

Túneis em Rocha Colaborante

ENG. SWAMI MARCONDES VILLELA

Assistente da Cadeira de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da U.S.P.

Resumo

O presente artigo focaliza o problema do dimensionamento da armadura metálica nos túneis construídos em rocha, de tal modo que parte da pressão interna seja absorvida pela armadura metálica e parte pela própria rocha.

O método é ilustrado com um exemplo numérico.

1. Diâmetro interno do túnel

O cálculo do diâmetro interno de um túnel é condicionado à função hidráulica específica do mesmo. Tais túneis em geral constituem o conduto de alta pressão dos aproveitamentos hidroelétricos de alta queda. Neste caso a determinação do diâmetro dependerá de um balanço econômico entre o custo do túnel e o custo da potência perdida devido às perdas de carga e a parcela da carga absorvida pela armadura e pela rocha. BANDINI (1).

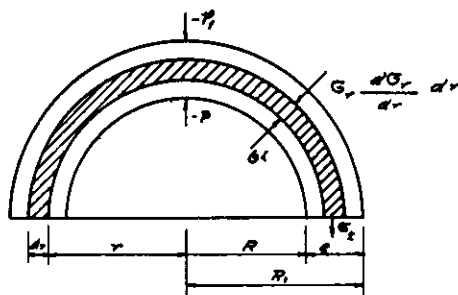
Aqui se admitirá o conhecimento do diâmetro interno do túnel, não havendo portanto limitação quanto à finalidade da obra.

2. Verificação das tensões

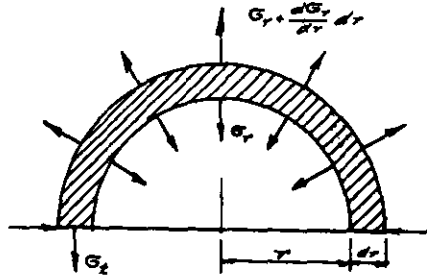
2.1 Do processo de perfuração resultará a espessura do revestimento de concreto que antecede a armadura metálica, interessando como problema imediato a verificação das tensões resultantes, para que não ultrapassem as taxas de trabalho dos materiais respectivos.

2.2 Relações entre tensões radiais e tangenciais num tubo homogêneo isótropo (1).

Seja um elemento de tubo de espessura dr e de 1 m de comprimento, representado em achuriado na figura que segue:



Isola-se o anel de espessura dr , isto é, substituem-se as partes contíguas, pelas solicitações que elas produzem. Consideram-se positivas as trações, porém, escolhe-se um sentido qualquer para as solicitações desconhecidas.



a) Primeira relação entre σ_t e σ_r

Considera-se o equilíbrio de forças seguinte:

$$2\sigma_r dr = -2r\sigma_r + 2(r+dr)\left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr\right)$$

daí chegar-se-á:

$$\therefore \sigma_t = \frac{d(r\sigma_r)}{dr} \quad (1)$$

b) Segunda relação entre σ_t e σ_r

Chama-se de $\Delta(dr)$ o afastamento das fibras de raio r , e $r+dr$, sendo que na primeira, atua as tensões σ_t e σ_r , e na segunda:

$$\sigma_t + \frac{d\sigma_t}{dr} dr \quad \text{e} \quad \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr, \text{ respectivamente,}$$

$$\Delta(dr) = \Delta(r+dr) - \Delta r$$

Sejam: E o módulo de elasticidade do material

m o coeficiente de contração lateral

$$\therefore \Delta(dr) = \left[\sigma_t + \frac{d\sigma_t}{dr} dr - \frac{1}{m} \left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \right) \right] \frac{r+dr}{E} - \left(\sigma_t - \frac{\sigma_r}{m} \right) \frac{r}{E}$$

$$\therefore \Delta(dr) = \frac{1}{E} d \left[r \left(\sigma_t - \frac{\sigma_r}{m} \right) \right] \quad (I)$$

Por outro lado:

$$\Delta(dr) = \left(\sigma_r - \frac{\sigma_t}{m} \right) \frac{dr}{E} \quad (II)$$

da (I) e (II) tem-se:

$$\frac{d}{dr} \left[r \left(\sigma_t - \frac{\sigma_r}{m} \right) \right] = \sigma_r - \frac{\sigma_t}{m} \quad (2)$$

Integrando o sistema formado pelas (1) e (2) ter-se-á:

$$\begin{aligned} \sigma_t &= C_1 + \frac{C_2}{r^2} \\ \sigma_r &= C_1 - \frac{C_2}{r^2} \end{aligned} \quad (3)$$

C_1 e C_2 serão calculados considerando as condições dos limites.

Faça-se $r = R$, então:

$$\sigma_r = C_1 - \frac{C_2}{R^2}$$

mas, $\sigma_R = -p$, pois p é compressão e aqui consideram-se as trações como positivas.

$$-p = C_1 - \frac{C_2}{R^2} \quad (4)$$

Faça-se $r = R_1$, então:

$$\sigma_{R_1} = C_1 - \frac{C_2}{R_1^2}$$

mas: $\sigma_{R_1} = -p_1$, então:

$$-p_1 = C_1 - \frac{C_2}{R_1^2} \quad (5)$$

Do sistema formado pelas equações (4) e (5) ter-se-á: C_1 e C_2 :

$$C_1 = \frac{p R^2 - p_1 R_1^2}{R_1^2 - R^2} \quad (6)$$

$$C_2 = (p - p_1) \frac{(R R_1)^2}{R_1^2 - R^2} \quad (7)$$

Pelas (3) ter-se-á:

$$\sigma_t = \frac{p R^2 - p_1 R_1^2}{R_1^2 - R^2} + (p - p_1) \frac{(R R_1)^2}{R_1^2 - R^2} \frac{1}{r^2} \quad (8)$$

$$\sigma_r = \frac{p R^2 - p_1 R_1^2}{R_1^2 - R^2} - (p - p_1) \frac{(R R_1)^2}{R_1^2 - R^2} \frac{1}{r^2} \quad (9)$$

Fazendo nas (8) e (9) $p_1 = 0$, ter-se-á as clássicas fórmulas de LAMÉ, cujas exatidões já foram comprovadas experimentalmente.

Considerar-se-á outra expressão de σ_t

Da (8) fazendo $r = R$

$$\sigma_t = \frac{p R^2 - p_1 R_1^2 + p R_1^2 - p_1 R^2}{R_1^2 - R^2}$$

o numerador não se altera se se adicionar a êle a quantidade:

$$p_1 R^2 - p_1 R^2 = 0, \text{ então:}$$

$$\sigma_t = (p - p_1) \frac{R_1^2 + R^2}{R_1^2 - R^2} - p_1 \quad (10)$$

Esta é a fórmula da tensão tangencial máxima, isto é, no intradorso do conduto.

Fazendo na (8) $r = R_1$, ter-se-á a tensão tangencial no extradorso do conduto.

$$\sigma_t = \frac{p R^2 - p_1 R_1^2 + p R^2 - p_1 R^2}{R_1^2 - R^2}$$

Soma-se ao numerador a quantidade nula:

$$p R_1^2 - p R_1^2, \text{ daí:}$$

$$\sigma_t = (p - p_1) \frac{R_1^2 + R^2}{R_1^2 - R^2} - p \quad (11)$$

As equações (8) e (9) são, as mais precisas e mais gerais das equações para determinar, em qualquer fibra do conduto, as tensões radiais e tangenciais.

Observa-se aqui que, no caso de:

$$\begin{aligned} p_1 &= 0 \\ R_1 &= R + e \end{aligned}$$

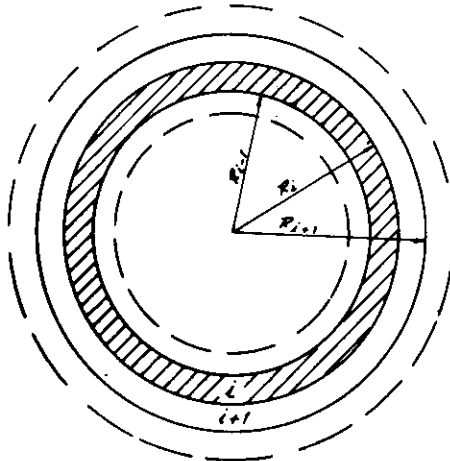
Com $e \ll R$, ter-se-á:

$$\sigma_t = \frac{p R}{e} \quad (12)$$

Mas a (12) se identifica com a fórmula de MARIOTTE, que considera as tensões uniformemente distribuídas ao longo da espessura e .

O fato da (8), com algumas simplificações tornar à fórmula de MARIOTTE, é mais uma prova que os desenvolvimentos da teoria da elasticidade, aqui seguidos, são certos.

2.3 Extensão das relações obtidas no item 2.2 ao caso de vários anéis concêntricos (túneis revestidos, com rocha colaborante).



Imagine-se o anel i -ésimo. (Ver figura correspondente). O raio de intradorso desse anel será R_{i-1} e de extradorso R_i .

$$\rho_i = \frac{R_i^2 + R_{i-1}^2}{R_i^2 - R_{i-1}^2} \quad (13)$$

Levando a (13) na (10) tem-se:

$$\sigma_{t(i-1)} = (p_{i-1} - p_i) \rho_i - p_i \quad (14)$$

Levando a (13) na (11) tem-se:

$$\sigma_{ti} = (p_{i-1} - p_i) \rho_i - p_{i-1} \quad (15)$$

Sabe-se que $\sigma_{t(i-1)}$ é a tensão tangencial no intradorso do anel i -ésimo e $\sigma_{t(i)}$ é a tensão tangencial no extradorso do mesmo anel. Chama-se de $\bar{\sigma}_{ti}$ a tensão tangencial do intradorso do anel $(i + 1)$ -ésimo, que pela (10) será:

$$\bar{\sigma}_{ti} = (p_i - p_{i+1}) \rho_{i+1} - p_{i+1} \quad (16)$$

onde:

$$\rho_{i+1} = \frac{R_{i+1}^2 + R_i^2}{R_{i+1}^2 - R_i^2} \quad (17)$$

Para garantir a aderência dos anéis (i) e (i+1) devem-se igualar as deformações específicas assim:

Sejam E_i o módulo de elasticidade do material do anel (i) E_{i+1} o módulo de elasticidade do material do anel (i+1).

$$n_i = \frac{E_{i+1}}{E_i} \quad (18)$$

m_i e m_{i+1} os coeficientes de contração lateral dos materiais correspondentes.

Então:

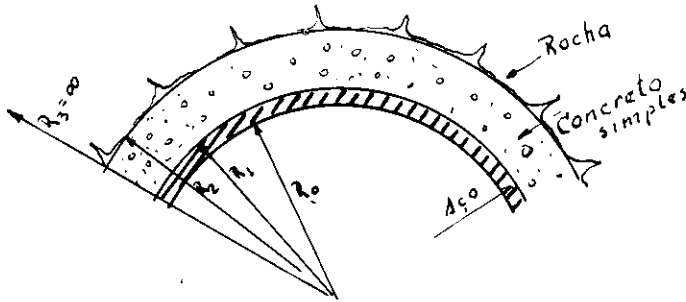
$$n_i \left(\sigma_{t i} + \frac{p_i}{m_i} \right) = \sigma_{t i} + \frac{p_i}{m_{i+1}} \quad (19)$$

Substituindo na (19) as (15) e (16) tem-se:

$$(\rho_{i+1} + 1) p_{i+1} - \left(\rho_{i+1} + n_i \rho_i + \frac{1}{m_{i+1}} - \frac{n_i}{m_i} \right) p_i + n_i (\rho_i - 1) p_{i-1} = 0 \quad (20)$$

Se se tiver (s) anéis, pode-se escrever (s-1) equações análogas a (20) e com êsse sistema acham-se as pressões entre anéis: daí, substituindo essas pressões nas (14), (15) e (16), calculam-se as tensões tangenciais em cada um dos anéis.

2.4 Aplicação da equação (20) ao caso específico de um túnel em rocha colaborante considerando três anéis: o de aço, o de concreto simples e a rocha. O túnel de que trata este item é aquele projetado pelo autor em trabalho citado na bibliografia (2).



$$\begin{aligned} p_3 &= 0 & E_1 &= E_r \\ \rho_3 &= 1 & E_2 &= E_c \\ R_3 &= \infty & E_3 &= E_r \\ n_1 &= \frac{E_c}{E_r} & n_2 &= \frac{E_r}{E_c} \end{aligned}$$

A equação (20) aplicada ao anel de aço $i = 1$ resultará:

$$(\rho_2 + 1) p_2 - \left(\rho_2 + n_1 \rho_1 + \frac{1}{m_2} - \frac{n_1}{m_1} \right) p_1 + n_1 (\rho_1 - 1) p_0 = 0 \quad (21)$$

Analogamente, ao anel de concreto simples ($i = 2$)

$$(1 + 1) 0 - \left(1 + n_2 \rho_2 + \frac{1}{m_3} - \frac{n_2}{m_2} \right) p_2 + n_2 (\rho_2 - 1) p_1 = 0 \quad (22)$$

Fazendo:

$$\varphi_1 = \varphi_2 + n_1 \rho_1 + \frac{1}{m_2} - \frac{n_1}{m_1} \quad (23')$$

$$\varphi_2 = 1 + n_2 \varphi_2 + \frac{1}{m_3} - \frac{n_2}{m_2} \quad (23'')$$

as (21) e (22) ficarão:

$$p_2 = \frac{\varphi_1}{\rho_2 + 1} p_1 - \frac{n_1 (\varphi_1 - 1)}{\varphi_2 + 1} p_0 \quad (23)$$

$$p_2 = \frac{n_2 (\varphi_2 - 1)}{\varphi_2} p_1 \quad (24)$$

Comparando as (23) e (24) ter-se-á:

$$p_1 = \frac{n_1 \varphi_2 (\varphi_1 - 1)}{\varphi_1 \varphi_2 - n_2 (\rho_2^2 - 1)} p_0$$

fazendo:

$$B = \frac{n_1 \varphi_2 (\varphi_1 - 1)}{\varphi_1 \varphi_2 - n_2 (\rho_2^2 - 1)} \quad (25)$$

ter-se-á:

$$p_1 = B p_0 \quad (26)$$

Substituindo a (26) na (24) vem:

$$p_2 = \frac{n_2 (\varphi_2 - 1)}{\varphi_2} B p_0 \quad (27)$$

Substituindo (i-1), (i), (i+1) por 0, 1, 2 para o anel de aço, e 1, 2, 3 para o anel de concreto, as (14), (15) e (16) ficarão:

anel de aço (intradorso)

$$\sigma_{t0} = [\rho_1 (1 - B) - B] p_0 \quad (28)$$

anel de aço (extradorso)

$$\sigma_{t1} = [\rho_1 (1 - B) - 1] p_0 \quad (29)$$

anel de concreto simples (intradorso)

$$\sigma_{t11} = B \left[\rho_2 - \frac{n_2 (\rho_2^2 - 1)}{\varphi_2} \right] p_0 \quad (30)$$

anel de concreto simples extradorso)

$$\sigma_{t22} = B (\varphi_2 - 1) \left[1 - \frac{n_2}{\varphi_2} \varphi_2 \right] p_0 \quad (31)$$

anel de rocha (intradorso)

$$\sigma_{t22} = \frac{n_2 (\varphi_2 - 1)}{\varphi_2} B p_0 \quad (32)$$

anel de rocha (extradorso)

$$\sigma_{t33} = 0 \quad (33)$$

As solicitações radiais são:

$$\sigma_{r0} = - p_0 \quad (34)$$

$$\sigma_{r1} = - B p_0 \quad (35)$$

$$\sigma_{r2} = - \frac{n_2 (\varphi_2 - 1)}{\varphi_2} B p_0 \quad (36)$$

$$\sigma_{r3} = 0 \quad (37)$$

As solicitações ideais serão:

a) no intradorso do anel de aço

$$\frac{\bar{\sigma}_{f_0}}{p_0} = \varphi_1 (1 - B) - B + \frac{1}{m_r} \quad (38)$$

b) no extradorso do anel de aço

$$\frac{\bar{\sigma}_{f_1}}{p_0} = \varphi_1 (1 - B) - 1 + \frac{B}{m_r} \quad (39)$$

c) no intradorso do anel de concreto simples

$$\frac{\bar{\sigma}_{c_1}}{p_0} = B \left[\varphi_2 - \frac{n_2 (\varphi_2^2 - 1)}{\varphi_2} \right] + \frac{B}{m_c} \quad (40)$$

d) no extradorso do anel de concreto simples

$$\frac{\bar{\sigma}_{c_2}}{p_0} = B (\varphi_2 - 1) \left[1 + \frac{n_2}{\varphi_2} \left(\frac{1}{m_c} - \varphi_2 \right) \right] \quad (41)$$

e) no intradorso do anel de rocha

$$\frac{\bar{\sigma}_{r_2}}{p_0} = \frac{m_r + 1}{m_r} B \frac{n_2}{\varphi_2} (\varphi_2 - 1) \quad (54)$$

$E_3 = 5 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2 \quad n_2 = 2,50 \quad n_3 = 10$ $E_1 = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2 \quad E_2 = 2 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ $n_1 = 0,1 \quad n_4 = 4 \quad n_2 = 7$										
e_r (mm)	φ_1	φ_2	φ_1	φ_2	B	$\frac{\bar{\sigma}_{f_0}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{f_1}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{c_1}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{c_2}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{r_2}}{p_0}$
5	31,00	4,56	7,778	12,143	0,810	5,330	5,093	0,513	0,265	0,654
10	16,00	4,68	6,398	12,443	0,681	4,669	4,271	0,424	0,228	0,563
20	9,75	4,92	6,031	13,043	0,560	3,980	3,430	0,315	0,187	0,462
30	5,76	5,50	6,194	14,493	0,412	3,228	2,493	0,248	0,141	0,352

$$E_3 = 2,5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \quad n_2 = 1,25 \quad m_3 = 8$$

$$E_1 = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad E_2 = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$n_1 = 0,1 \quad m_1 = 4 \quad m_2 = 7$$

e_f (mm)	ρ_1	ρ_2	φ_1	φ_2	B	$\frac{\bar{\sigma}_{f_0}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{f_1}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{c_1}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{c_2}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{r_2}}{p_0}$
5	31,00	4,56	7,778	6,617	0,727	7,973	7,278	0,700	0,429	0,550
10	16,00	4,68	6,398	6,797	0,589	6,221	5,707	0,579	0,367	0,449
20	9,75	4,92	6,013	7,097	0,455	5,015	4,457	0,443	0,274	0,363
30	5,76	5,50	6,194	7,717	0,331	3,879	3,007	0,302	0,197	0,272

$$E_3 = 4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \quad n_2 = 2,00 \quad m_3 = 9$$

$$E_1 = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad E_2 = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$n_1 = 0,1 \quad m_1 = 4 \quad m_2 = 7$$

e_f (mm)	ρ_1	ρ_2	φ_1	φ_2	B	$\frac{\bar{\sigma}_{f_0}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{f_1}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{c_1}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{c_2}}{p_0}$	$\frac{\bar{\sigma}_{r_2}}{p_0}$
5	31,00	4,56	7,778	9,947	0,788	6,032	5,767	0,560	0,314	0,627
10	16,00	4,68	6,398	10,187	0,652	5,180	4,723	0,432	0,276	0,525
20	9,75	4,92	6,013	10,667	0,518	4,432	3,830	0,350	0,213	0,423
30	5,76	5,50	6,194	11,827	0,385	3,425	2,636	0,265	0,159	0,325

GRÁFICO Nº 1

ÁBACO PARA CÁLCULO DAS ESPESSURAS DOS ANEIS DE AÇO

($K_c = 15 \text{ Kg/cm}^2$)

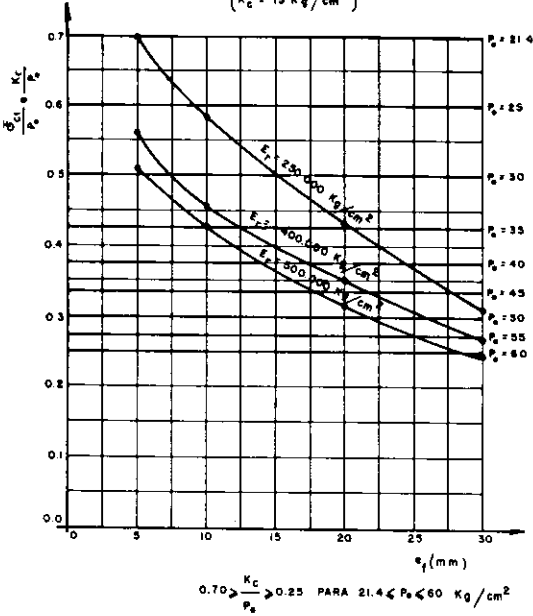


GRÁFICO Nº 2

ÁBACO PARA CÁLCULO DAS ESPESSURAS DOS ANEIS DE AÇO

($K_c = 20 \text{ Kg/cm}^2$)

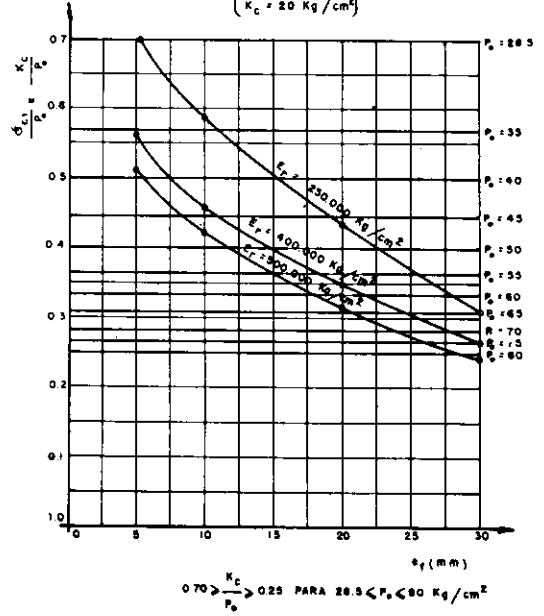


GRÁFICO Nº 3

ÁBACO PARA CÁLCULO DAS ESPESSURAS DOS ANEIS DE AÇO

($K_c = 30 \text{ Kg/cm}^2$)

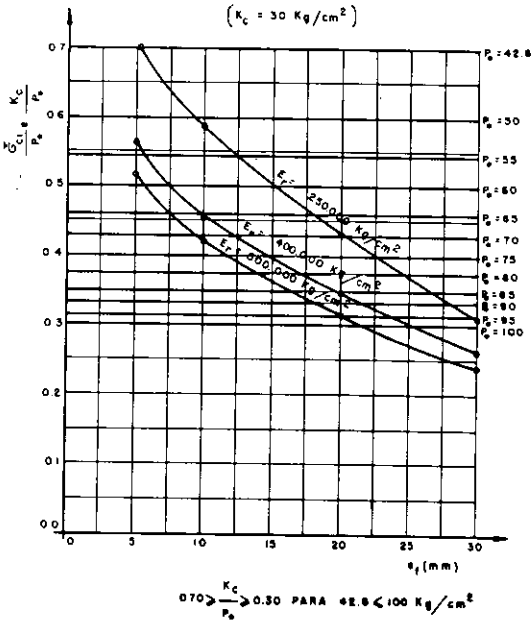


GRÁFICO Nº 4

TENSÃO MÁXIMA NA ROCHA

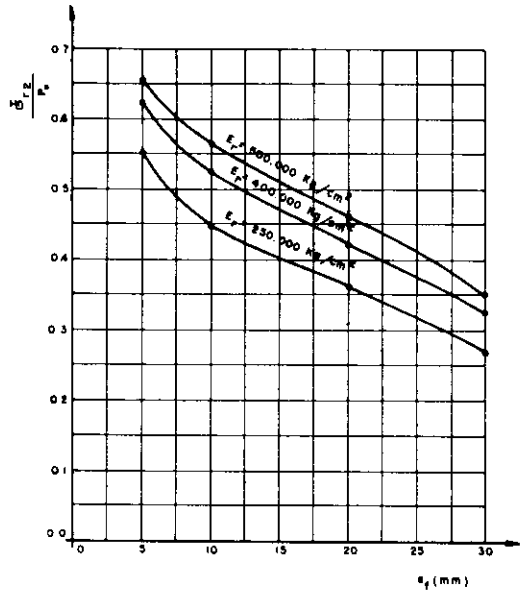


GRÁFICO Nº 5

TENSÃO NO EXTRADORSO DO ANEL DE CONCRETO SIMPLES

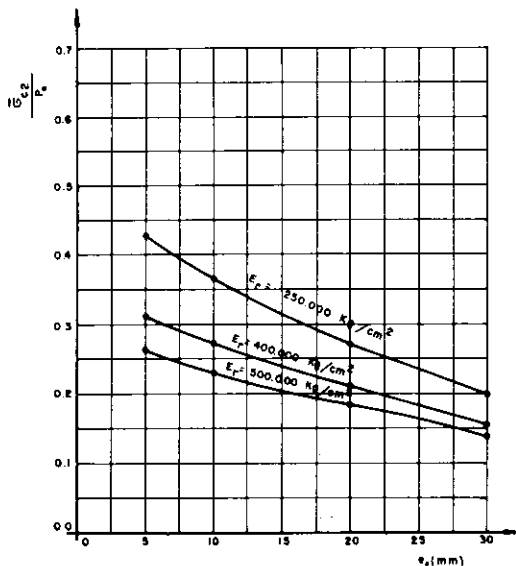
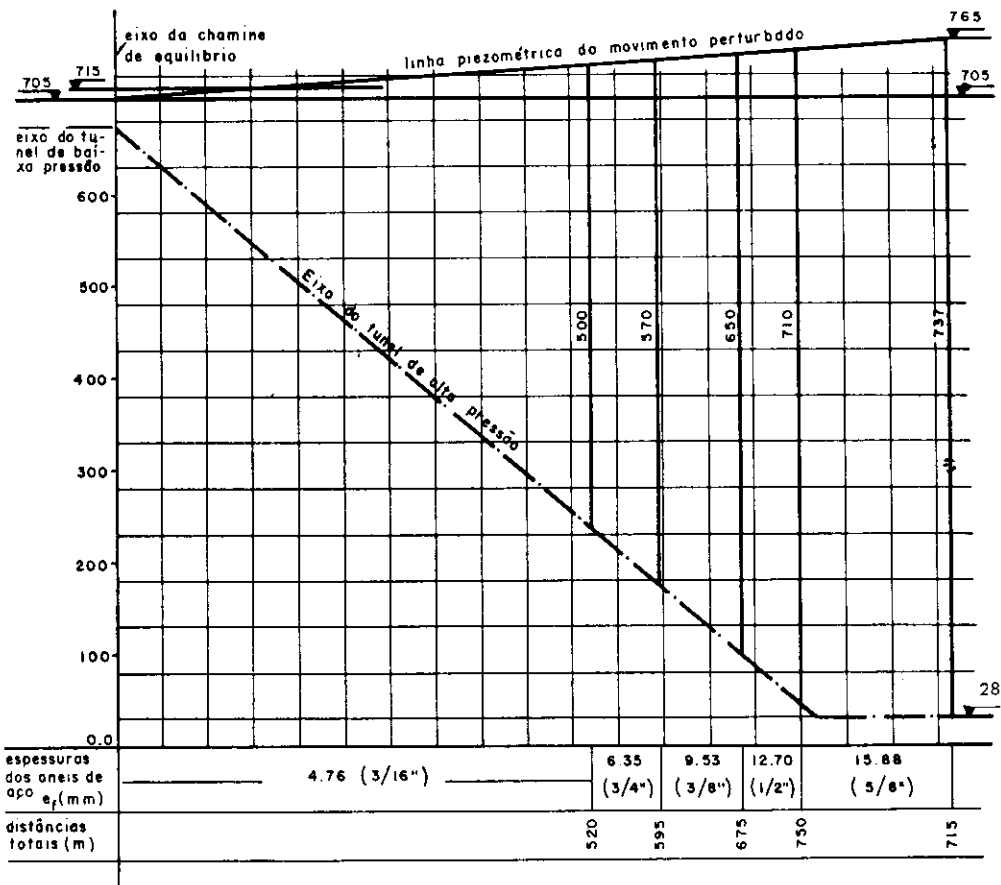
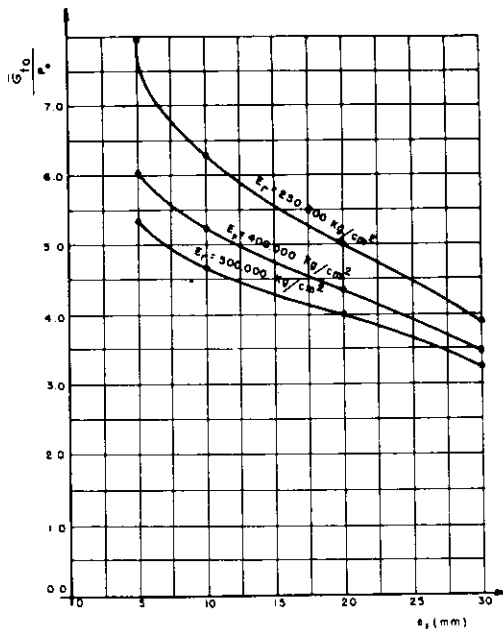


GRÁFICO Nº 6

TENSÃO MÁXIMA NO ANEL DE AÇO



ESCALA HORIZONTAL - 1:5000

ESCALA VERTICAL - 1:5000

$E_f = 400.000 \text{ Kg cm}^2$

$K_C = 30 \text{ Kg cm}^2$

3. Dimensionamento da armadura metálica

3.1 Tendo o diagrama das pressões máximas ao longo do túnel, entra-se nos âbacos com as características da rocha e do concreto e encontra-se para cada pressão interna a espessura da armadura metálica.

3.2 Faz-se o concreto trabalhar à ruptura, pois sua função é apenas de suporte da armadura metálica e nada modifica o problema se aparecerem fissuras no intradorso do concreto, desde que as garras da armadura garantam a aderência.

3.3 O módulo de elasticidade da rocha deve ser medido "in-loco" se possível. Tem-se boa aproximação se medido em laboratório se a amostra fôr de fato representativa e se o teste fôr bem conduzido.

3.4 Neste trabalho escolheu-se a título de exemplo $E_r = 400.000 \text{ kg/cm}^2$ e $K_r = 30 \text{ kg/cm}^2$. Verifica-se que há uma sensível diminuição da tensão de intradorso para extradorso do anel de concreto: isto é, para $p_0 = 73.7 \text{ kg/cm}^2$ tem-se:

$$\frac{\sigma_{i2}}{p_0} = 0,23$$

∴ $\sigma_c = 17.0 \text{ Kg/cm}^2$, enquanto que no intradorso tem-se 30 Kg/cm^2 .

Verifica-se ainda que a taxa de trabalho dos aços comuns de Volta Redonda, nunca é alcançada.

Pelo gráfico n.º 4, com a máxima pressão, isto é, 73.7 Kg/cm^2 encontrou-se para a rocha uma tensão máxima de $33,5 \text{ Kg/cm}^2$, enquanto que a experiência acusa uma tensão de ruptura à tração de 100 Kg/cm^2 .

No último gráfico, tem-se o diagrama de pressões relacionado à espessura da armadura metálica.

Fixaram-se as espessuras comerciais e calcularam-se os valores correspondentes das pressões máximas admissíveis para cada espessura.

BIBLIOGRAFIA

- (1) BANDINI, ALFREDO. Aproveitamentos Hidroelétricos — Vol. II. São Carlos — Serviço de Publicações da Escola de Engenharia de São Carlos da U.S.P. — 1959.
- (2) VILLELA, SWAMI MARCÔNDES. Aproveitamento Hidroelétrico em Caraguatatuba com desvio do reservatório de Paraibuna. Ante-Projeto Geral do aproveitamento com estudo detalhado do túnel de alta pressão (com rocha colaborante) — Trabalho de Formatura orientado pelo Professor Dr. Alfredo Bandini — São Carlos — Serviço de publicações da Escola de Engenharia de São Carlos da U.S.P. — 1959.

SUMMARY

This work has the purpose of dimensioning the metal armour of tunnels excavated in rock in such way that part of internal pressure is transmitted to metal armour and part to the rock.

Considering relations among stresses and displacements in a isotropic pipe we have the well known Lamé's equations, which are generalized to the pipe consituted of different materials rings, and then, applied to cooperant rock tunnel.

In this generalized formulary, with specials data, that is, internal diameter, Young's coefficient of rock, etc; we could obtain diagrams to the dimensioning of metal armour and verification of all the stresses.