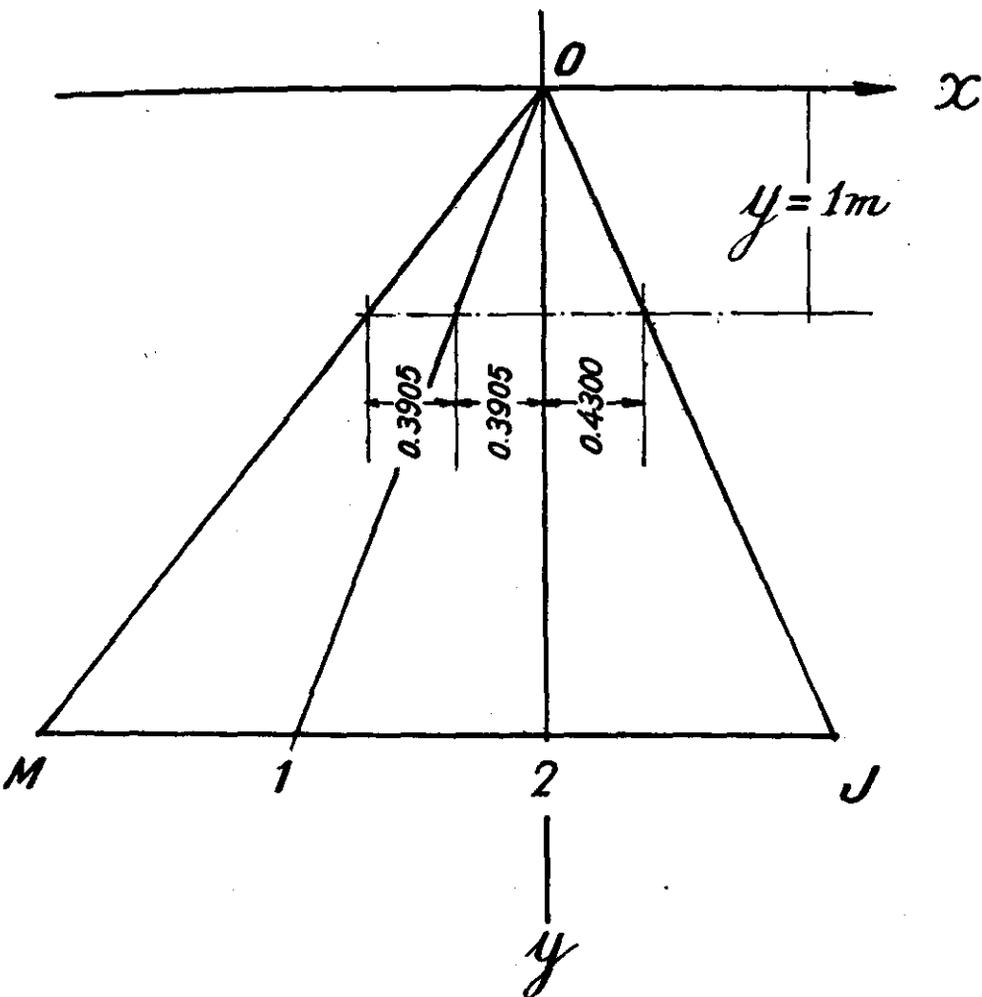


Fig. 19

Introduzindo os numeros supra nas formulas (20) obtivemos o seguinte resultado:

$$\sigma_r = - 2,81\beta (1,831 c_1 - s_1) + 0,894\beta (1,537 c_1 - 1,831 s_1)$$

$$\sigma_\theta = - 2,81\beta (1,831 c_2 - s_2) + 0,894\beta (1,537 c_2 - 1,831 s_2)$$

$$\tau_{r\theta} = - 2,81\beta (c_2 - 1,831 s_2) + 0,894\beta (1,831 c_2 - 1,537 s_2)$$

As letras *c* e *s* são notações abreviadas que significam

$$c_1 = 1 + \cos 2\theta$$

$$s_1 = 2\theta + \text{sen } 2\theta$$

$$c_2 = 1 - \cos 2\theta$$

$$s_2 = 2\theta - \text{sen } 2\theta$$

$$s_3 = \text{sen } 2\theta$$

Desta maneira as formulas supra reduzem-se ás seguintes:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= (- 3,77 c_1 + 1,18 s_1) \beta \\ \sigma_\theta &= (- 3,77 c_2 + 1,18 s_2) \beta \\ \tau_{r\theta} &= (- 1,18 c_2 + 3,77 s_2) \beta \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

O quadro VII dá os valores de  $\sigma_r: \beta$ ,  $\sigma_\theta: \beta$  e  $\tau_{r\theta}: \beta$  para as quatro radiaes consideradas. Note-se que essas tensões são independentes de  $r$  e, portanto, constantes ao longo de uma mesma radial.

QUADRO VII

Radiaes	$\theta$	$c_1$	$c_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$\sigma_r: \beta$	$\sigma_\theta: \beta$	$\tau_{r\theta}: \beta$
<i>M</i>	61°17'	0.464	1.536	2.981	1.295	0.843	+1.77	-4.27	+1.36
1	44°37'	1.004	0.996	2.556	0.556	1.000	-0.77	-3.10	+2.59
2	23°17'	1.684	0.316	1.539	0.091	0.735	-5.98	-1.09	+2.36
<i>J</i>	0°	2.000	0	0	0	0	-7.54	0	0

Dando-se agora a  $\beta$  os valores correspondentes ás quatro espessuras típicas obtêm-se os resultados constantes do quadro VIII.

QUADRO VIII

b	$\beta$	Tensões	RÁDIAES			
			M	1	2	J
0.65	1.449	$\sigma_r$	2.57	- 1.12	- 8.67	- 10.93
		$\sigma_\theta$	- 6.20	- 4.49	- 1.58	0
		$\tau_{r\theta}$	1.97	3.76	3.42	0
0.70	1.357	$\sigma_r$	2.40	- 1.05	- 8.13	- 10.25
		$\sigma_\theta$	- 5.80	- 4.21	- 1.48	0
		$\tau_{r\theta}$	1.85	3.51	3.21	0
0.76	1.263	$\sigma_r$	2.23	- 0.97	- 7.55	- 9.53
		$\sigma_\theta$	- 5.40	- 3.91	- 1.38	0
		$\tau_{r\theta}$	1.72	3.27	2.98	0
0.80	1.207	$\sigma_r$	2.14	- 0.93	- 7.22	- 9.11
		$\sigma_\theta$	- 5.16	- 3.75	- 1.32	0
		$\tau_{r\theta}$	1.64	3.13	2.85	0

### 2.º Carga $P = 18 \beta$ no vertice

Esta carga provoca somente tensões radiaes dadas pelas formulas (21). Os angulos  $\alpha$  e  $w$  são:

$$\alpha = i = 38^\circ 0' = 0.663$$

$$w = j = 23^\circ 17' = 0.406$$

$$\alpha + w = 61^\circ 17' = 1.069$$

$$\alpha - w = 14^\circ 53' = 0.257$$

Donde  $\text{sen } (\alpha + w) = 0.876$   
 $\text{cos } (\alpha + w) = 0.965$

Desses dados deduzimos os constantes  $Z_1$  e  $Z_2$  pelas formulas (22), achando  $Z_1 = 1.19$  e  $Z_2 = -1.19$ . A igualdade dos numeros é casual. Temos portanto, para  $P = 18\beta$ :

$$\sigma_r = - \frac{21,5\beta}{r} (\text{cos } \theta - \text{sen } \theta)$$

Substituindo-se  $r = \frac{y}{\text{cos } \theta}$  vem:

$$\sigma_r = - \frac{21,5\beta}{y} \text{cos } \theta (\text{cos } \theta - \text{sen } \theta) \quad (37)$$

Os valores de  $y \sigma_r : \beta$  são dados no quadro IX.

QUADRO IX

Radiaes	$\theta$	sen $\theta$	cos $\theta$	$y \sigma_r : \beta$
<i>M</i>	38°0'	0.616	0.789	- 2.94
1	21°20'	0.364	0.932	- 11.38
2	0°0'	0	1.000	- 21.50
<i>J</i>	- 23°17'	- 0.395	0.919	- 26.00

Destes resultados deduzem-se os do quadros X, que dá os valores de  $y\sigma_r$  para as quatro espessuras típicas.

QUADRO X (Valores de  $y\sigma_r$ )

<i>b</i>	$\beta$	<i>M</i>	1	2	<i>J</i>
0.65	1.449	- 4.26	- 16.50	- 31.10	- 37.70
0.70	1.357	- 3.99	- 15.47	- 29.10	- 35.20
0.76	1.263	- 3.72	- 14.40	- 27.10	- 32.80
0.80	1.207	- 3.55	- 13.75	- 25.70	- 31.40

3.º) Soma das tensões polares

Os numeros do quadro X divididos por  $y$  e somados aos do quadro VIII darão as tensões totaes em coordenadas polares.

**18. Tensões principaes.** — As tensões polares em cada ponto considerado foram convertidas em ortogonaes pelo método exposto no § 11. Essas transformações são facilitadas por duas particularidades: 1.ª) na radial vertical  $O_2$  temos  $\sigma_r = \sigma_y$ ,  $\sigma_\theta = \sigma_x$ ,  $\tau_{r\theta} = -\tau_{rx}$ . 2.ª) na radial  $OJ$  (paramento de juzante):  $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$  e  $\sigma_r$  tem a direcção principal da serie  $\sigma_{II}$ , sendo  $\sigma_I = 0$ . Nesta radial dispensa-se a transformação bastando somar  $\sigma_r$  ao  $\sigma_{II}$  obtido só com as tensões  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  calculadas segundo o quadro VI. Salvo esta excepção, as tensões polares transformadas e somadas ás obtidas com auxilio do quadro VI, deram as tensões totaes em coordenadas ortogonaes que se encontram no quadro XI. As tensões principaes  $\sigma_I$  e  $\sigma_{II}$  resultam destas ultimas e foram obtidas pela construção do circulo de Mohr. A mesma construção, como já vimos no § 1, dá a medida do angulo  $\alpha$  que a direcção de  $\sigma_I$  faz com o eixo horizontal. O quadro XI dá os valores finaes de

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \text{ e de } \sigma_I, \sigma_{II}, \alpha$$

sobre as quatro radiaes consideradas, para profundidades crescentes de quatro em quatro metros e para as espessuras constantes dos quatro tipos de contrafortes. Esse quadro contem, portanto, o resultado completo do calculo de verificação pela Teoria de Elasticidade. Os limites especificados não são atingidos em parte alguma. O ponto mais solicitado é o pé de montante á profundidade maxima. Temos af  $\sigma_I = + 22,7$ ,  $\sigma_{II} = - 271,7$  ton/m<sup>2</sup>. Calculando-se a tensão de compressão reduzida com o coeficiente de Poisson  $m = 4$  achamos:

$$\sigma_R = - 271,7 + \frac{22,7}{4} = 277,4 \text{ ton/m}^2$$

Digamos  $\sigma_R = 28$  k/cm.<sup>2</sup> tensão máxima de compressão simples equivalente á sollicitação composta no ponto mais sobrecarregado do contraforte.

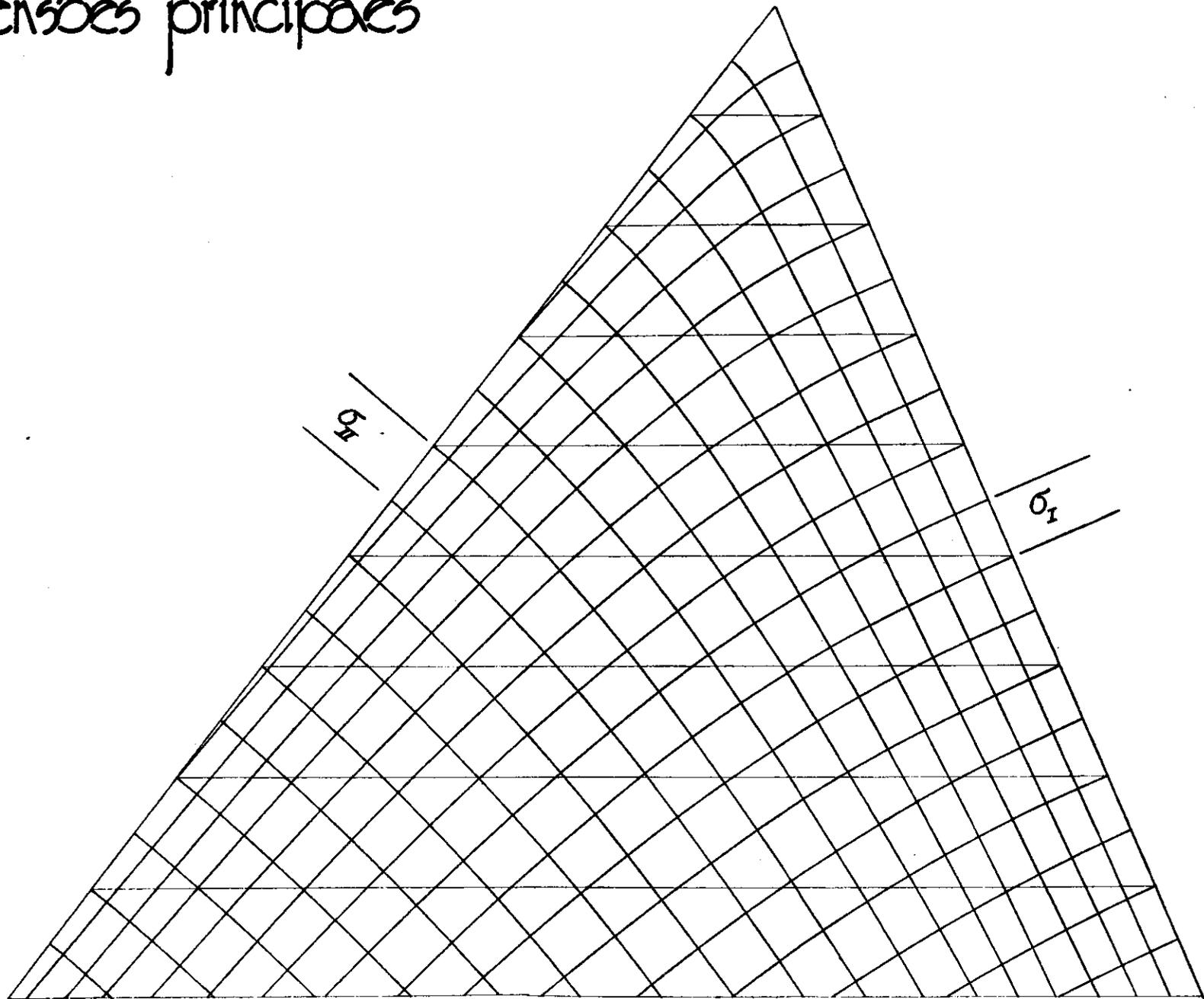
Com auxilio dos elementos do quadro XI foram traçadas as linhas isostáticas e as trajetórias das tensões principaes. Os desenhos respectivos fazem parte do projeto. (Vide pranchas VII, VIII e IX). Foram desenhadas tambem as linhas de maxima e mínima resistencia ao escorregamento. (Prancha X). O construtor aproveitará as indicações desse grafico para a melhor disposição das juntas de serviço. As bases dos contrafortes foram projetádas segundo planos ligeiramente inclinados, subindo na direcção de montante para juzante. Todavia, si fôr possivel dispôr alguma segundo a linha de máxima resistencia ao escorregamento (ou proximamente) tanto melhor, pois é essa a disposição ideal para todas as bases.

**19. Armaduras dos contrafortes.** — Teoricamente, consideradas as tensões obtidas pelo calculo, os contrafortes não necessitam de armaduras. Na realidade um leve reforço é aconselhavel e até necessario para compensar não sómente as restrições da teoria como tambem as inevitaveis imperfeições da construção. Alem dos efeitos da flambagem,

# Barragem do Pôço Preto

VII

## Trajectórias das Tensões principais



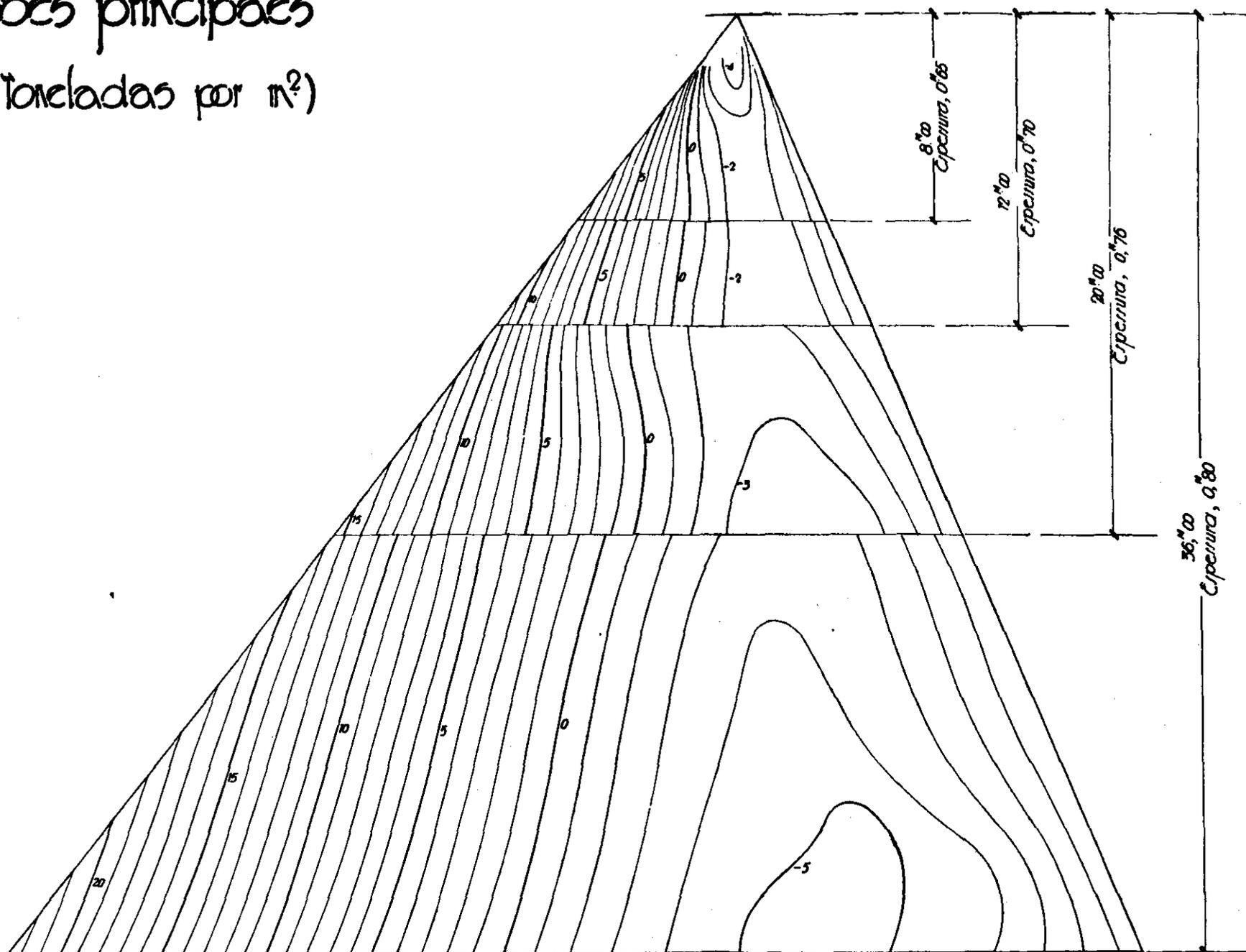
REPUBLICAÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE	
S. S. T. SÃO PAULO PROJETOS	
FOLHA VII	
SERIE	ESCALA
DATA: 24. 11. 1933	REVISOR: Heider
ENG: <i>Guarilha</i>	PROJ: 2086
CHEFE: <i>Heider</i>	4-3
DEPTOR: <i>Heider</i>	

# Barragem do Lago Preto

VIII

Linhas isostáticas  
Tensões principais

$\sigma_I$  (Toneladas por m<sup>2</sup>)



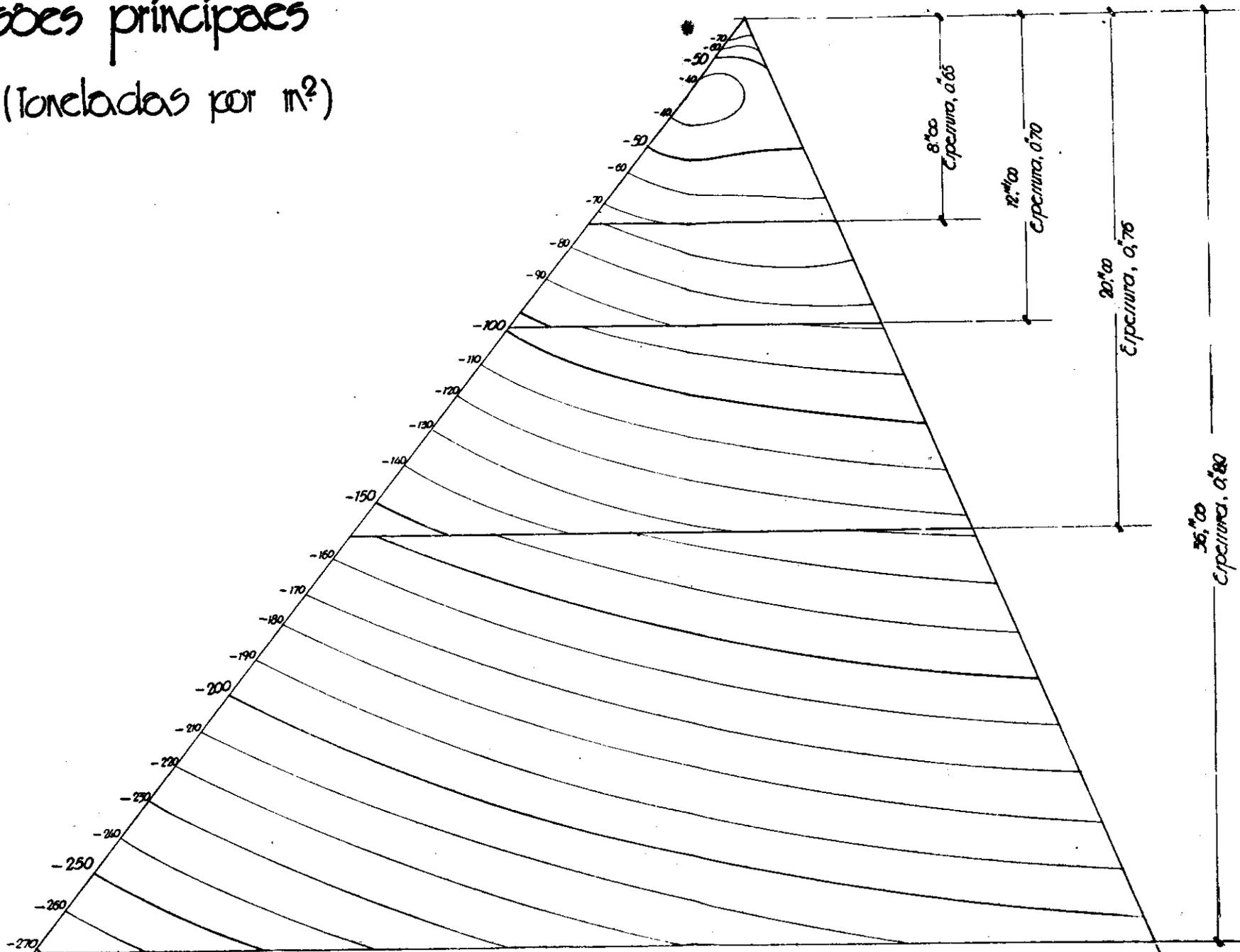
REPARTIÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE	
3 <sup>a</sup> S. T.	SÃO PAULO
PROJETOS	
FOLHA VIII	
SERIE	ESCALA
DATA: 24-2-1935	PROJETO Nº: 1000
ENF: [Signature]	2087
DIRETOR: [Signature]	

# Barragem do Poço Preto

IX

Linhas isostáticas  
Tensões principais

$\sigma_{II}$  (Toneladas por  $m^2$ )



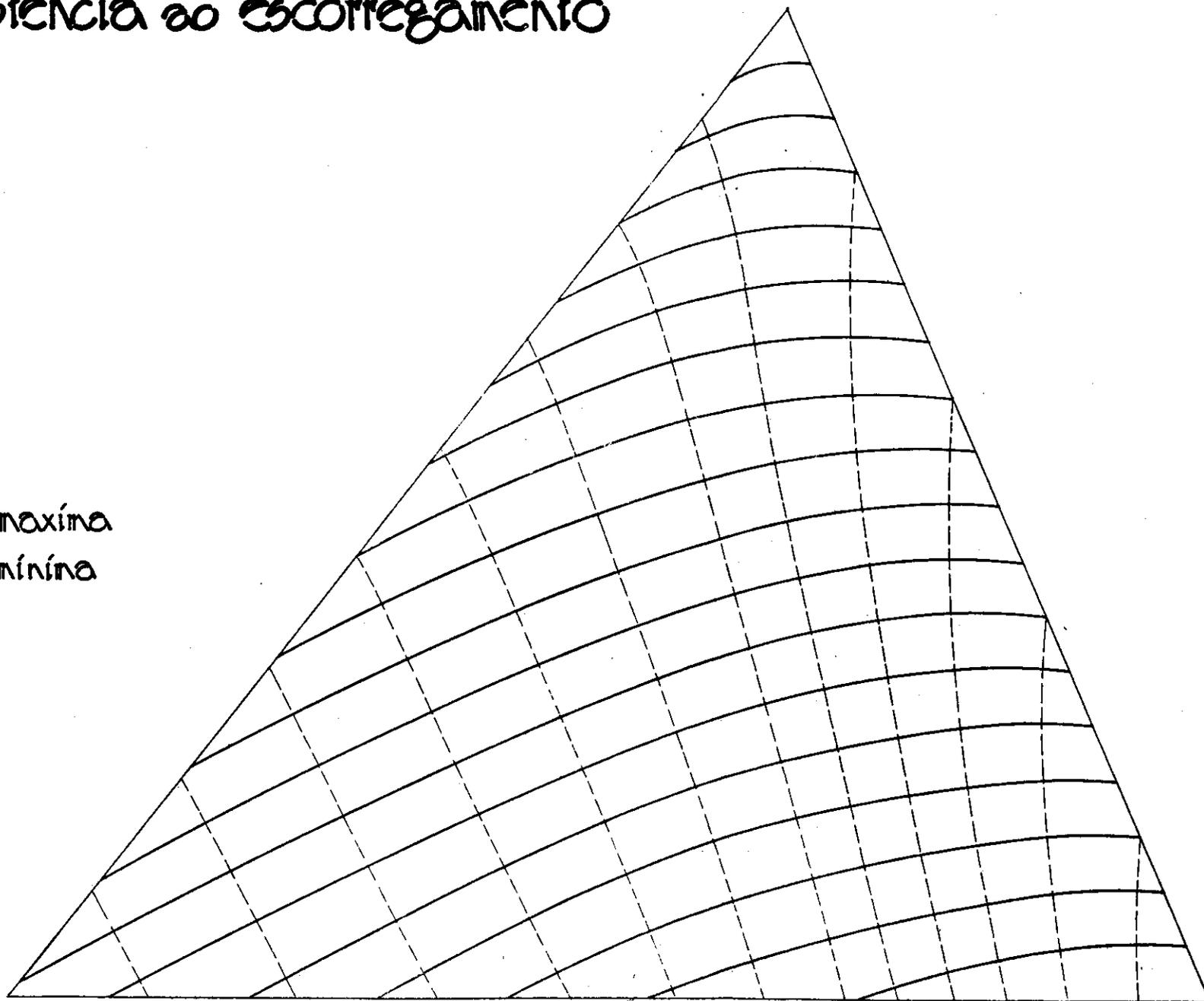
REPARTIÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE	
3ª S. T.	SÃO PAULO
PROJETOS	
FOLHA IX	
SERIE	ESCALA
DATA: 26/11/30	ESTUDO Nº: 1107
ENG: [Signature]	PROJ: [Signature]
CHEF: [Signature]	2038
DIR: [Signature]	1-3

Linhas de máxima e mínima  
resistência ao escorregamento

Barragem do Pôço Preto

(X)

— máxima  
- - - - - mínima



REPARTIÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE 3º S. T. SÃO PAULO		PROJETOS
FOLHA X		
SEPIE	ESCALA	
DATA: 24-11-39	PROJETO: 11000	
ENGR: [assinatura]	PROJ: [assinatura]	2089
CHEFE: [assinatura]		A. 3

# QUADRO XI

ESPESSURA $\delta$ mm	PROFUNDIDADE $y$ mm	TENSÕES $\text{ton/mm}^2$	RADIAES			
			M	1	2	J <sup>(1)</sup>
0.65	4	$\sigma_x$	-20.6	-16.2	-10.9	-3.8
		$\sigma_y$	-15.9	-22.9	-34.4	-20.8
		$\tau_{xy}$	-23.6	-16.5	-16.1	-8.9
		$\sigma_x$	+ 5.5	- 0.6	- 2.7	0
		$\sigma_y$	-42.0	-38.5	-42.7	-44.8
		$\alpha^\circ$	48°0'	40°0'	27°0'	25°17'
0.65	8	$\sigma_x$	-38.4	-30.2	-20.2	-7.7
		$\sigma_y$	-28.5	-36.5	-48.3	-41.5
		$\tau_{xy}$	-43.3	-36.3	-28.7	-17.9
		$\sigma_x$	+ 9.8	+ 2.0	- 2.2	0
		$\sigma_y$	-77.5	-68.8	-68.1	-65.0
		$\alpha^\circ$	48°30'	42°30'	32°0'	25°17'
0.70	8	$\sigma_x$	-37.2	-28.6	-19.1	-7.3
		$\sigma_y$	-28.9	-34.7	-45.9	-39.7
		$\tau_{xy}$	-40.1	-33.0	-27.1	-17.1
		$\sigma_x$	+ 8.7	+ 1.6	- 2.3	0
		$\sigma_y$	-72.5	-64.8	-60.4	-61.8
		$\alpha^\circ$	48°30'	42°30'	31°50'	25°17'
0.70	12	$\sigma_x$	-53.2	-41.9	-27.9	-11.0
		$\sigma_y$	-38.8	-48.6	-61.7	-59.5
		$\tau_{xy}$	-58.4	-48.1	-38.9	-25.6
		$\sigma_x$	+12.0	+ 3.0	- 2.3	0
		$\sigma_y$	-105.8	-93.4	-84.6	-83.7
		$\alpha^\circ$	48°45'	43°0'	33°15'	25°17'
0.76	12	$\sigma_x$	-51.8	-38.2	-26.2	-10.4
		$\sigma_y$	-36.4	-46.1	-58.4	-56.3
		$\tau_{xy}$	-53.8	-44.6	-36.4	-24.3
		$\sigma_x$	+10.5	+ 2.3	- 2.8	0
		$\sigma_y$	-98.3	-87.2	-82.3	-79.4
		$\alpha^\circ$	49°0'	42°45'	33°0'	25°17'
0.76	16	$\sigma_x$	-68.6	-51.8	-34.5	-13.9
		$\sigma_y$	-48.0	-59.6	-74.1	-75.4
		$\tau_{xy}$	-70.4	-58.6	-47.3	-32.4
		$\sigma_x$	+13.3	+ 2.3	- 2.8	0
		$\sigma_y$	-129.3	-114.3	-103.7	-101.0
		$\alpha^\circ$	49°15'	43°0'	33°40'	25°17'
0.76	20	$\sigma_x$	-85.6	-64.5	-42.8	-17.4
		$\sigma_y$	-59.4	-73.3	-89.9	-94.3
		$\tau_{xy}$	-87.0	-72.4	-58.6	-48.3
		$\sigma_x$	+15.5	+ 3.9	- 3.0	0
		$\sigma_y$	-160.6	-141.3	-129.5	-123.0
		$\alpha^\circ$	49°20'	43°20'	34°0'	25°17'
0.80	20	$\sigma_x$	-82.3	-62.0	-41.2	-16.9
		$\sigma_y$	-57.5	-70.9	-87.0	-91.4
		$\tau_{xy}$	-82.6	-69.1	-56.2	-48.3
		$\sigma_x$	+13.8	+ 2.9	- 3.5	0
		$\sigma_y$	-153.2	-135.5	-124.7	-119.0
		$\alpha^\circ$	49°15'	43°5'	34°0'	25°17'
0.80	24	$\sigma_x$	-98.6	-74.2	-49.2	-20.3
		$\sigma_y$	-69.5	-84.1	-102.5	-109.7
		$\tau_{xy}$	-98.4	-82.3	-66.9	-47.2
		$\sigma_x$	+16.7	+ 2.8	- 3.7	0
		$\sigma_y$	-183.7	-161.3	-147.7	-140.4
		$\alpha^\circ$	49°15'	43°15'	34°15'	25°17'
0.80	28	$\sigma_x$	-114.9	-86.3	-57.1	-23.6
		$\sigma_y$	-79.5	-97.4	-118.0	-128.0
		$\tau_{xy}$	-114.1	-95.5	-77.6	-53.0
		$\sigma_x$	+18.4	+ 4.4	- 3.8	0
		$\sigma_y$	-212.8	-187.0	-170.3	-161.7
		$\alpha^\circ$	49°30'	43°20'	34°15'	25°17'
0.80	32	$\sigma_x$	-131.2	-98.4	-65.1	-27.0
		$\sigma_y$	-90.6	-110.8	-133.7	-146.3
		$\tau_{xy}$	-129.9	-108.8	-88.3	-62.9
		$\sigma_x$	+20.7	+ 4.5	- 4.2	0
		$\sigma_y$	-242.7	-213.7	-194.0	-183.4
		$\alpha^\circ$	49°30'	43°20'	34°20'	25°17'
0.80	36	$\sigma_x$	-147.5	-110.4	-73.1	-30.4
		$\sigma_y$	-101.6	-124.0	-149.3	-164.6
		$\tau_{xy}$	-143.6	-122.0	-98.9	-70.8
		$\sigma_x$	+22.7	+ 5.6	- 5.3	0
		$\sigma_y$	-271.7	-238.8	-217.0	-205.0
		$\alpha^\circ$	49°30'	43°20'	34°30'	25°17'

(1) NESTA RADIAL  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ , NÃO SE COMPOEM COM  $\sigma_x$   
 $\sigma_x$  É PARTE DE  $\sigma_x$

que não podem ser calculados, além da discordancia entre as hipóteses e a realidade, é preciso contar com a possibilidade de pequenos desvios do prumo, ligeiras curvaturas das superficies lateraes, defeitos eventuaes do concreto e da concretagem, etc. Deve-se portanto recorrer ao reforço por armadura de ferro como medida preventiva de modo que, além de melhor amarração geral, se proporcione aos contrafortes consideravel resistencia á flexão lateral.

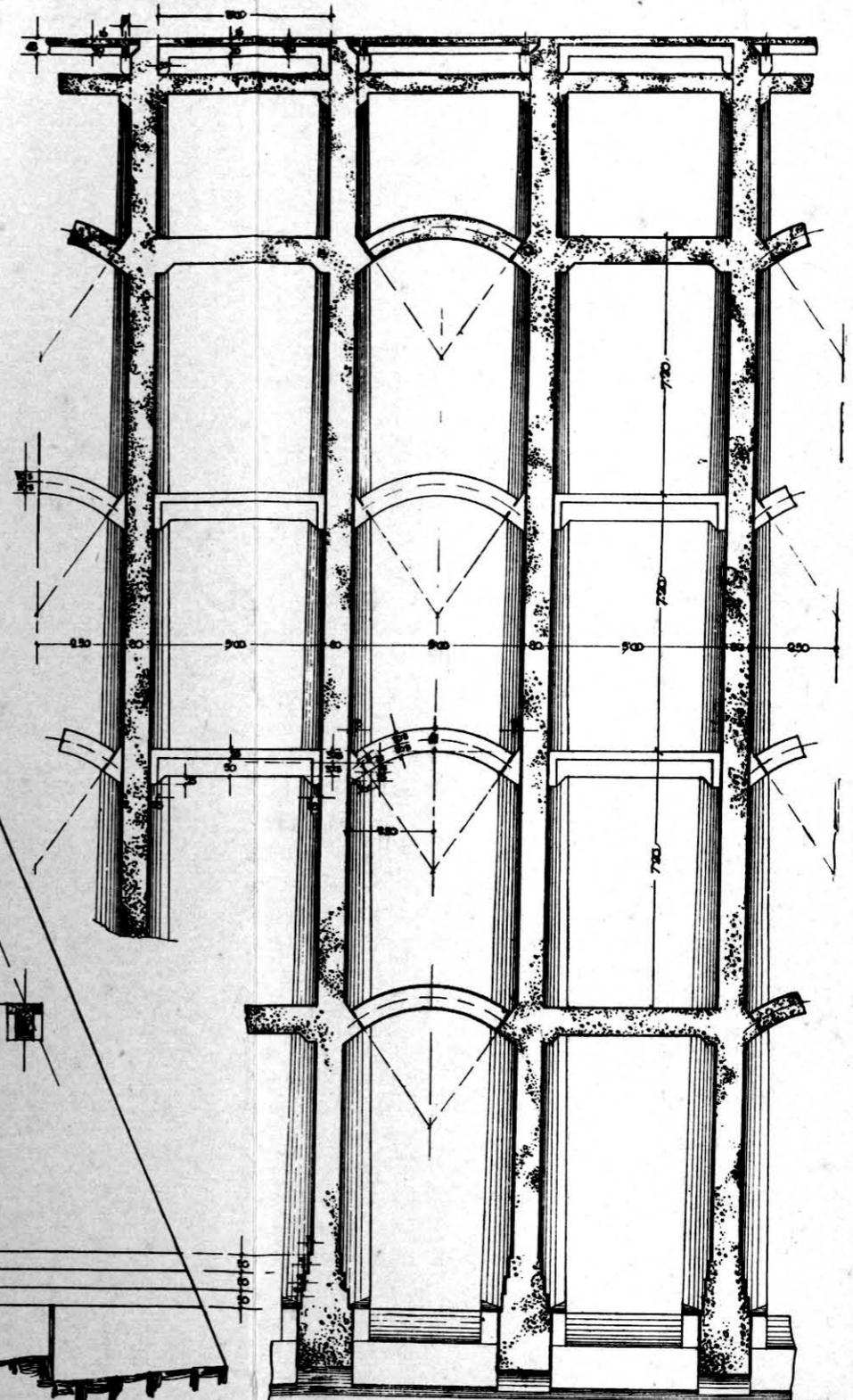
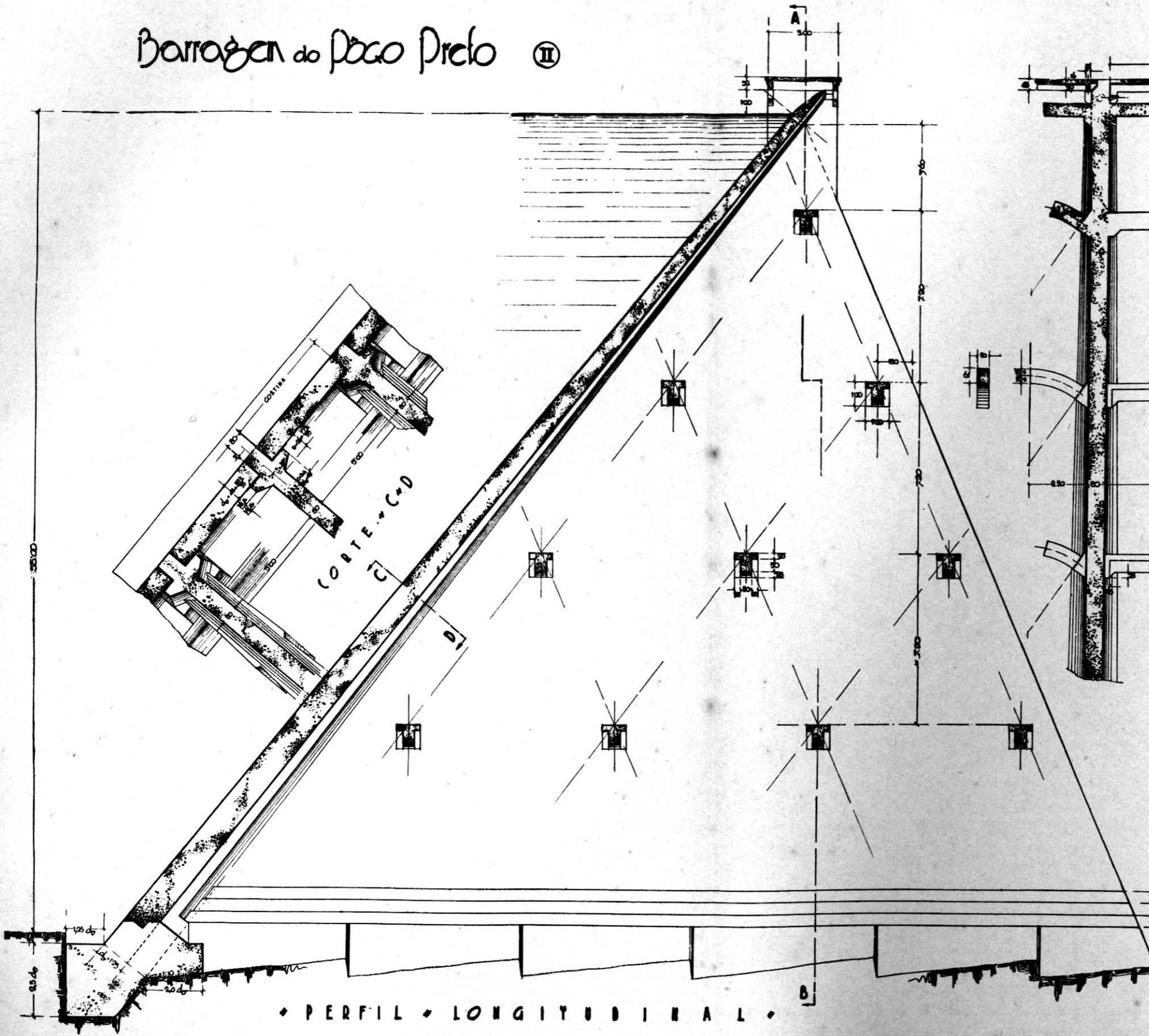
As armaduras do projéto são duplas rêdes colocadas junto ás duas faces lateraes dos contrafortes. As duas series de barras que formam as malhas são paralelas aos dois taludes de modo que se ajustam quanto possivel ás direcções principaes predominantes. Nos dois sentidos o espaçamento das barras é o mesmo, de 25 cm. aproximadamente. Os diametros foram calculados para as barras resistirem aos esforços totaes de tração, onde existam. Variam desde 3/4" junto ao pé de montante á profundidade maxima até 1/4" suficiente na maior parte da estructura.

As barras solicitadas á tração, onde o mostram as linhas isostaticas, deverão ser ancorados na rocha. Além das malhas que acabamos de descrever os contrafortes terão armaduras de maior diametro, nas mesmas direcções das malhas, destinadas a transmitir ás traves do contraventamento as flexões lateraes em qualquer plano ou, vice-versa, a recebê-las. A quantidade total de ferro empregado nos contrafortes dá uma media de apenas 23 kilos por metro cubico de concreto.

20. **Contraventamento.** — Todos os autores que tratam do assunto recomendam enfaticamente que os contrafortes sejam reforçados por um robusto contraventamento. Estamos de acordo. Não ha quem não esteja. Todavia, quando queremos saber o *como* e o *quanto* do travessamento lateral, nenhum deles nos favorece com um parecer mais preciso. Ladeiam a questão e citam exemplos ilustrados por desenhos de projetos construidos com pleno sucesso. Mas, si observamos e comparamos esses desenhos, a nossa perplexidade aumenta em vez de diminuir porque os sistemas empregados variam de uns para outros sem conta nem medida e de tal forma que nos sentimos incapazes de discernir um criterio dominante qualquer que tenha orientado os diversos projetos ilustrativos.

É melhor ser franco e confessar lisamente que não sabemos nada sobre o caso, pelo menos até esta data. E o caso é desses que se resolvem, sem sombra de falsa ciencia, pelo mais grosseiro empirismo. O sistema por nós adotado, sem a pretensão de termos feito melhor nem peor do que os outros, é bastante simples. (Vide pranchas II e IV) Os contrafortes de igual espessura sucedem-se aos pares. Os dois contrafortes de cada par são rigidamente amarrados um ao outro por traves engastadas nas extremidades, as quaes atravessam os contrafortes prolongando-se do lado oposto em consolos. Entre dois pares rigidamente ligados, as traves engastadas são substituidas por arcos cujas extremidades se apoiam sobre esses consolos por articulações.

# Barragem do Lago Preto ②

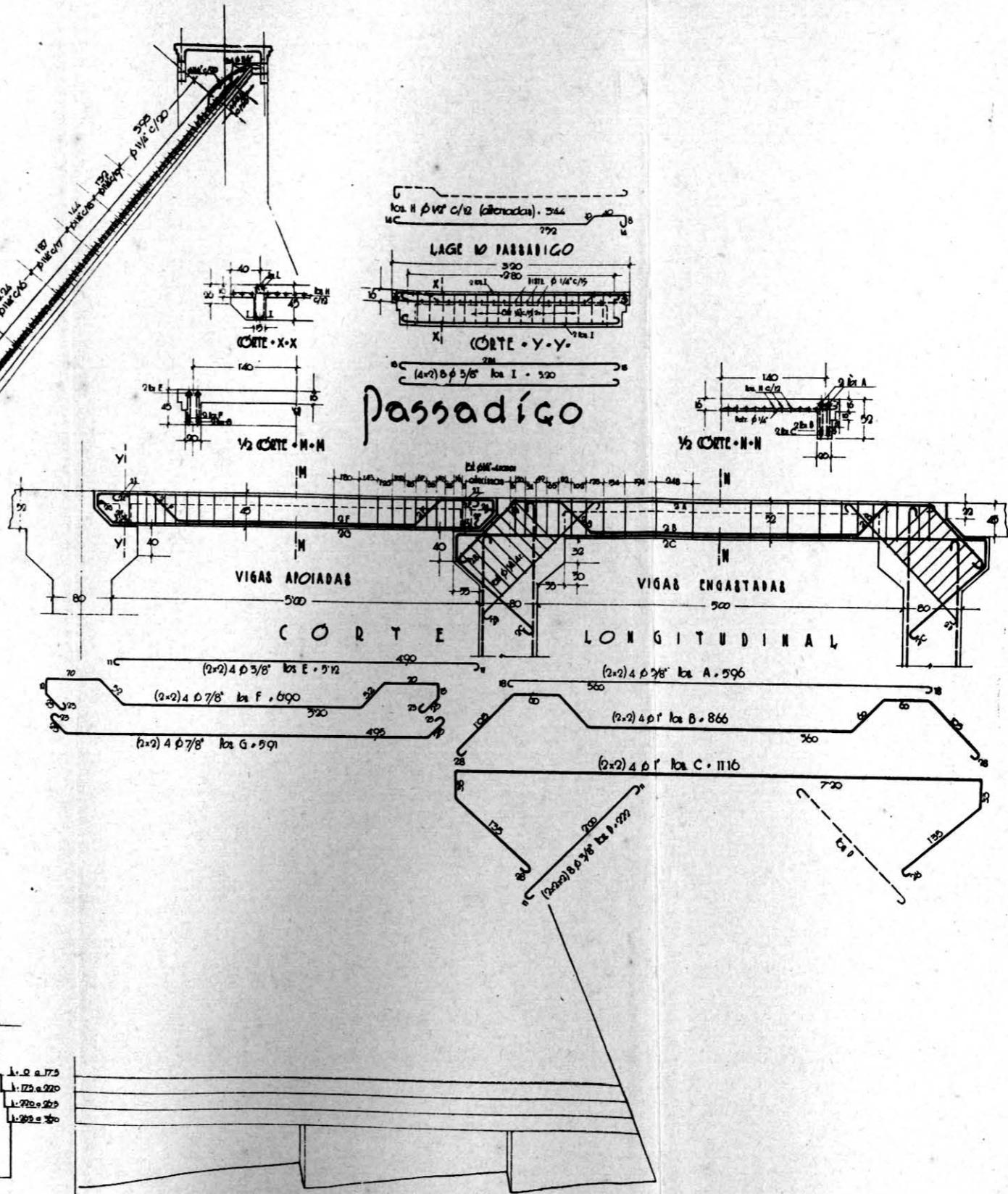
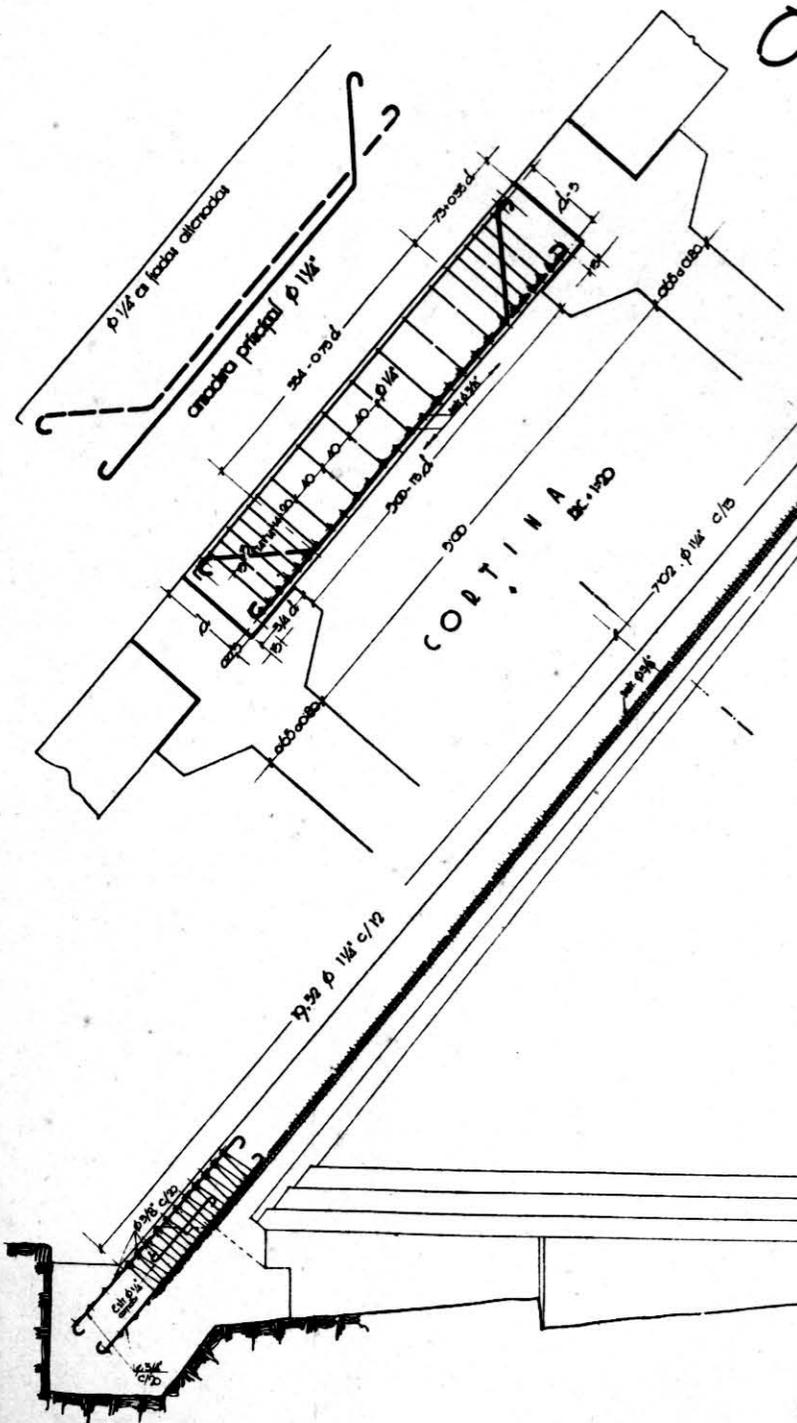


DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE  
SÃO PAULO  
Folha 2  
Proj. 1000  
Escala 1:1000  
Data 1951  
Des. [Signature]  
Aprov. [Signature]

# Barragem do Lago Preto

III

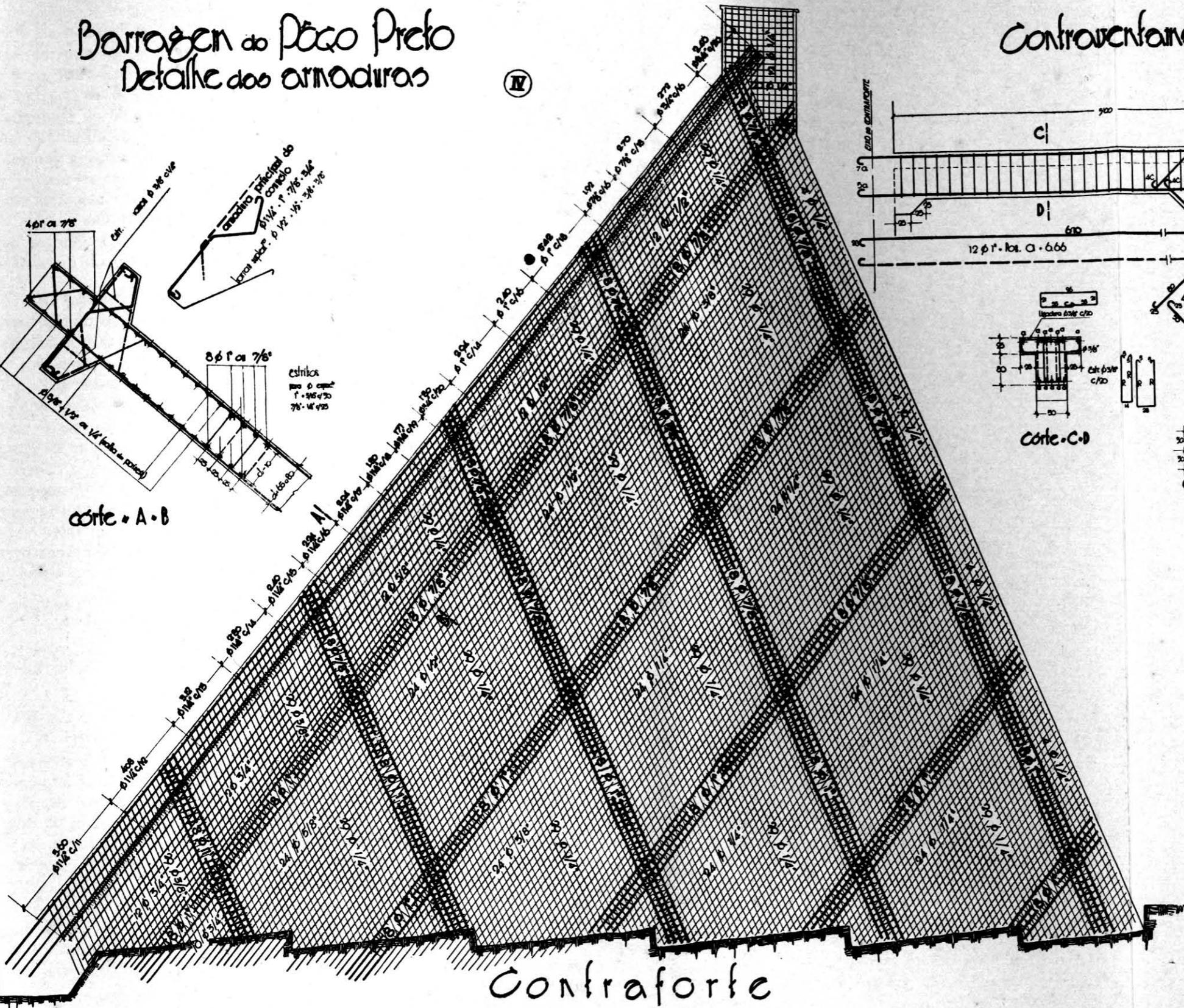
Cortina



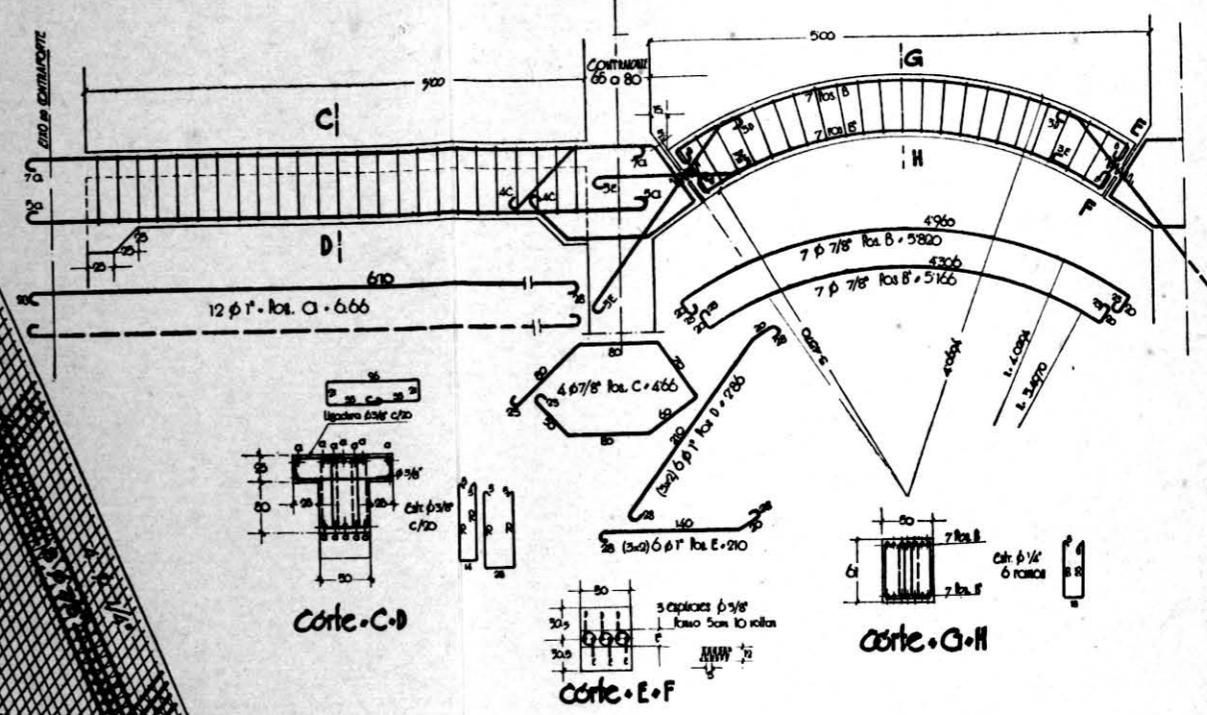
REPARTIÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE  
SÃO PAULO  
PROJETOS  
Folha 2  
ESCALA  
PROJ. ENG. JOSÉ CARLOS DE MOURA  
DIR. GEN. JOSÉ CARLOS DE MOURA  
1928

# Barragem do Pão Preto

## Detalhe das armaduras



## Contraventamento



Corte A-B

Corte C-D

Corte E-F

Corte G-H

## Contraforte

Traves e arcos acham-se dispostos em linhas paralelas aos taludes, sobre os nós de uma dupla rede de grandes malhas que é, por assim dizer, o suporte das descritas no paragrafo precedente.

As linhas horizontaes de contraventamento distam 7.20 mts uma da outra. Traves e arcos foram calculados para resistir a uma carga distribuida de 60 ton. em cada elemento. Poderão portanto ser utilizados, depois do sazonalamento regulamentar, como suportes dos andaimes e formas necessarios para a construção da cortina.

Além da carga supra-dita, foi considerado no calculo dos arcos de duas articulações o efeito de uma variação de temperatura de  $\pm 15^{\circ}C$ .

As armaduras das traves engastadas foram dispostas de modo que se obteve uma grande resistencia á flexão não só no plano vertical como no horizontal tambem e, portanto, em todas as direções.

**21. Sapatas de Fundação.** — Nas especificações de estabilidade ficou determinado que onde se tenha  $\sigma_H > 15 \text{ k/cm}^2$ . os contrafortes terão sapatas de largura suficiente para reduzir a pressão sobre o solo ao limite permíssivel.

Nos desenhos do projéto vemos o modo prático pelo qual foi satisfeita essa norma. (Vide prancha III)

O alargamento das sapatas dá-se por degraus de 0.10 de largura por 0.50 m. de altura. Desta maneira a flexão da parte em balanço provoca tensões do concreto sempre abaixo de  $2 \text{ k/cm}^2$ ., tração ou compressão, o que permite dispensar-se qualquer reforço de ferro. Até uma profundidade de 17.50 m. nenhum alargamento da base é necessário. Daí para baixo, conforme as indicações do desenho, vaé-se acrescentando um ou mais degraus de sapata de cada lado até o máximo de quatro degraus á profundidade maxima  $y = 96 \text{ m}$ ,  $h = 35 \text{ m}$ .

## PARTE III

### Orgãos Complementares

**1. Flancos da Barragem.**—Como foi exposto na Parte I, a superficie da rocha não se levanta nas ombreiras até o nivel maximo de represamento. Em ambas fica 8 a 9 metros mais baixo. Para se obter a perfeita vedação dos flancos, os contrafortes extremos prolongam-se 20 a 30 metros dentro das encostas sob forma de massiços cuja secção transversal, começando igual ao perfil dos contrafortes, passa gradativamente á forma retangular das pilastras que suportam o coroamento. Desta maneira os contrafortes extremos se transformam em muros de vedação (*core walls*) de pequenas represas de terra que, encravando-se nas encostas, prolongam a barragem de concreto armado sem solução de continuidade.

Os massiços dos flancos, tambem chamados "alas", recebem as lages extremas da cortina diretamente e não mais por intermédio de

consolos. Esses massiços devem ficar completamente enterrados. O reenchimento das cavas deve obedecer á técnica da construção de represas de terra, no que se applique ao caso. Especial cuidado é necessário na escolha e manipulação do material empregado no reenchimento da parte de montante que deve ser composto de argila impermeavel e colocado em camadas muito bem comprimidas.

2. Tomada d'agua. — Entre dois contrafortes, mais ou menos na situação do leito atual do Rio Claro, a parte inferior da cortina e consolos é substituída por um bloco de concreto que serve ao mesmo tempo de suporte e de proteção ao tubo de ferro fundido da tomada d'agua, de 1,25 de diametro. (Vide prancha V). A entrada, na cóta 842 aproximadamente será protegida por um aparelho de crivo e grade. E' digno de consideração o dispositivo articulado e flutuante, o qual poderá ser facilmente adaptado ao projéto com a vantagem de se recolher a agua sempre a pouca distancia da superfície. Sobre o bloco da tomada, logo à saída da barragem, o tubo de 1.25 tem um registro geral. Fóra do intervalo entre contrafortes o tubo de tomada ramifica-se em tres, de 0.80 de diametro, que serão postos em funcionamento sucessivo até se completarem as tres etapas previstas no projeto de adução do Rio Claro.

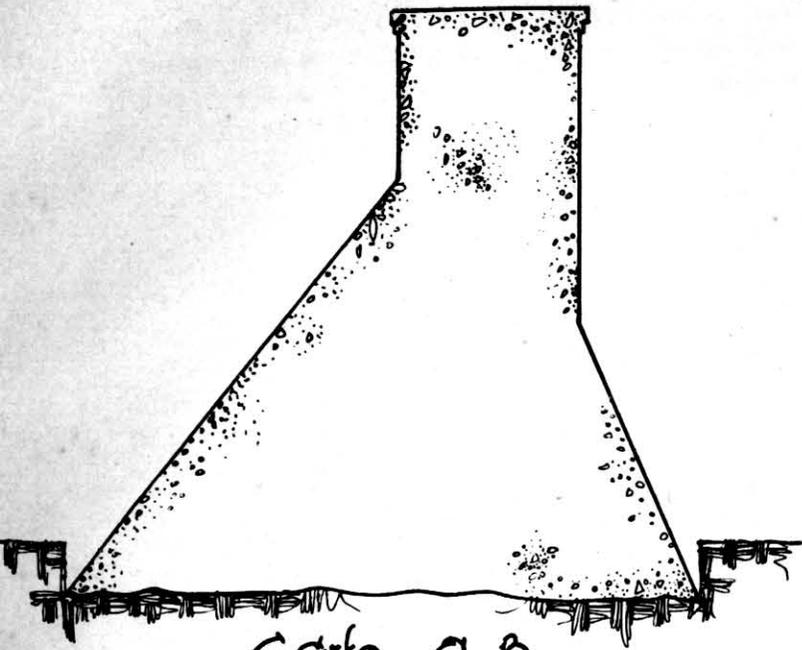
Em consequencia da forte oscilação do nivel d'agua do açude, o escoamento pelos tubos de tomada se fará com grande excesso de pressão quando o lago estiver cheio. Por esse motivo, entre os tubos de tomada e o aqueduto será intercalada uma caixa de testa destinada a quebrar o excesso de carga e, ao mesmo tempo, dar saída ás sobras atravez de um vertedor, donde serão encaminhadas por canal empedrado até o leito do rio. Os tubos de 0.80 terão cada um sua entrada independente na caixa. Cada uma das tres entradas será munida de seu registro (ou comporta) e seu competente regulador de vasão. E' preferivel que os reguladores sejam de ação diréta, isto é, acionados automaticamente pela própria pressão hidrostática disponivel no açude.

3. Descarga e ladrão. — O dispositivo acima descrito permite descarregar parte do volume do açude pelo aqueduto e pelo vertedor da caixa de testa. Todavia sua capacidade é limitada. Para esvasiar grandes caudaes funcionará o tunel lateral de descarga, projetado pela S. R. C. Esse tunel, de 2.50 de diametro, todo excavado na rocha, será concluído antes do inicio das obras da barragem, para se obter o desvio das aguas do Rio Claro que para af serão encaminhadas por meio de duas pequenas represas de terra provisórias. Um poço aparelhado com comporta, emergindo fóra da area inundavel, permitirá regular a descarga de modo conveniente, podendo-se por esse meio impedir a sobrelevação do nivel d'agua acima do maximo prefixado. Embora seja mínima ou nenhuma a probabilidade de que tal suceda, haverá todavia outro orgam para impedir com absoluta segurança a submersão da barragem, em caso de emergencia. Esse orgão é o ladrão ou sangradouro, instalado sob a forma de vertedor de concreto na garganta

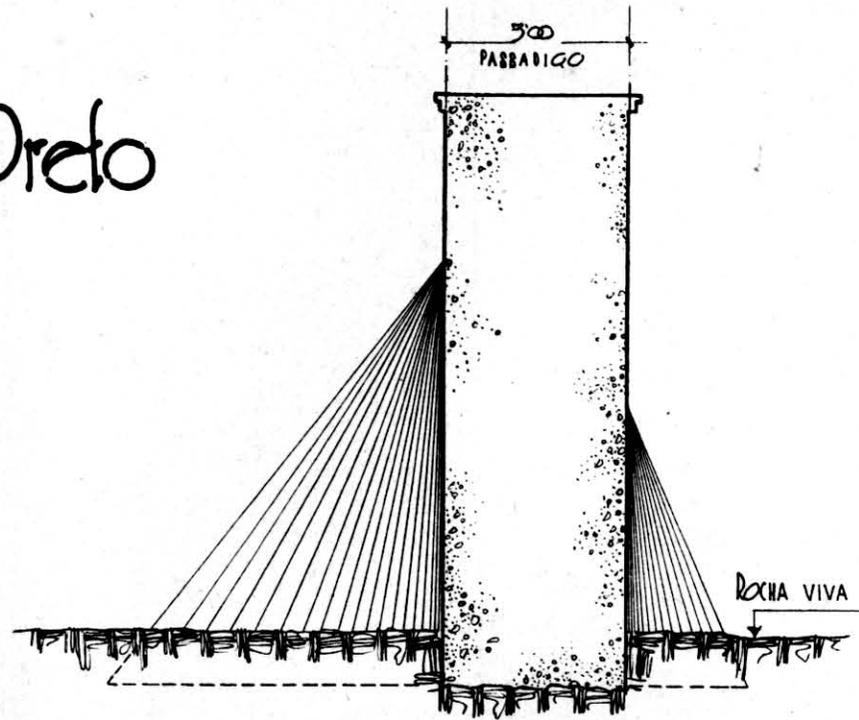
# Barragem do Póço Preto

## Alas

VI

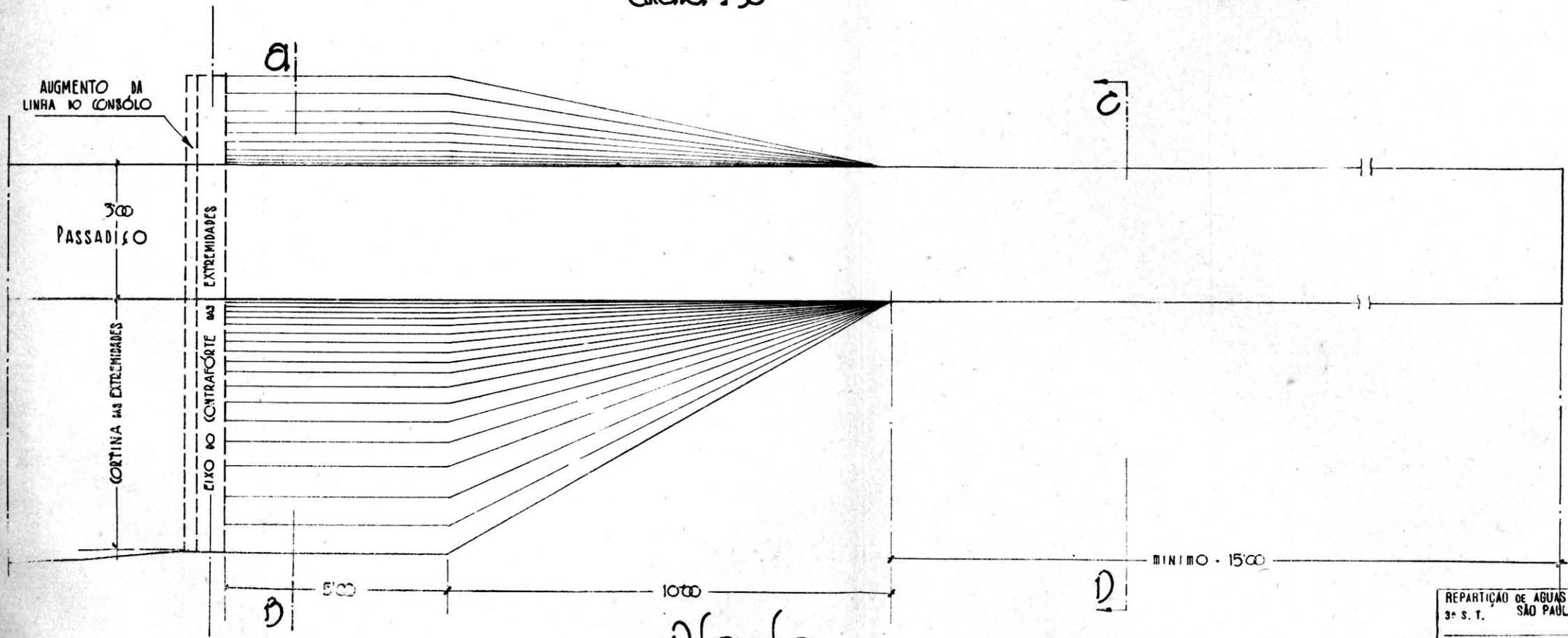


Corte a-b



Corte c-d

Escala: 1:50



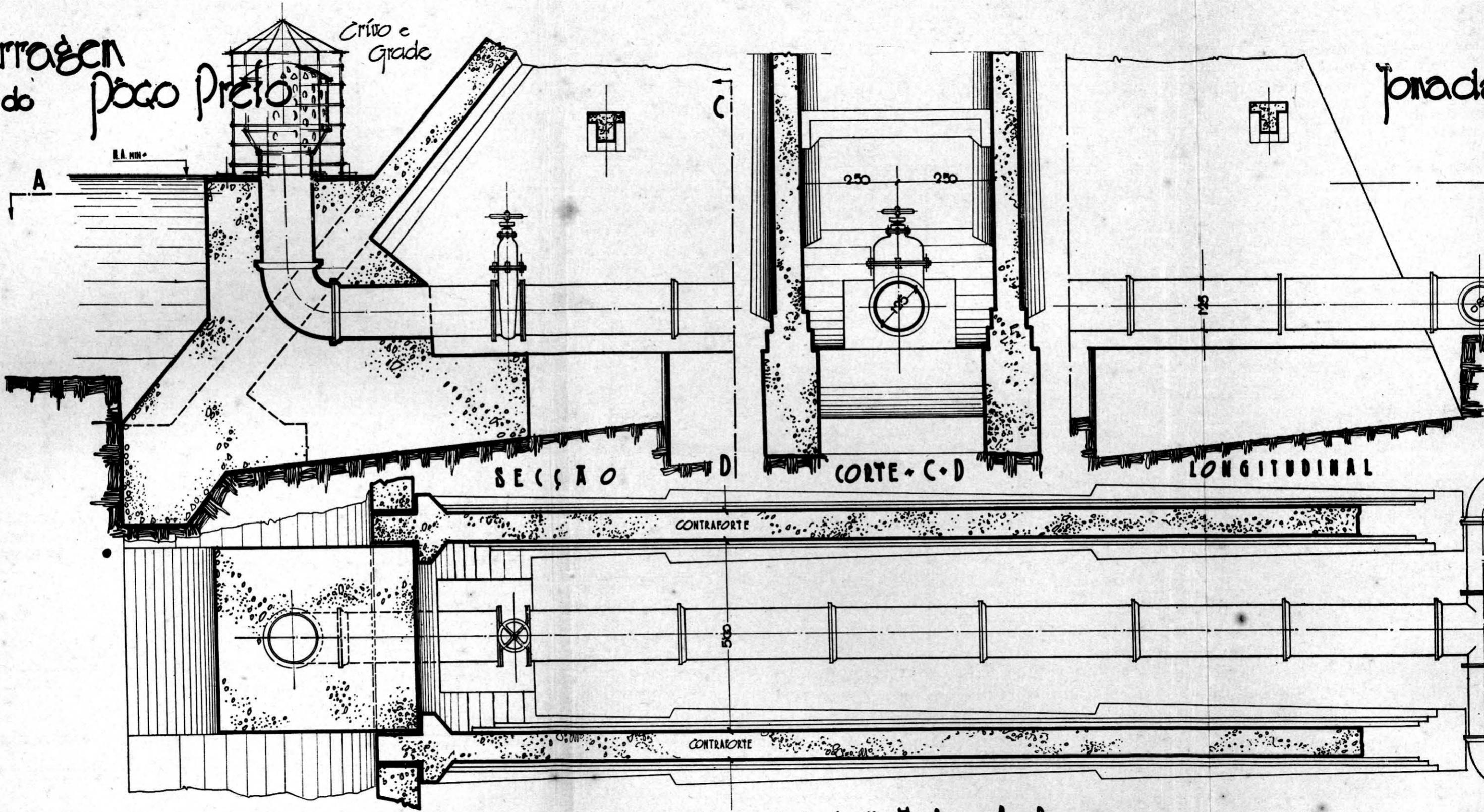
planta

REPARTIÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE	
3º S. T.	SÃO PAULO PROJETOS
FOLHA VI	
SERIE	ESCALA
DATA: 26.05.1928	PROJETO: R. de S. T.
ENGE: <i>Guilherme</i>	2087
CHEF: <i>Haroldo</i>	4.3

# Barragem do Póço Preto

Crivo e Grade

(V)



Jonada

SEÇÃO

CORTE C-D

LONGITUDINAL

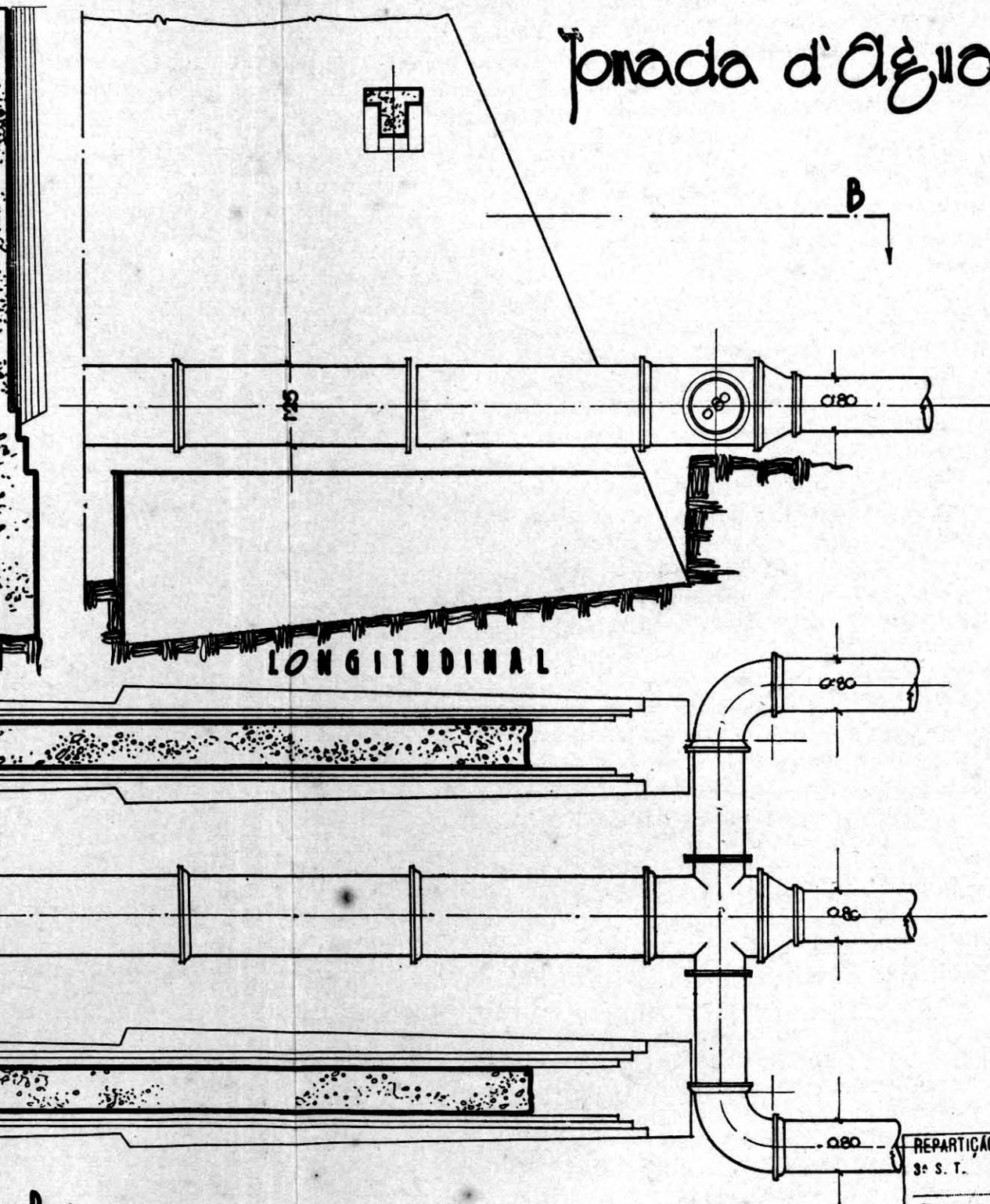
CONTRAFORTE

CONTRAFORTE

PLANTA A-B

ESCALA 1:25

# Jornada d'água



• B •

REPARTIÇÃO DE ÁGUAS E ESGOTOS DE  
3º S. T. SÃO PAULO PROJETOS

Folha V	
SERIE	ESCALA
DATA: 24/1 - 1958	DESENHADO POR: H. C. C.
ENF: <i>[Signature]</i>	CAPADO POR: 2082
CHEFE: <i>[Signature]</i>	1-3
DIRETOR: <i>[Signature]</i>	

do córrego da Crista. Por aí será lançado na vertente marítima qualquer excesso do volume que por outro modo não encontre saída para fóra do açude. Pode-se afirmar entretanto que esse caso será rarissimo e excepcional.

## PARTE IV

### Medições — Conclusão

Os quadros anexos demonstram as quantidades de material medidas segundo os desenhos do projéto. Natural será que as medições finais da construção acusem resultados um tanto diverso porquanto o conhecimento completo da superfície da rocha, do qual tudo depende, só se obterá depois de abertas as excavações. Todavia uma avaliação prévia tão aproximada quanto possível é de grande utilidade para a organização antecipada da construção e, principalmente, para se poderem comparar as diversas soluções estudadas, quanto ao custo final da obra.

Tres são os projétoes ou ante-projétoes até agora estudados: Barragem massiça de concreto simples, pelos engenheiros Nadruz e Ceruti — Barragem de concreto armado em arcadas, pela Companhia Construtora Nacional — e Barragem tipo Ambursen, que é o presente.

O quadro seguinte resume os resultados das medições dos tres projétoes.

Tipos da Barragem	Excavação m <sup>3</sup>			Concreto m <sup>3</sup>	Ferro ton.
	Terra	Rocha Decomposta	Rocha Viva		
Massiça	133 059	78 175	35 766	87 600	—
Arcadas	41 946	52 687	4 767	31 881	não medido
Ambursen	160 258	94 172	6 150	39 780	1 516

Antes de comparar esses resultados é indispensavel fazermos alguns comentários e observações porque as tres medições não obedeceram a um só criterio e não foram feitas em igualdade de condições.

Assim, quanto ás excavações, nota-se que a barragem massiça e a do tipo Ambursen dão totais aproximadamente iguais: a primeira 247 000 e a segunda 250 580 m<sup>3</sup>. Entretanto variam muito de uma para outra as parcelas referentes á qualidade do material, terra, rocha decomposta, rocha viva. A divergencia é devida aos diferentes modos de interpretar os resultados das sondagens por criterios pessoais diferentes.

A barragem em arcadas dá entretanto um total muito diverso e muito menor, 99 300 m<sup>3</sup>. para as excavações. A razão é que a Com-

panhia autora do ante projéto considerou desnecessária uma excavação completa nos vãos entre contrafortes. Admitiu que o espaçamento de 15 metros era bastante grande para permitir a permanência da rocha decomposta e terra em blocos de 10 metros de largura, nos intervalos. As paredes lateraes de taes blocos seriam verticaes. Somos de opinião que esse sistema de excavação se baseia numa confiança exagerada na consistência e na continuidade da rocha decomposta.

Este material, a nosso vêr, encontra-se em fragmentos, de mistura com terra, e difficilmente poderá manter-se estavel em cortes verticaes.

Portanto, feitos os taludes necessários nas paredes lateraes, os blócos entre cantrafortes terão que desaparecer praticamente por completo. Então o volume total excavado não será inferior ao dos outros dois projetos. Em igualdade de condições o volume de excavações será quasi o mesmo nos tres casos em apreço, variando pouco em torno de 250 000 m<sup>3</sup>., um pouco menos para a barragem massiça, um pouco mais para a barragem em arcadas, na razão dos comprimentos das bases.

Quanto ao volume de concreto, cumpre observar que os projéto da barragem massiça e Ambursen abrangem a mesma extensão do vále, 350 metros, mais uns 60 m. de alas, ao passo que o projéto em arcadas só considera 300 mts. de barragem sem alas. Alem disso o projéto do tipo Ambursen prevê uma altura máxima de 35 metros da rocha ao nivel d'agua, quando os dois outros admitem só 33.50 m.

No projéto massiço primitivo a altura máxima estudada não ia alem de 28 metros. Na medição, o perfil foi prolongado verticalmente até 33.50, quando o prolongamento deveria seguir a inclinação do talude de juzante.

Superpondo-se os perfis longitudinaes dos tipos em arcadas e Ambursen nota-se que as alturas do primeiro são em regra geral um a dois metros menores do que no segundo. Corrigindo-se essas discrepâncias e reduzindo-se as medições a condições iguaes, a comparação dos tres projetos dá resultado francamente favoravel ao tipo Ambursen.

Comparando-se primeiramente os dois projéto de barragem de elementos múltiplos, considerámos para ambos a mesma extensão do tipo em arcadas com as alturas do tipo Ambursen. Nestas condições o volume total de concreto será nos dois casos:

Arcadas .....	33 400 metros cúbicos,
Ambursen .....	32 900     »     »

A quantidade de ferro não foi medida no projeto em arcadas. Entretanto não será inferior á do tipo Ambursen. De fato os contrafortes do primeiro acusam tensões de tração de 6,6 k/cm<sup>2</sup>. ao passo que as de nosso projeto não vão alem de 2,2. Resulta que as armaduras no projeto em arcadas (que não foram determinadas) deveriam ser em cada contraforte o triplo das correspondentes no tipo Ambursen, portanto cerca de 500 ton, só nestas peças de estrutura, levando-se em

(A)

EXCAVAÇÃO BARRAGEM DO POÇO PRETO

Nº	TERRA			ROCHA BLOCADA			ROCHA VIVA		
	AREA m²	PROFUND. m	VOLUME m³	AREA m²	PROFUND. m	VOLUME m³	AREA m²	PROFUND. m	VOLUME m³
1	102.4	5.70	583.328	36.4	5.70	207.288	14.0	0.90	12.600
2	125.2	5.70	713.924	34.8	5.70	198.360	12.0	0.90	10.800
3	148.4	5.70	843.228	33.6	5.70	191.520	12.0	0.90	10.800
4	152.4	5.70	849.108	31.8	5.70	181.260	10.8	0.90	9.720
5	143.6	5.70	818.916	30.6	5.70	174.420	10.8	0.90	9.720
6	161.6	5.70	923.520	29.4	5.70	168.180	10.8	0.90	9.720
7	178.4	5.70	1018.224	28.2	5.70	161.340	10.8	0.90	9.720
8	198.6	5.70	1130.220	27.0	5.70	154.500	10.8	0.90	9.720
9	202.0	5.70	1151.400	25.8	5.70	147.660	10.8	0.90	9.720
10	214.4	5.70	1231.680	24.6	5.70	140.820	10.8	0.90	9.720
11	224.4	5.70	1278.480	23.4	5.70	133.980	10.8	0.90	9.720
12	232.4	5.70	1331.880	22.2	5.70	127.140	10.8	0.90	9.720
13	236.0	5.70	1356.240	21.0	5.70	120.300	10.8	0.90	9.720
14	236.0	5.70	1356.240	19.8	5.70	113.460	10.8	0.90	9.720
15	236.0	5.70	1356.240	18.6	5.70	106.620	10.8	0.90	9.720
16	236.0	5.70	1356.240	17.4	5.70	99.780	10.8	0.90	9.720
17	236.0	5.70	1356.240	16.2	5.70	92.940	10.8	0.90	9.720
18	236.0	5.70	1356.240	15.0	5.70	86.100	10.8	0.90	9.720
19	236.0	5.70	1356.240	13.8	5.70	79.260	10.8	0.90	9.720
20	236.0	5.70	1356.240	12.6	5.70	72.420	10.8	0.90	9.720
21	236.0	5.70	1356.240	11.4	5.70	65.580	10.8	0.90	9.720
22	236.0	5.70	1356.240	10.2	5.70	58.740	10.8	0.90	9.720
23	236.0	5.70	1356.240	9.0	5.70	51.900	10.8	0.90	9.720
24	236.0	5.70	1356.240	7.8	5.70	45.060	10.8	0.90	9.720
25	236.0	5.70	1356.240	6.6	5.70	38.220	10.8	0.90	9.720
26	236.0	5.70	1356.240	5.4	5.70	31.380	10.8	0.90	9.720
27	236.0	5.70	1356.240	4.2	5.70	24.540	10.8	0.90	9.720
28	236.0	5.70	1356.240	3.0	5.70	17.700	10.8	0.90	9.720
29	236.0	5.70	1356.240	1.8	5.70	10.860	10.8	0.90	9.720
30	236.0	5.70	1356.240	0.6	5.70	4.020	10.8	0.90	9.720
31	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
32	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
33	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
34	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
35	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
36	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
37	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
38	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
39	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
40	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
41	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
42	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
43	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
44	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
45	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
46	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
47	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
48	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
49	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
50	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
51	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
52	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
53	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
54	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
55	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
56	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
57	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
58	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
59	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
60	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
61	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
62	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
63	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
64	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
65	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
66	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
67	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
68	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
69	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
70	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
71	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
72	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
73	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
74	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
75	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
76	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
77	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
78	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
79	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
80	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
81	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
82	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
83	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
84	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
85	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
86	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
87	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
88	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
89	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
90	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
91	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
92	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
93	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
94	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
95	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
96	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
97	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
98	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
99	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
100	236.0	5.70	1356.240		5.70		10.8	0.90	9.720
TOTAL	13562.40	5.70	77324.08	1356.24	5.70	7732.40	135.62	0.90	121.06

15/11/16  
R. Silva

(B)

VOLUME DE CONCRETO BARRAGEM DO  
POÇO PRETO

AP	CORTINA	COROADA	ALCANTARALA	ALCANTARALA	ALCANTARALA	ALCANTARALA	ALCANTARALA
1		1510	3880			284	1700
2	5400	1510	3880	2.00	5.44		
3	5400	1510	3880	1.80	4.01	2334	1700
4	5400	1510	3880	2.80	5.44	2384	1700
5	5625	1510	3880	1.80	4.01	2304	1700
6	4420	1600	4120	2.80	5.44	2427	2343
7	5815	1600	4120	3.40	4.01	2529	2343
8	7175	1600	4120	8.40	5.44	5446	4606
9	6785	1600	4120	3.40	4.01	3828	4328
10	10400	1610	4130	15.80	6.44	4723	7974
11	10025	1610	4130	10.80	4.01	3309	7828
12	11575	1610	4130	16.80	5.44	5386	8428
13	11220	1610	4130	10.80	4.01	3800	8428
14	15020	1610	4130	16.80	5.44	6564	11908
15	13200	1610	4130	10.80	4.01	6209	11908
16	15450	1610	4130	20.80	5.44	6437	13726
17	13700	1610	4130	16.80	4.01	6877	13726
18	14100	1610	4130	18.80	5.44	6742	16224
19	13700	1610	4130	16.80	4.01	6867	16224
20	15400	1610	4130	20.80	5.44	6700	18228
21	13600	1610	4130	16.80	4.01	6565	18228
22	17320	1610	4130	26.80	5.44	6428	11908
23	16020	1610	4130	16.80	4.01	6296	11908
24	18020	1610	4130	26.80	5.44	6200	11908
25	16820	1610	4130	16.80	4.01	6299	11908
26	15315	1610	4130	16.80	4.01	6299	11908
27	14100	1610	4130	16.80	5.44	6422	16224
28	14875	1610	4130	18.80	4.01	6657	16224
29	15800	1610	4130	20.80	5.44	7250	17748
30	16600	1610	4130	18.80	4.01	7503	17748
31	17500	1610	4130	20.80	5.44	7905	18734
32	17800	1610	4130	20.80	4.01	8207	18734
33	18800	10750	4740	18.00	4.01	8466	19720
34	18875	10750	4740	18.00	5.44	8463	19720
35	18875	11410	4820	27.00	4.01	8883	20442
36	18875	11410	4820	27.00	5.44	9046	20442
37	18875	11120	4800	27.00	4.01	8849	20268
38	18875	11120	4800	27.00	5.44	8874	20268
39	18100	7710	3880	26.00	4.01	7758	18228
40	18100	7710	3880	26.00	5.44	6667	16224
41	11575	6010	3080	10.80	4.01	8265	6428
42	10425	6010	3080	10.80	4.01	5800	6428
43	9700	4570	2800	8.80	5.44	2398	7530
44	8125	4570	2800	8.80	4.01	3079	7530
45	8400	4010	2600	6.40	5.44	4738	6788
46	8200	4010	2600	6.40	4.01	4310	6788
47	8020	3780	2520	5.40	5.44	4404	6484
48	7800	3780	2520	5.40	4.01	4821	6484
49	7710	3570	2400	5.40	4.01	4230	6178
50	7710	3570	2400	5.40	5.44	4178	6178
51	7710	3570	2400	5.40	4.01	4178	6178
52	7645	3270	2200	5.40	4.01	4178	6178
53	7175	3280	2200	6.40	5.44	4075	4636
54	6825	3280	2200	6.40	4.01	3928	4636
55	6480	3090	2100	6.40	4.01	3617	4216
56	6400	3080	2100	6.40	5.44	3712	4216
57	6400	2880	2000	5.40	4.01	3348	3912
58	6400	2850	2000	2.80	5.44	3074	3912
59	4200	1200	3220	1.80	4.01	2643	1710
60	3120	1200	3220	2.80	5.44	2320	1710
61	2645	780	1740	1.80	4.01	2090	1218
62	2410	780	1740	2.80	5.44	1860	1218
TOTAL	60930	34900	170250	90940	3894	538072	68806

150  
20/11/11  
C. SILVA



conta o maior espaçamento. Vemos, portanto, que, em igualdade de condições, os dois projetos em elementos múltiplos seriam praticamente equivalentes, quanto ás quantidades de material, com a vantagem das formas planas a favor do tipo Ambursen. Entretanto as razões decisivas da preferencia por este tipo são as que já foram expostas na Parte I.

Comparemos agora o projeto do tipo adotado com o da barragem massiça. Em condições iguaes os volumes de concreto seriam:

Barragem massiça	94 000 metros cúbicos
Barragem Ambursen	40 000       »       »

A barragem de nosso projeto emprega portanto 43,5%, menos da metade, do volume de concreto que seria necessário para a do tipo massiço. A diferença de 54 000 metros cúbicos é bastante eloquente para dispensar comentário mais extenso. Vejamos todavia, *grosso modo*, qual a economia que representa a preferencia pela barragem de concreto armado.

O total de ferro de nosso projeto é de 1516 toneladas. Em 40 000 metros cubicos, isto equivale a 38 kilos de ferro por metro cúbico de concreto. Pelos preços atuais um tal concreto armado custará, inclusive formas, com as dosagens previstas, cerca de 320\$000 o metro cúbico. Na barragem massiça o concreto mais pobre, inclusive formas mais simples, ficará aproximadamente em 180\$000 por metro cubico, Donde

$$\begin{array}{r}
 180\$000 \times 94\ 000 = 16.920 \text{ contos de réis} \\
 320\$000 \times 40\ 000 = 12.800 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
 \hline
 \text{Diferença} \quad \quad \quad 4.120 \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»}
 \end{array}$$

Este resultado, conquanto apenas grosseiramente aproximado, vem confirmar a previsão da Secção do Rio Claro da qual se originou este projeto que, de outro modo, jamais teria sido ordenado pela Diretoria da R. A. E.

Não abordaremos com mais detalhes a questão dos preços unitários que pertence de direito á Secção de Construção, bem como outros assuntos de sua exclusiva competencia. Todavia, para finalizar e porque para isso dispomos de dados seguros, não deixa de ter algum interesse avaliar com alguma aproximação quanto custou ao governo do Estado a elaboração deste projeto que realizará, segundo a previsão que o determinou, uma economia de 4 000 contos ou mais numa obra de 14 a 15 mil contos. Para um particular que o contratasse com engenheiro capáz de faze-lo com a devida competencia, um trabalho da mesma importancia, custaria 2 a 3% do valor da obra, isto é, no mínimo trezentos contos.

Não faz muito tempo a Prefeitura da Capital despendeu 75 contos de premios num conecurso de ante-projetos para o novo Viaduto do Chá, cujo valor é de 5 mil contos mais ou menos. O proprio Governo

do Estado já tem pago a particulares importancias de mais de 100 contos por projéto de edificios públicos de não maior valor.

Tratando-se, porem, de projéto elaborado por engenheiros funcionários do Estado, como é o da Barragem do Poço-Preto, verifica-se que a importancia realmente gasta pelo Governo com o projéto é impressionantemente menor. Somando-se os salários do engenheiro chefe, de tres engenheiros ajudantes e os dos desenhistas, durante todo o tempo que durou a elaboração deste projéto, obtem-se um total de 36:800\$000 que fica reduzido a 29:850\$000 considerando-se que esses funcionários trabalharam nos seus serviços ordinarios, dedicando apenas 75 % do tempo aos trabalhos do projéto. Somem-se ainda 1:000\$000 de sobretempo pago ao eng.º chefe e, digamos, 1:150\$000 de materiaes e acharemos o total de 32 contos de réis, isto é, um décimo do que receberia um particular por um projéto de importancia equivalente.

Deante desse resultado torna-se difficil acreditar que o Estado consiga ter a seu serviço engenheiros realmente capazes de produzir trabalho aproveitavel. Eis porque encerramos esta exposição reite-rando o mesmo apelo com que a começamos. Desejavel é que os competentes nos favoreçam com suas doudas lições, remediando-nos desse modo a notória insuficiencia, numericamente comprovada, e habilitando-se ao mesmo tempo á pública benemerencia.

### RESUMO GERAL DO CONCRETO ARMADO

MATERIAL	$R=100 \text{ Kgs}/\text{Cm}^2$	$R=150 \text{ Kgs}/\text{Cm}^2$	$R=160 \text{ Kgs}/\text{Cm}^2$	TOTAL
	contrafortes fundações massiços	cortina consólos esporão	contravent. tos. passadiços	
CONCRETO Mts. <sup>3</sup>	conc. simp. 8278 , arm. 17053 25331	13251	1198	conc. simp. 8278 , arm. 31502 39780
FERRO Tons.	375	929	212	1516
RELAÇÃO $\text{Kgs. Ferro} / \text{Mts}^3 \text{ Con.}$	22	70	177	48

### APENDICE

#### Deformações do Contraforte Triangular

1. — A Teoria da Elasticidade ensina o método geral do cálculo das deformações, applicavel a todos os casos. Vejamos resumidamente o modo de applical-o no caso de um estado elastico plano, ou a duas dimensões. Sejam  $u$  e  $v$  os deslocamentos ortogonaes do ponto de coordenadas  $x, y$ . Supõe-se que  $u, v$ , bem como suas derivadas pri-

meira e segunda, são funções contínuas de  $x, y$ . Então as deformações proporcionaes nas direções dos eixos  $Ox, Oy$ , serão  $\epsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x}$   
 $\epsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y}$  e a distorção do elemento  $dxdy$  será  $\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x}$

Em virtude da lei de Hooke temos, porém:

$$\begin{aligned} E\epsilon_x &= \sigma_x - \nu\sigma_y \\ E\epsilon_y &= \sigma_y - \nu\sigma_x \\ E\gamma_{xy} &= 2(1 + \nu)\tau_{xy} \end{aligned}$$

sendo  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

Para o concreto  $\nu = 1/4$ .

No caso dos contrafortes, desprezadas as pequenas cargas  $P, X$  e  $Y$ , as tensões são dadas pelas equações (10). Substituindo aquelas expressões de  $\sigma_x, \sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  obtemos:

$$\begin{aligned} E\epsilon_x &= E \frac{\delta u}{\delta x} = (c - \nu a)x + (d - \nu b)y \\ E\epsilon_y &= E \frac{\delta v}{\delta y} = (a - \nu c)x + (b - \nu d)y \\ E\gamma_{xy} &= E \left( \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right) = -2(1 + \nu)(b + \Delta)x - 2(1 + \nu)cy \end{aligned}$$

Porhamos, para abreviar:

$$\begin{aligned} c - \nu a &= c_1 & a - \nu c &= a_1 \\ d - \nu b &= d_1 & b - \nu d &= b_1 \\ 2(1 + \nu)(b + \Delta) &= b_2 & 2(1 + \nu)c &= c_2 \end{aligned}$$

As equações precedentes escrever-se-ão:

$$\left. \begin{aligned} E \frac{\delta u}{\delta x} &= c_1 x + d_1 y \\ E \frac{\delta v}{\delta y} &= a_1 x + b_1 y \\ E \left( \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \right) &= -b_2 x - c_2 y \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Integrando as duas primeiras temos:

$$\left. \begin{aligned} Eu &= \frac{c_1}{2} x^2 + d_1 xy + f_1(y) \\ Ev &= a_1 xy + \frac{b_1}{2} y^2 + f_2(x) \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

sendo  $f_1$  e  $f_2$  funções arbitrarias determinadas pelo processo seguinte. Derivemos a primeira (b) em relação  $y$ , a segunda em relação a  $x$ , somemos os resultados e igualemos-o ao 2.º membro da ultima (a). Obteremos então:

$$d_1 x + \frac{\delta f_1(y)}{\delta y} + a_1 y + \frac{\delta f_2(x)}{\delta x} = - b_2 x - c_2 y$$

Separando as variaveis e integrando, resulta :

$$f_1(y) = - \frac{a_1 + c_2}{2} y^2 + Eu_0$$

$$f_2(x) = - \frac{d_1 + b_2}{2} x^2 + Ev_0$$

onde  $u_0$  e  $v_0$  são constantes. Substituindo essas expressões nas eq. (b) chegamos ao resultado procurado :

$$\left. \begin{aligned} Eu &= \frac{c_1}{2} x^2 + d_1 xy - \frac{a_1 + c_2}{2} y^2 + Eu_0 \\ Ev &= - \frac{d_1 + b_2}{2} x^2 + a_1 xy + \frac{b_1}{2} y^2 + Ev_0 \\ E\gamma_{xy} &= - b_2 x + c_2 y \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

Vemos que  $u_0$  e  $v_0$  são os deslocamentos do ponto  $O$  ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ) isto é, do vertice superior do contraforte. Tomemos como ponto de referencia das deformações o pé da vertical passando pelo ponto  $O$ , á profundidade maxima  $y = y_0$ . Para  $x = 0$   $y = y_0$  deveremos ter, então,  $u = v = 0$ . Substituindo esses valores nas eq. (c) tiramos :

$$\left. \begin{aligned} Eu_0 &= \frac{a_1 + c_2}{2} y_0^2 \\ Ev_0 &= - \frac{b_1}{2} y_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (d)$$

2. — Propomo-nos representar num desenho as deformações do contraforte ampliadas  $n$  vezes, de modo que si  $x$ ,  $y$  são as coordenadas de certo ponto antes da deformação, suas coordenadas depois da deformação ampliada sejam :

$$\begin{aligned} \xi &= x + nw \\ \eta &= y + nv \end{aligned}$$

Consideremos, por exemplo, uma radial fazendo o angulo  $\theta$  com a vertical. Sua equação é  $x = y \operatorname{tg} \theta$ . Substituindo-se esta expressão nas eq. (c) resulta, para o ponto de ordenada  $y$  da radial considerada :

$$\left. \begin{aligned} Eu &= \varphi_1(\theta) y^2 + Eu_0 \\ Ev &= \varphi_2(\theta) y^2 + Ev_0 \end{aligned} \right\} \quad (e)$$

onde  $\varphi_1(\theta)$  e  $\varphi_2(\theta)$  são notações abreviadas:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\theta) &= \frac{c_1}{2} \operatorname{tg}^2 \theta + d_1 \operatorname{tg} \theta - \frac{a_1 + c_2}{2} \\ \varphi_2(\theta) &= -\frac{d_1 + b_2}{2} \operatorname{tg}^2 \theta + a_1 \operatorname{tg} \theta + \frac{b_1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

As coordenadas da radial deformada  $n$  vezes serão, portanto:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= y \operatorname{tg} \theta + \frac{\varphi_1(\theta)}{E:n} y^2 + nu_0 \\ \eta &= y + \frac{\varphi_2(\theta)}{E:n} y^2 + nv_0 \end{aligned} \right\} \quad (g)$$

Eliminando-se  $y$  entre as equações supra obteríamos a equação da radial deformada, que é do quarto grau. Esta operação, porém, não nos interessa porque é mais fácil construir a curva por pontos por meio das eq., (e) diretamente.

3. — Vamos aplicar o método acima exposto á representação das deformações do contraforte tipo 36, com a espessura  $b = 0.80$ . Os dados numéricos iniciais são os seguintes:

$$\begin{aligned} \beta &= 1,207 & \Delta &= 2,3 & v &= 0,25 \\ a &= -0,785781\beta - 0,550719 = -1,499 \\ b &= -2,221412\beta - 1,246657 = -3,928 \\ c &= +2,054823\beta + 0,184876 = +2,665 \\ d &= -1,355826\beta - 0,353602 = -1,190 \end{aligned}$$

Donde se deduz:

$$\begin{aligned} c_1 &= c - va = +3,040 \\ a_1 &= a - vc = -2,165 \\ d_1 &= d - vb = -1,008 \\ b_1 &= b - vd = -3,430 \\ b_2 &= 2(1+v)(b+\Delta) = -4,070 \\ c_2 &= 2(1+v)c = 6,662 \end{aligned}$$

Com os dados supra calculámos os valores de  $\varphi_1(\theta)$  e  $\varphi_2(\theta)$  referentes às quatro radiaes anteriormente consideradas no cálculo das tensões. Os resultados constam do quadro seguinte:

	OM	O1	O2	OJ
$\operatorname{tg} \theta$	- 0.781	- 0.3905	- 0.000	- 0.430
$\varphi_1(\theta)$	- 0.532	- 1.623	- 2.248	- 2.401
$\varphi_2(\theta)$	- 1.151	- 0.483	- 1.715	- 2.178

Vamos calcular agora os deslocamentos  $nu$ ,  $nv$  dos pontos sobre as quatro radiais a profundidades 0, 4, 8... . 36 ms.

$$\text{Ponhamos } E = 2000\,000 \text{ ton/m}^2$$

$$n = 100$$

$$E:n = 20\,000 \text{ ton/m}^2$$

Com  $y_0 = 36$  m.

$$Eu_0 = \frac{a_1 + c_2}{2} y_0^2 = 2.248 \times 36^2 = 2.913,408$$

$$Ev_0 = -\frac{b_1}{2} y_0^2 = 1.715 \times 36^2 = 2.222,640$$

Temos portanto, para os valores de  $nu$  e  $nv$  em centímetros:

$$nu = \frac{y^2 \varphi_1(\theta)}{200} + 14,6$$

$$nv = \frac{y^2 \varphi_1(\theta)}{200} + 11,1$$

Por estas fórmulas, com auxílio do quadro anterior, calcularam-se os valores constantes da tabela seguinte, os quais serviram para se traçarem as radiais e horizontais deformadas 1 000 vezes na figura 20, onde os  $nu$  e  $nv$  foram medidos em verdadeira grandeza. (\*)

(\*) Essas medidas referem-se ao desenho original. A figura 20 é uma redução.

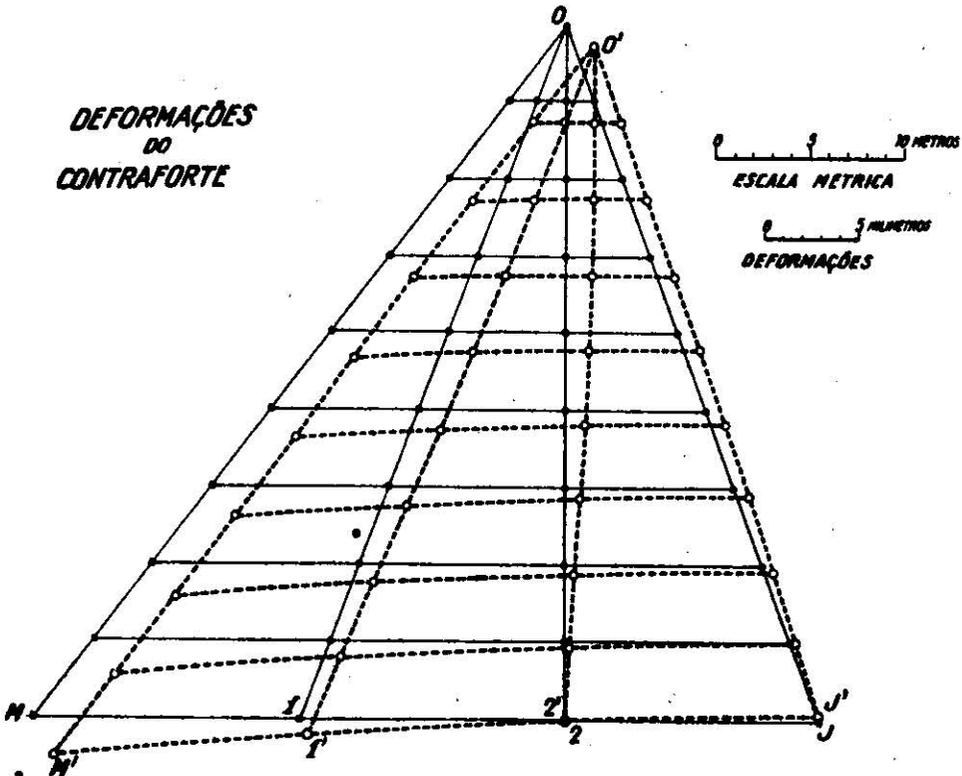


Fig. 20

$n = 100$

$E = 2000\ 000\ \text{t/m}^2$

$y$ $m$	OM		O1		O2		OJ	
	$nu$	$nv$	$nu$	$nv$	$nu$	$nv$	$nu$	$nv$
0	14.6	11.1	14.6	11.1	14.6	11.1	14.6	11.1
4	14.5	11.2	14.4	11.0	14.3	10.9	14.4	10.9
8	14.4	11.5	14.1	10.9	13.8	10.5	13.8	10.4
12	14.3	11.9	13.4	10.8	12.9	9.8	12.9	9.5
16	13.8	12.6	12.5	10.5	11.7	8.9	11.5	8.3
20	13.5	13.4	11.3	10.1	10.0	7.6	9.8	6.7
24	13.0	14.4	9.9	9.7	8.1	1.1	7.7	4.8
28	12.8	15.6	8.2	9.2	5.7	4.3	5.2	2.3
32	11.8	16.5	6.2	8.6	2.3	2.1	2.3	- 0.1
36	11.1	18.6	4.0	8.0	0.	0	1.0	- 3.0

O calculo não dá as deformações absolutas, isto é, referidas a um ponto fixo do mundo exterior, sinão apenas as relativas a um ponto do próprio sólido, no caso o pé da vertical que passa pelo vértice superior do contraforte teórico. Essas deformações relativas podem portanto ser medidas sem maior dificuldade e será interessante fazel-o para se verificar até que ponto a teoria concorda com a realidade.