

A aplicação do método de Hardy Cross

Eng. José Augusto Martins

Professor Substituto da Escola Politécnica e Assistente da Faculdade de Higiene e Saúde Pública da Universidade de São Paulo.

Eng. José M. de Azevedo Netto

Professor da Faculdade de Higiene e Saúde Pública da Universidade de São Paulo — Engenheiro da Repartição de Águas e Esgotos de São Paulo.

1. Introdução

Em 1947 um dos autores, em colaboração com o Prof. Lucas Nogueira Garcez, publicou no Boletim da R.A.E. o artigo intitulado "Métodos novos para o estudo das Rêdes Hidráulicas". Era objetivo daquele trabalho a divulgação das contribuições mais recentes para a análise das rêdes hidráulicas e a apresentação do Método de Hardy Cross com as considerações técnicas indispensáveis à sua comparação com os demais processos de cálculo. Trabalho básico e fundamental não incluiu a parte de aplicação pròpriamente dita. O presente artigo objetiva completar o precedente, considerando certos aspectos práticos relativos à aplicação do método de Cross.

Uma das finalidades será a divulgação no nosso meio do ábaco de T. Francis O'Connor e sua aplicação como meio auxiliar para a análise de uma rêde de água pelo método de Cross. Serão também incluídos além de detalhes relativos ao emprego daquele método, um exemplo de cálculo feito para a cidade de Ilhéus, Bahia.

2. Considerações gerais sôbre o Método de Hardy Cross

O método de Cross é um processo de tentativas diretas: os ajustes feitos sôbre os valores prèviamente admitidos ou adotados são computados e, portanto, controlados. Nessas condições a convergência dos erros é rápida, obtendo-se quasi sempre uma precisão satisfatória nos resultados após apenas três tentativas.

Para a sua aplicação ao estudo das grandes rêdes, sempre que houver conveniência as cidades poderão ser divididas em setores. Além disso podem-se reduzir as rêdes hidráulicas aos seus elementos principais, de vez que as canalizações secundárias resultam da imposição de certas condições mínimas (diâmetro, velocidade ou perda de carga).

Embora sejam duas as modalidades segundo as quais o método pode ser aplicado, comumente se adota o ajustamento das vazões, modalidade esta que será considerada neste trabalho.

O seu emprêgo compreende o seguinte:

- a. Pressupõe-se ou admite-se inicialmente uma certa distribuição de vazões para o sistema a ser estudado;

- b. Calcula-se para cada canalização a perda de carga h_f tomando-se em consideração o sinal. Essa perda de carga ao longo de uma canalização pode ser expressa pela seguinte fórmula geral:

$$h_f = r Q^n$$

- c. Determina-se a perda de carga total em cada circuito fechado:

$$\Sigma h_f = \Sigma r Q^n$$

- d. Obtem-se em cada circuito fechado a soma das quantidades

$$n r Q^{n-1}$$

quantidades estas que serão designadas por "R":

$$R = n r Q^{n-1}$$

- e. Ajusta-se a vazão em cada circuito somando-se ou subtraindo-se das vazões admitidas a correção Δ calculada pela expressão:

$$\Delta = \frac{\Sigma r Q^n}{\Sigma n r Q^{n-1}}$$

Essa expressão é obtida pelo seguinte raciocínio:

Se a distribuição de vazões adotadas de início fôsse exata a correção a ser feita em cada circuito seria nula:

$$\Sigma r Q^n = 0$$

No caso contrário a vazão deverá ser "ajustada" ou corrigida no circuito, podendo-se escrever para cada uma das suas canalizações

$$Q = Q_0 + \Delta$$

na qual Q_0 é a vazão adotada inicialmente. E ainda:

$$r Q^n = r (Q_0 + \Delta)^n = r \left(Q_0^n + n Q_0^{n-1} \Delta + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} Q_0^{n-2} \Delta^2 + \dots \right)$$

O valor de Δ sendo pequeno, comparado a Q_0 , todos os termos que contenham Δ elevados a uma potência igual ou superior a 2 serão desprezados. Obtem-se então:

$$\Sigma r Q^n = \Sigma r \left[Q_0^n + n Q_0^{n-1} \Delta \right] = 0$$

ou seja:

$$\Delta = - \frac{\Sigma r Q_0^n}{\Sigma n r Q_0^{n-1}}$$

podendo-se ainda escrever com a nomenclatura usada,

$$\Delta = - \frac{\Sigma h_f}{\Sigma R}$$

Se o valor de Δ for grande em face de Q_0 , sendo n maior do que a unidade, evidentemente a aproximação não será boa; isto contudo não prejudicará o processo uma vez que com as correções a serem feitas, o erro irá diminuindo progressivamente com uma convergência relativamente rápida;

- f. Recalculam-se as perdas de carga em cada circuito, determina-se a nova correção para as vazões;
- g. Repete-se o processo até que seja obtida a precisão desejada.

3. O emprêgo da fórmula de Hazen-Williams

Aplicando-se o método de Cross à análise das canalizações mais importantes de uma rede de abastecimento, é conveniente o emprêgo de uma fórmula de resistência suficientemente precisa.

Será por isso adotada a fórmula de Hazen-Williams:

$$V = 0,355 C D^{0,63} J^{0,54}$$

sendo V a velocidade em metros por segundo, D o diâmetro dos tubos em metros, J a perda de carga unitária (por metro de canalização) e C um coeficiente que depende do material de que é feito o conduto, da natureza interna das suas paredes, da idade da tubulação, etc.

Da substituição dessa fórmula na equação da continuidade (equação fundamental do movimento permanente),

$$Q = S V = \frac{\pi D^2}{4} V$$

na qual S é a secção de escoamento em metros quadrados e Q a vazão em metros cúbicos por segundo, resulta:

$$Q = 0,2785 C D^{2,63} J^{0,54}$$

expressão da qual se obtém:

$$J = \frac{Q^{1,85}}{(0,2785 C)^{1,85} D^{4,87}}$$

A perda de carga total h_f para o comprimento L de canalização será:

$$h_f = J L = \frac{1}{(0,2785 C)^{1,85}} \cdot \frac{L}{D^{4,87}} \cdot Q^{1,85}$$

podendo-se escrever:

$$h_f = r Q^n$$

4. Simplificações introduzidas. O ábaco de O'Connor

Partindo-se da expressão de Δ :

$$\Delta = - \frac{\sum r Q_o^n}{\sum n r Q_o^{n-1}}$$

têm-se:

$$\sum n r Q_o^{n-1} = \frac{\sum n r Q_o^n}{Q_o}$$

e como

$$r Q_o^n = h_f$$

$$\sum n r Q_o^{n-1} = \frac{\sum n h_f}{\sum Q_o}$$

Sendo n constante, o valor de Δ tornar-se-á:

$$\Delta = - \frac{\sum r Q_0^n}{\sum n r Q_0^{n-1}} = - \frac{\sum h_f}{\sum n \frac{h_f}{Q_0}}$$

ou ainda, com o emprêgo da fórmula de Hazen-Williams, para a qual $n = 1,85$:

$$\Delta = - \frac{\sum h_f}{\sum 1,85 \frac{h_f}{Q_0}}$$

O ábaco de T. Francis O' Connor, obtido com o emprêgo da fórmula de Hazen-Williams facilita bastante a aplicação do método de Hardy Cross: os valores de h_f e de $1,85 \frac{h_f}{Q} = n \frac{h_f}{Q}$ são obtidos diretamente no ábaco para canalizações de determinado diâmetro.

As canalizações que tiverem diâmetro diferente daquele que foi adotado para a confecção do ábaco serão convertidas em canalizações equivalentes de diâmetro idêntico ao adotado no nomograma. Para isso basta multiplicar os seus comprimentos reais por fatores adequados.

O nomograma de O' Connor foi originalmente publicado nos Estados Unidos em unidades Americanas. Para a sua aplicação entre nós êsse ábaco será recalculado e apresentado em unidades do sistema métrico.

5. Equações a serem representadas

Retomando-se a expressão de Hazen-Williams sob a forma já vista,

$$h_f = J L = \frac{1}{(0,2785 C)^{1,85}} \cdot \frac{L}{D^{4,87}} \cdot Q^{1,85}$$

e adotando-se para C o valor 100, uma vez que se tem em vista o cálculo de canalizações principais, de diâmetros relativamente grandes, para os quais êsse valor corresponde aproximadamente a uma vida media compreendida entre 15 e 20 anos, obtem-se:

$$h_f = 0,002124 \frac{L}{D^{4,87}} \cdot Q^{1,85}$$

Para o cálculo do ábaco será adotado o diâmetro de 8 polegadas, admitido como mais comum nas canalizações principais às quais se aplica o método de Cross. A expressão acima ficará:

$$h_f = 4,9829 L Q^{1,85}$$

O ábaco representará essa equação e também a seguinte:

$$X = 1,85 \frac{h_f}{Q}$$

de modo que conhecidos L e Q dos diversos trechos de canalizações, obter-se-á diretamente pela simples leitura:

$$h_f \text{ e } 1,85 \frac{h_f}{Q}$$

6. Tipo de ábaco. Determinação das escalas

O ábaco de pontos alinhados, tem o aspecto indicado na figura 1 ao lado, graduando-se Q , h_f , $1,85 \frac{h_f}{Q}$ e L em escala logarítmica.

A posição dos eixos é tal que tôdas as escalas têm graduação crescente no sentido das flechas.

Inicialmente será considerada a equação

$$h_f = 4,9829 L Q^{1,85}$$

determinando-se as escalas que representam o intervalo $\log 1$ — $\log 10$ sôbre os eixos Q , h_f e L .

Sejam E_1 , E_2 e E_3 os valores dos comprimentos que representam êsse intervalo segundo os eixos Q , h_f e L respectivamente. Supondo-se representadas na figura 2 as vazões Q_1 e Q_2 , as

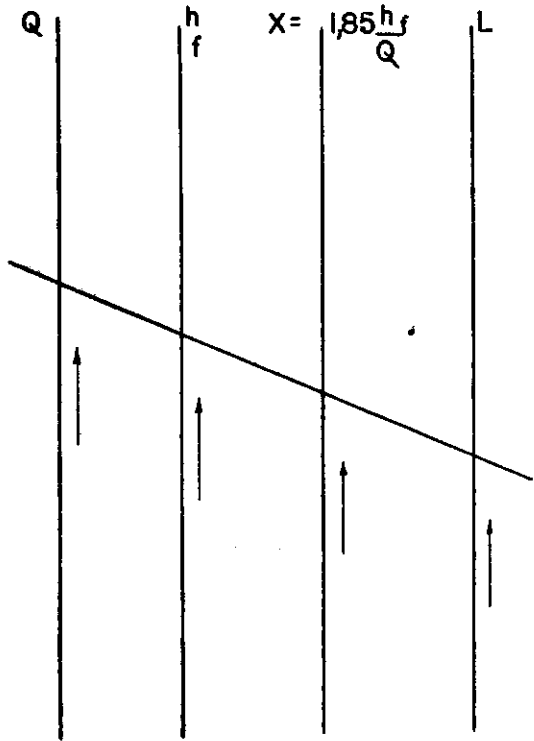


Fig. 1

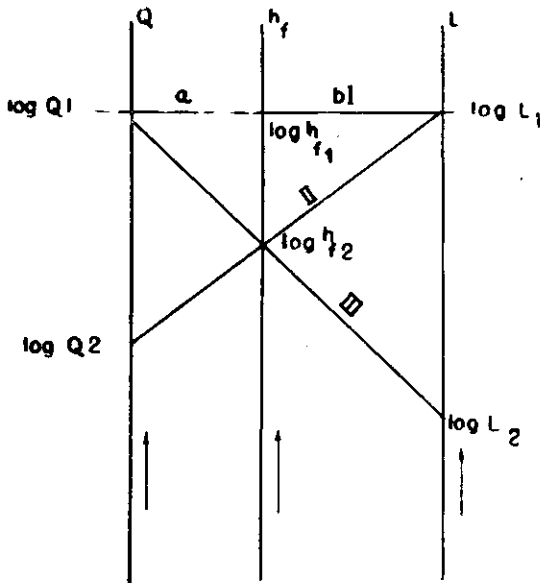


Fig 2

perdas de carga h_{f1} e h_{f2} e os comprimentos L_1 e L_2 pelos seus logaritmos decimais, nas respectivas escalas E_1 , E_2 e E_3 , evidentemente as retas I, II e III interceptam os três eixos nos pontos que representam (Q_1, h_{f1}, L_1) , (Q_1, h_{f2}, L_2) e (Q_2, h_{f2}, L_1) , os quais devem satisfazer à equação:

$$h_f = 4,9829 L Q^{1,85}$$

Chamando-se de a a distância entre os eixos Q e h_f e de b a distância entre os eixos h_f e L , tem-se por relações simples de triângulos semelhantes:

$$\begin{cases} (\log Q_1 - \log Q_2) E_1 (b) = (\log h_{f1} - \log h_{f2}) E_2 (a+b) \\ (\log h_{f1} - \log h_{f2}) E_2 (a+b) = (\log L_1 - \log L_2) E_3 (a) \end{cases}$$

Mas as retas I, II e III cortam os eixos Q , h_f e L em pontos que satisfazem a equação que vai ser representada. Portanto,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Reta I: } h_{f1} = 4,9829 L_1 Q_1^{1,85} \\ \text{Reta II: } h_{f2} = 4,9829 L_1 Q_2^{1,85} \\ \text{Reta III: } h_{f2} = 4,9829 L_2 Q_1^{1,85} \end{array} \right.$$

Fazendo-se as relações entre a primeira equação e as duas outras, se obtém:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_{f1}}{h_{f2}} = \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)^{1,85} \\ \frac{h_{f1}}{h_{f2}} = \frac{L_1}{L_2} \end{array} \right.$$

ou ainda,

$$\left\{ \begin{array}{l} (\log h_{f1} - \log h_{f2}) = 1,85 (\log Q_1 - \log Q_2) \\ (\log h_{f1} - \log h_{f2}) = (\log L_1 - \log L_2) \end{array} \right.$$

Substituindo-se êstes valores nas equações obtidas a partir das relações lineares nos triângulos semelhantes, chega-se a:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 b = 1,85 E_2 (a+b) \\ E_2 (a+b) = E_3 a \end{array} \right.$$

Este sistema de 2 equações apresenta 5 incógnitas, sendo pois, indeterminado. Para solucioná-lo serão adotados 3 valores e calculados os 2 restantes.

Para a adoção desses valores foram feitas algumas tentativas com o intuito de se conseguir um ábaco equilibrado, com dimensões finais satisfatórias, para ser desenhado em papel do padrão $21,5 \times 28,0$ cm, tendo sido finalmente adotados:

$$\begin{array}{l} a = 40 \text{ mm} \\ b = 80 \text{ mm} \\ E_3 = 69 \text{ mm} \end{array}$$

Resultam então:

$$\begin{array}{l} E_1 = 63,825 \text{ mm} \\ E_2 = 23 \text{ mm} \end{array}$$

* * *

Considerando-se agora a segunda equação a ser representada,

$$X = 1,85 \frac{h_f}{Q}$$

será determinada a distância a a que deve estar o novo eixo X e qual

deve ser a escala E_4 . É evidente que a sua posição resultará das posições já admitidas para os demais eixos, a mesma interdependência verificando-se quanto à escala E_4 . Uma única solução deverá ser encontrada.

Na figura 3 está indicada a posição dos eixos Q , h_f e X . Neste caso as escalas (comprimentos que representam o intervalo $\log 1 \text{ — } \log 10$) E_1 e E_2 sobre os eixos Q e h_f bem como a distância a entre êsses eixos são valores conhecidos. Resta determinar a escala E_4 e a distância c entre os eixos h_f e X .

Da mesma forma anteriormente vista, as retas I, II e III intercêptam os eixos nos pontos (Q_1, h_{f1}, X_1) , (Q_1, h_{f2}, X_2) e (Q_2, h_{f2}, X_1) que devem satisfazer a equação:

$$X = 1,85 \frac{h_f}{Q}$$

Analogamente ao que foi feito para a primeira equação representada serão estabelecidas relações lineares entre triângulos semelhantes, encontrando-se:

$$\begin{cases} (\log Q_1 - \log Q_2) E_1 (c) = (\log h_{f1} - \log h_{f2}) E_2 (a+c) \\ (\log h_{f1} - \log h_{f2}) E_2 (a+c) = (\log X_1 - \log X_2) E_4 (a) \end{cases}$$

e também:

$$\begin{cases} \text{Reta I} : X_1 = 1,85 \frac{h_{f1}}{Q_1} \\ \text{Reta II} : X_2 = 1,85 \frac{h_{f2}}{Q_1} \\ \text{Reta III} : X_1 = 1,85 \frac{h_{f2}}{Q_2} \end{cases}$$

Relacionando-se a primeira equação com as duas outras, encontra-se:

$$\begin{cases} \frac{X_1}{X_2} = \frac{h_{f1}}{h_{f2}} \\ 1 = \frac{h_{f1}}{h_{f2}} \cdot \frac{Q_2}{Q_1} \end{cases}$$

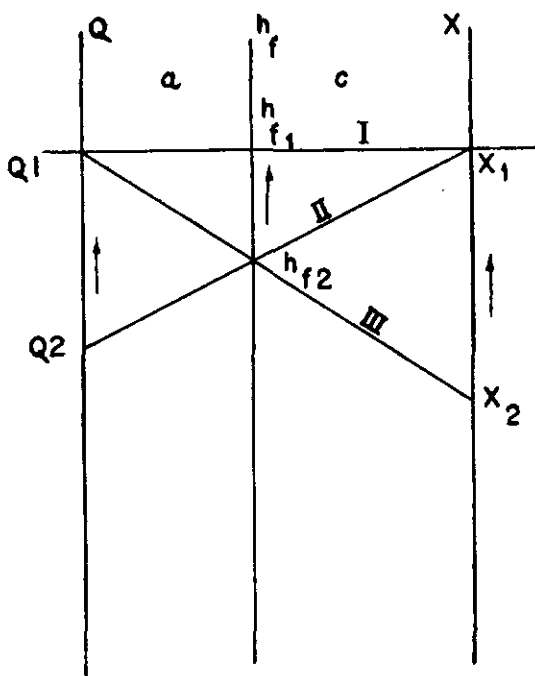


Fig 3

ou ainda,

$$\begin{cases} \log X_1 - \log X_2 = \log h_{f1} - \log h_{f2} \\ \log Q_1 - \log Q_2 = \log h_{f1} - \log h_{f2} \end{cases}$$

Estas equações substituídas naquelas que foram obtidas a partir das relações lineares entre triangulos semelhantes, levam ao sistema:

$$\begin{cases} E_1 c = E_2 (a+c) \\ E_2 (a+c) = E_4 a \end{cases}$$

sendo já conhecidos:

$$\begin{aligned} E_1 &= 63,825 \text{ mm} \\ E_2 &= 23 \text{ mm} \\ a &= 40 \text{ mm} \end{aligned}$$

e obtendo-se pela resolução do sistema:

$$\begin{aligned} E_4 &= 35,958 \text{ mm} \\ c &= 22,535 \text{ mm} \end{aligned}$$

7. Tabelas para a execução do ábaco

Em conclusão: foram obtidos os valores seguintes:

$$\begin{aligned} E_1 &= 63,825 \text{ mm} \\ E_2 &= 23 \text{ mm} \\ E_3 &= 69 \text{ mm} \\ E_4 &= 35,958 \text{ mm} \\ a &= 40 \text{ mm} \\ b &= 80 \text{ mm} \\ c &= 22,535 \text{ mm} \end{aligned}$$

Com os valores acima foram calculadas as tabelas I a IV, que serviram para o desenho do ábaco.

Para facilitar a sua utilização o eixo dos Q foi graduado em litros por segundo, unidade mais usual do que metros cubicos por segundo.

I

Q	log Q	E ₁ log Q	Q	log Q	E ₁ log Q
1,0	0,000 000	0,00	5,0	0,698 970	44,61
1,2	0,079 181	5,05	5,5	0,740 363	47,25
1,4	0,146 128	9,33	6,0	0,778 151	49,67
1,6	0,204 120	13,03	6,5	0,812 913	51,88
1,8	0,255 273	16,29	7,0	0,845 098	53,94
2,0	0,301 030	19,21	7,5	0,875 061	55,85
2,5	0,397 940	25,40	8,0	0,903 090	57,64
3,0	0,477 121	30,45	8,5	0,929 419	59,32
3,5	0,544 068	34,73	9,0	0,954 243	60,90
4,0	0,602 060	38,43	9,5	0,977 724	62,40
4,5	0,663 213	41,69	10,0	1,000 000	63,83

II

h_f	$\log h_f$	$E_2 \cdot \log h_f$	h_f	$\log h_f$	$E_2 \cdot \log h_f$
10	1,000 000	23,00	45	1,653 213	38,02
15	1,176 091	27,05	50	1,698 970	39,08
20	1,301 030	29,92	60	1,778 151	40,90
25	1,397 940	32,15	70	1,845 098	42,44
30	1,477 121	33,97	80	1,903 090	43,77
35	1,544 068	35,51	90	1,954 243	44,95
40	1,602 060	36,85	100	2,000 000	46,00

III

L	$\log L$	$E_3 \cdot \log L$	L	$\log L$	$E_3 \cdot \log L$
10	1,000 000	69,00	44	1,643 453	113,40
12	1,079 181	74,46	46	1,662 758	114,73
14	1,146 128	79,08	48	1,681 241	116,01
16	1,204 120	83,08	50	1,698 970	117,23
18	1,255 273	86,61	52	1,716 003	118,40
20	1,301 030	89,77	54	1,732 394	119,54
22	1,342 423	92,70	56	1,748 188	120,62
24	1,380 211	95,23	58	1,763 428	121,68
26	1,414 973	97,63	60	1,778 151	122,69
28	1,447 158	99,85	65	1,812 913	125,09
30	1,477 121	101,92	70	1,845 098	127,31
32	1,505 150	103,86	75	1,875 061	129,38
34	1,531 479	105,67	80	1,903 090	131,31
36	1,556 303	107,38	85	1,929 419	133,13
38	1,579 784	109,01	90	1,954 243	134,84
40	1,602 060	110,54	95	1,977 724	136,46
42	1,623 249	112,00	100	2,000 000	138,00

IV

X	$\log X$	$E_4 \log X$	X	$\log X$	$E_4 \log X$
1,0	0,000 000	0,00	5,0	0,698 970	25,13
1,2	0,079 181	2,85	5,5	0,740 363	26,62
1,4	0,146 128	5,25	6,0	0,778 151	27,98
1,6	0,204 120	7,34	6,5	0,812 913	29,23
1,8	0,255 273	9,18	7,0	0,845 098	30,39
2,0	0,301 030	10,82	7,5	0,875 061	31,47
2,5	0,397 940	14,30	8,0	0,903 090	32,47
3,0	0,477 121	17,16	8,5	0,929 419	33,42
3,5	0,544 066	19,56	9,0	0,954 243	34,31
4,0	0,602 060	21,65	9,5	0,977 724	35,16
4,5	0,653 213	23,49	10,0	1,000 000	35,96

8. *Determinação de fatores para levar em conta valores quaisquer de C*

Como o ábaco foi calculado para valores de $C = 100$ é necessário de terminar fatores pelos quais se deve multiplicar a perda de carga total h_f sempre que o valor da constante for diferente daquele adotado.

Assim, para um conduto de diâmetro D , comprimento L , com uma vazão Q e para o qual o coeficiente de rugosidade é C , a perda de carga total será dada por:

$$h_r = \frac{1}{(0,2785 C)^{1,85}} \cdot \frac{L}{D^{4,87}} Q^{1,85}$$

(fórmula já considerada no item 3)

Para um conduto de mesmo diâmetro D , comprimento idêntico L , no qual circule a mesma vazão Q , mas em condições tais que o coeficiente de rugosidade não seja C mas sim C_1 , a perda de carga total será dada por:

$$h_{r1} = \frac{1}{(0,2785 C_1)^{1,85}} \cdot \frac{L}{D^{4,87}} Q^{1,85}$$

Dividindo-se as duas equações uma pela outra, obtêm-se:

$$\frac{h_r}{h_{r1}} = \left(\frac{C_1}{C} \right)^{1,85}$$

ou,

$$h_{r1} = \left(\frac{C}{C_1} \right)^{1,85} h_r$$

d'onde o valor do fator que se procura.

Fazendo-se $C = 100$ e tomando-se valores sucessivos para C_1 determinam-se os fatores que se encontram na tabela abaixo:

V — FATORES DE CORREÇÃO PARA C

Valores de C_1	Fator $\left(\frac{100}{C_1} \right)^{1,85}$
140	0,536
130	0,615
120	0,713
110	0,838
100	1,00
90	1,22
80	1,51
70	1,94
60	2,58
50	3,62
40	5,46

9. Fatores de conversão para canalizações de diâmetros quaisquer

Tendo sido executado o ábaco para canalizações de 8", torna-se indispensável calcular uma nova tabela de fatores de conversão tais que permitam o emprêgo generalizado do nomograma.

Neste caso entende-se por fator de conversão o valor pelo qual se deve multiplicar o comprimento L de uma canalização de diâmetro

qualquer D para que se obtenha o comprimento L_1 de uma canalização de 8" que seja equivalente à canalização dada (isto é que seja capaz de conduzir a mesma quantidade de água sob a mesma perda de carga total).

Considerando-se dois condutos com o mesmo coeficiente de rugosidade C, o primeiro de diâmetro D e comprimento L, transportando uma vazão Q terá por perda de carga total:

$$h_f = \frac{1}{(0,2785 C)^{1,85}} \cdot \frac{L}{D^{4,87}} \cdot Q^{1,85}$$

O segundo conduto, de diâmetro D_1 para que seja equivalente ao primeiro, éle deverá ter um comprimento L_1 que satisfaça à equação:

$$h_f = \frac{1}{(0,2785 C)^{1,85}} \cdot \frac{L_1}{D_1^{4,87}} \cdot Q^{1,85}$$

Fazendo-se a relação entre essas duas equações obter-se-á:

$$1 = \frac{L}{L_1} \left(\frac{D_1}{D} \right)^{4,87}$$

ou

$$L_1 = \left(\frac{D_1}{D} \right)^{4,87} \cdot L$$

Sendo $D_1 = 8''$ encontram-se os seguintes valores para os fatores de conversão:

VI — FATORES DE CONVERSÃO PARA CANALIZAÇÕES EQUIVALENTES, DE 8''

Diâmetro pol.	Fator	Diâmetro pol.	Fator	Diâmetro pol.	Fator
2''	850	10''	0,340	24''	0,004 8
3	120	12	0,140	30	0,001 6
4	29	14	0,066	36	0,000 66
5	9,9	16	0,034	42	0,000 31
6	4,06	18	0,020	48	0,000 16
8	1,00	20	0,012	54	0,000 092

10. Determinação dos comprimentos de condutos equivalentes a condutos dados, com o auxílio das tabelas V e VI

Serão considerados os dois casos possíveis que se apresentam na prática, indicando-se para cada um como se obtém o comprimento da canalização equivalente.

1.º caso: Seja uma canalização constituída de dois trechos em série, um com 180 m de comprimento e 6" de diâmetro e outro com 380 m de comprimento e 12" de diâmetro. Será admitido o mesmo coeficiente de rugosidade para ambos os trechos, e igual a 100 ($C = 100$).

Os fatores de conversão dados pela tabela VI são:

Canalização de 6"	4,06
Canalização de 12"	0,14

O comprimento da canalização equivalente de 8" será portanto:

$$180 \times 4,06 + 380 \times 0,14 = 784 \text{ m}$$

2.º caso: Seja agora uma outra canalização em série, compreendendo também dois trechos, um de 180 m de comprimento e 6" de diâmetro e para o qual o coeficiente de rugosidade $C = 90$; o outro com 380 m de extensão, 12" de diâmetro e coeficiente $C = 110$.

Os fatores de conversão apresentados na tabela V são:

$C = 90$	1,22
$C = 110$	0,838

Na tabela VI encontram-se:

Canalização de 6"	4,06
Canalização de 12"	0,14

Nessas condições o comprimento da canalização equivalente de 8" e com um coeficiente de rugosidade $C = 100$ será:

$$180 \times 4,06 \times 1,22 + 380 \times 0,14 \times 0,838 = 936 \text{ m}$$

11. *Aplicação do método de Hardy Cross ao cálculo das rêdes de abastecimento*

A seguir serão resumidas as várias fases do trabalho:

a) *Considerações gerais:* O método de Cross não se destina ao estudo das rêdes tipicamente ramificadas. Bem ao contrário, êle está intimamente ligado à uma nova concepção dos sistemas distribuidores: A distribuição por anel, que se caracteriza por uma flexibilidade muito maior, bem como por uma distribuição mais equilibrada das pressões.

Também não se emprega o método para a investigação das canalizações secundárias, as quais resultam simplesmente de certas condições mínimas estabelecidas para as rêdes;

b) *Traçado dos aneis:* No traçado dos aneis ou circuitos deve-se ter em vista uma boa distribuição com relação às áreas a serem abastecidas e aos seus consumos. As linhas são orientadas pelos pontos de maior consumo, pelos centros de massa e são influenciadas por vários fatores: demandas de incêndio (localizadas), instalações portuárias, vias principais, condições topográficas e especialmente altimétricas, facilidades de execução, etc.;

c) *Consumo e sua distribuição:* A área a ser abastecida por um circuito é conhecida; a população pode ser estimada ou pre-

vista; estabelecendo-se a quota máxima d'água a ser abastecida determina-se o consumo, isto é, a quantidade d'água a ser suprida pelo anel. Distribue-se essa quantidade em várias parcelas ao longo do anel, estabelecendo-se pontos de solicitação com demandas uniformes ou diferentes, conforme o caso (particularidades locais e conveniências do projeto). Tais pontos de demanda devem ser marcados tendo-se em vista o traçado das ruas, de modo a permitir a execução precisa das tomadas — derivações — tais como projetadas;

- d) *Anotações nos trechos:* Medem-se as distâncias entre as tomadas, marcam-se as quantidades d'água a serem supridas e o sentido imaginado para o escoamento nos diversos trechos. Este sentido será verificado ou corrigido com a análise;
- e) *Condições a que devem satisfazer as canalizações:* Fixa-se uma das seguintes condições comuns aos projetos de rêsdes de distribuição:
 - i) Velocidade máxima nas canalizações, de acôrdo com os respectivos diâmetros comerciais;
 - ii) Perda de carga unitária máxima, tolerada na rêsde;
 - iii) Pressões disponíveis mínimas em pontos ao longo da rêsde.

De qualquer uma destas condições resultará uma indicação para os diâmetros das canalizações. Com a análise, tais diâmetros poderão ser alterados ou corrigidos;

- f) *Cálculos:* Os elementos mencionados nos itens anteriores permitem a organização de um quadro de cálculo semelhante ao que será apresentado no exemplo seguinte. Os resultados finais dão ao engenheiro uma idéia do seu acerto inicial ou do contrário...

12. Exemplo prático

Como exemplo de aplicação prática do método de Hardy Cross com as simplificações consideradas neste trabalho, será estudada a rêsde de abastecimento d'água projetada para a zona baixa da cidade de Ilhéus, Bahia (*).

Para aquela cidade foram projetados dois aneis de abastecimento, interligados, um destinado a suprir a denominada "Cidade Velha", mais densamente construída e povoada; outro para a distribuição na "Cidade Nova". Dêste segundo circuito partirá uma linha importante destinada a suprir futuramente um dos bairros previstos para expansão da cidade ("Malhado", com 17 litros/seg.).

Do levantamento topográfico cadastral da cidade e do recenseamento realizado obtiveram-se os seguintes dados relativos aqueles distritos:

(*) Projeto feito para o "Serviço Especial de Saúde Pública" pelos engenheiros Edmund P. Sellner, José M. de Azevedo Netto e Walter R. Sanches, 1950.

DADOS ATUAIS

	Cidade Velha	Cidade Nova
Área, km ²	0,35	0,36
Extensão de ruas, km	9,405	6,956
Ruas, km/km ²	26,8	19,3
N.º de prédios	1.126	441
Prédios/km ²	3.040	1.200
Testada atual, m	16,7	31,6
Habitantes/predio ...	5,6	6,3
População	6.305	2.778
Habitantes/km ²	18.100	7.720

Foram feitas as seguintes estimativas e previsões:

DADOS FUTUROS:

	Cidade Velha	Cidade Nova
Testada futura, m ...	16	17
N.º de prédios	1.175	820
Habitantes/predio ...	6	6
População futura	7.050	4.920
Hab./m.l. (futuro) ...	0,75	0,70
Hab/km ² (futuro) ...	20.100	13.700

Partindo-se desses dados, de uma quota per capita de 150 litros por dia, e de um coeficiente relativo à vazão máxima igual a 1,5, chegou-se às vazões seguintes, para dimensionamento:

Anel I (Cidade Nova) ...	12,8 litros/seg.
Anel II (Cidade Velha) ...	18,4 "

Os dois circuitos foram convenientemente traçados em um mapa da cidade. Em determinados cruzamentos de ruas foram estabelecidas as tomadas, de maneira a perfazer as vazões totais fixadas para as áreas servidas.

O cálculo foi feito com o emprêgo do nomograma de O'Connor e das tabelas já apresentadas, o que facilitou sobremaneira a determinação das correções Δ . O quadro, incluindo tôdas as operações, foi organizado como segue:

Para tôdas as canalizações foi adotado um coeficiente de rugosidade igual a 100. Em seguida foram obtidos para as canalizações cujos diâmetros eram diferentes de 8" os comprimentos equivalentes em termos de canalização desse diâmetro:

Inicialmente foi suposta a distribuição de vazões apresentada na coluna Q_0 . Entrando-se no ábaco com os comprimentos equivalentes e as vazões Q_0 obtiveram-se os valores de h_{f_0} e $1,85 \frac{h_{f_0}}{Q_0}$ com os quais se calculou a expressão:

$$\Delta_0 = - \frac{\sum h_{f_0}}{\sum 1,85 \frac{h_{f_0}}{Q_0}}$$

Convem mencionar que para se obter Δ_0 em litros por segundo é necessário dividir por 1.000 o termo $\sum 1,85 \frac{h_{f0}}{Q_0}$ devido as unidades que figuram no ábaco.

Obtida a correção Δ_0 foram calculadas as vazões corrigidas Q_1 , ... e assim por diante.

E' interessante observar a rápida convergência dos erros: Para o primeiro circuito êles foram consecutivamente: -1,60, 0,29 e 0,00 e, para o segundo: +1,57, -0,34 e -0,03.

Com base nos sinais obtidos para os valores de Q_3 pode-se indicar nos dois anéis o sentido da circulação da água.

As vantagens que as simplificações e o emprego do ábaco trazem ao processo podem ser avaliadas mencionando-se que para o cálculo feito originalmente sem o ábaco e sem as tabelas foram necessárias 10 horas-homens, ao passo que posteriormente, com aqueles recursos, todo o cálculo foi exectuado em menos de 2 horas-homens.

Os autores agradecem aos senhores Oscar Mendes e Ary D. Rosa pela execução dos ábacos e desenhos anexos.

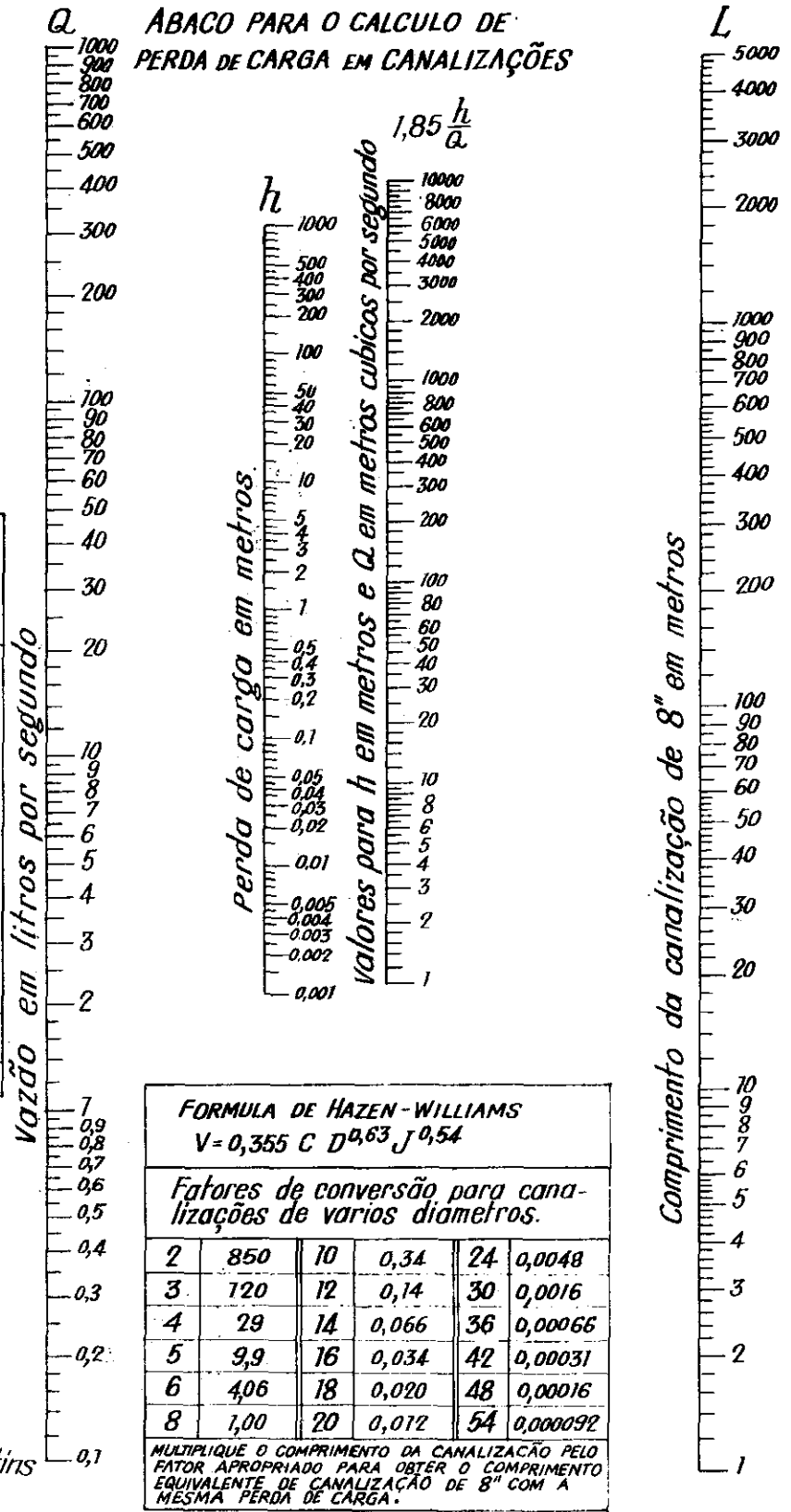
REFERÊNCIAS

- HARDY CROSS, Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors, Engineering Experimental Station, University of Illinois, Bulletin 286, November, 1936.
- J. J. DOLAND, Simplified Analysis of Flow in Water Distribution System, Engineering News-Record, Vol. 117, pp. 475-477, Oct. 1, 1936.
- G. M. FAIR, Analyzing Flow in Pipe Networks, Engineering News-Record, Vol. 120, p. 342, March 3, 1938.
- E. R. DODGE, Diagrams for Use with Cross Method Simplifies Solution of Flow Networks, Civil Engineering, pp. 350-351, May, 1938.
- C. K. HURST, Distribution System Analysis in Edmonton, Journal of the American Water Works Association, Vol. 32, pp. 2.038-2.051, Dec., 1940.
- W. E. HOWLAND, F. FARR Jr., Balancing Head Losses in a Pipe Network, Engineering News-Record, Vol. 126, p. 330, Feb. 1941.
- G. FARNSWORTH, A. ROSSANO Jr., Application of the Hardy Cross Method to Distribution System Problems, Journal of the American Water Works Association, Vol. 33, pp. 224-233, 1941.
- G. M. FAIR, Hydraulic Investigation of Water Distribution System in Field and Office, Journal of the New England Water Works Association, 55, 271-306, June, 1941.
- GEORGE M. SLIGHT, Chart for Balancing Pipe Head Losses by the Hardy Cross Method, Engineering News Record, Vol. 128, pp. 61-62, Jan. 1942.
- W. D. HURST, N. S. BUBBIS, Application of the Hardy Cross Method to the Analysis of a large Distribution System, Journal of the American Water Works Association, Vol. 34, N.º 2, 1942.
- J. F. MUIR, Analyzing Flow from Multiple Reservoirs by the Hardy Cross Method, Engineering News Record, Vol. 128, pp. 408-409, March, 1942.
- D. R. TAYLOR, The Hardy Cross Method, Water Works and Sewerage, Reference and Data Edition, 1943.
- T. F. O CONNOR, A Rapid Method of Analyzing Flow in Water Distribution Systems based on the Theory Developed by Professor Hardy Cross, Proceedings of the Maryland-Delaware Water and Sewerage Association, pp. 61-83, 1943.
- LUCAS N. GARCEZ, J. M. AZEVEDO NETTO, Métodos Novos para o Estudo das Rêdes Hidráulicas, Boletim da R.A.E. n.º 19, Agosto de 1947.
- E. P. SELLINER, J. M. AZEVEDO NETTO, W. R. SANCHES, Saneamento de Ilhéus (Projeto), Serviço Especial de Saúde Pública, Ilhéus, Bahia, 1950.

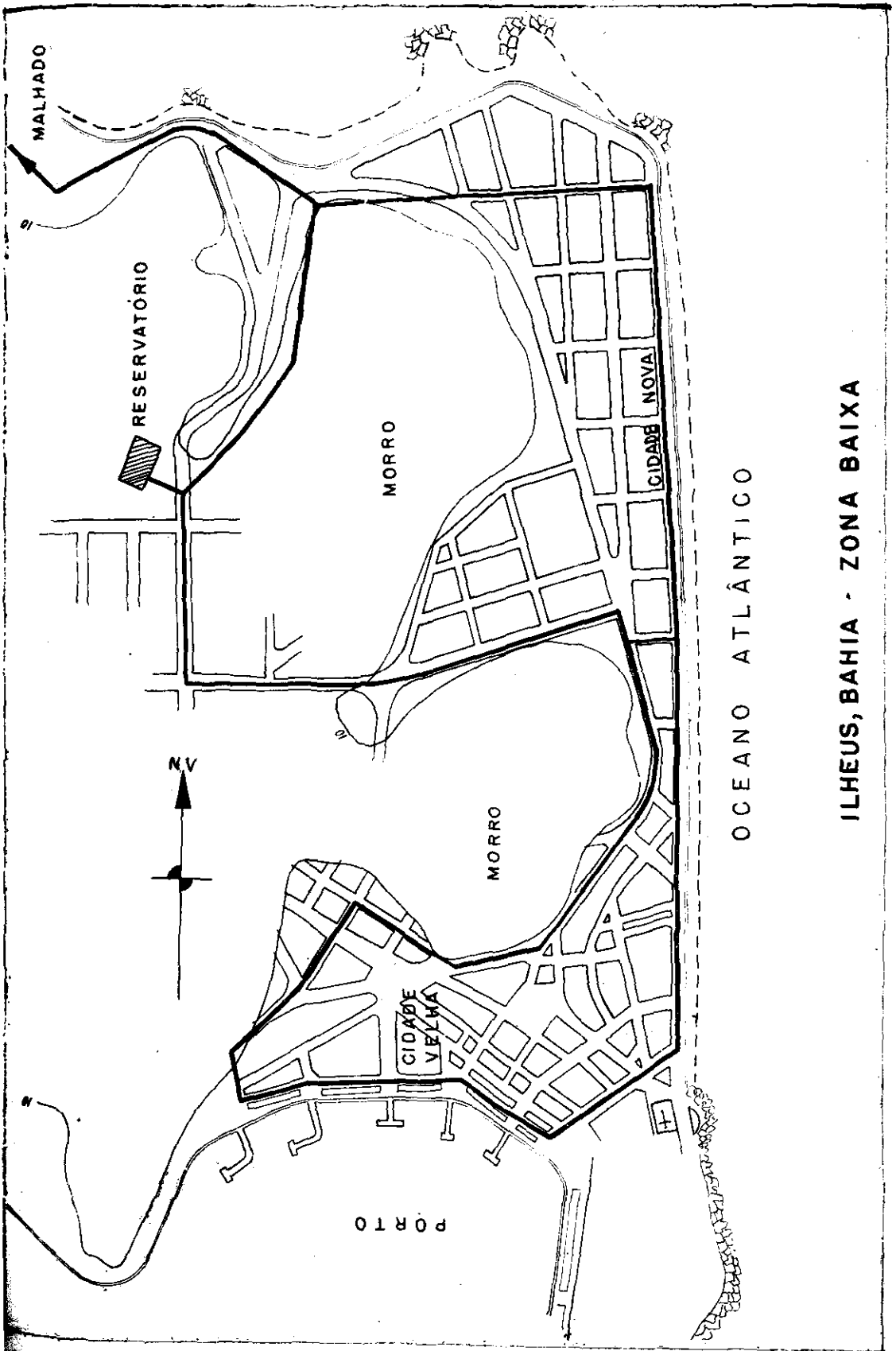
ABACO PARA O CALCULO DE PERDA DE CARGA EM CANALIZAÇÕES

FATORES PARA A PERDA DE CARGA PARA VALORES DE C	
140	0,536
130	0,615
120	0,713
110	0,838
100	1,00
90	1,22
80	1,57
70	1,94
60	2,58
50	3,62
40	5,46

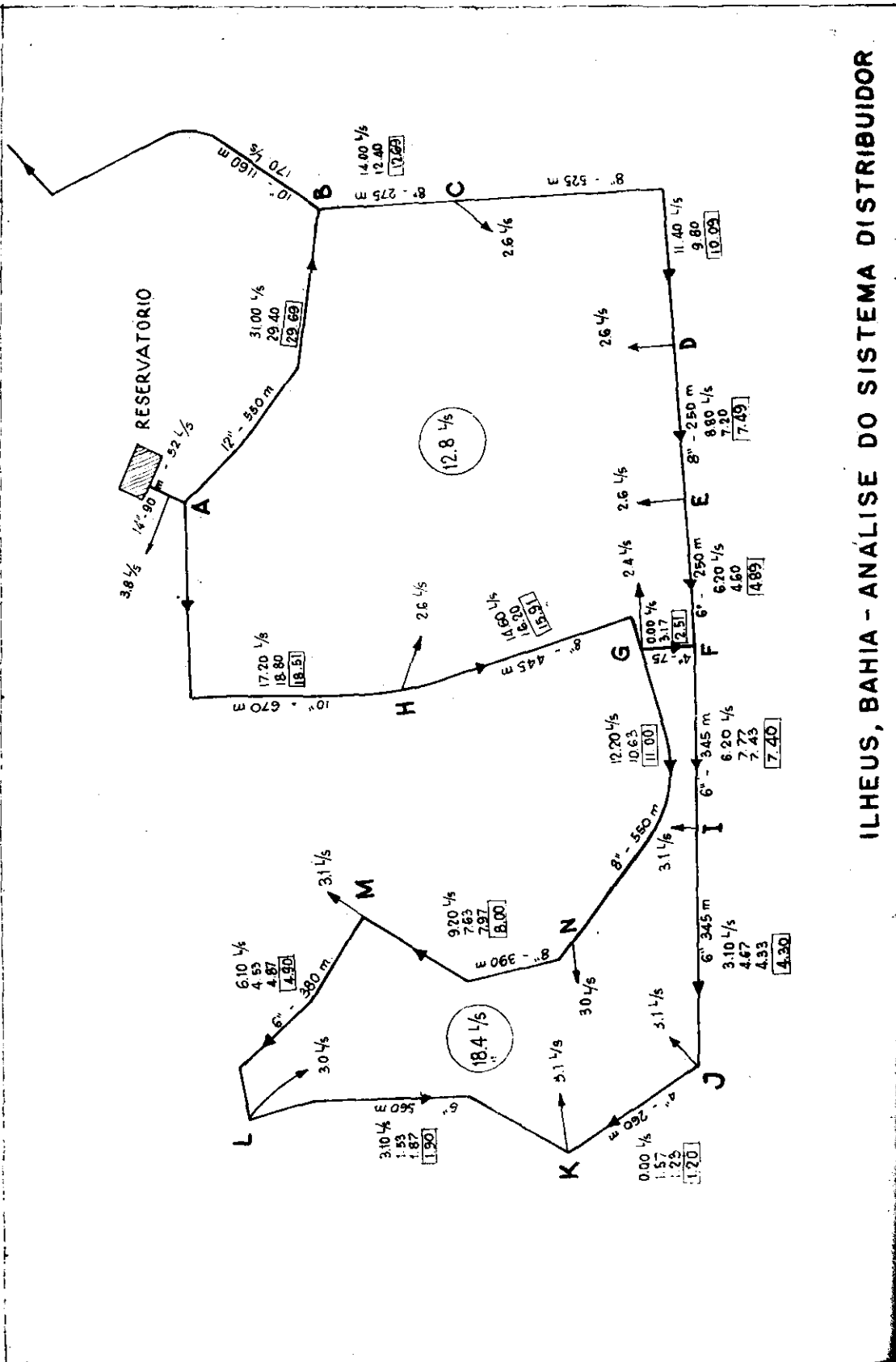
PARA A MESMA PERDA DE CARGA Q VARIA DIRETAMENTE COM C



Calculado pelo Eng. J.A. Martins
 Desenho: O Mendes



ILHEUS, BAHIA - ZONA BAIXA



ILHEUS, BAHIA - ANÁLISE DO SISTEMA DISTRIBUIDOR

Trecho	Diâmetro polegadas	Comprimento, metros	Comprimento equivalente de canalização de 8"	Vazão Q_0 1/seg	h_{f0}	$1,85 \frac{h_{f0}}{Q_0}$	Correção Δ_0	Vazão corrigida Q_1	h_{f1}	$1,85 \frac{h_{f1}}{Q_1}$	Correção Δ_1	Q_2	h_{f2}	$1,85 \frac{h_{f2}}{Q_2}$	Δ_2	Q_3
AB	12	550	77	31,0	+ 0,60	36	- 1,60	29,40	+ 0,52	35	+ 0,29	29,69	+ 0,54	35	-	26,69
BC	8	275	275	14,0	+ 0,48	66	- 1,60	12,40	+ 0,40	61	+ 0,29	12,69	+ 0,40	61	-	12,69
CD	8	525	525	11,4	+ 0,69	105	- 1,60	9,80	+ 0,49	95	+ 0,29	10,09	+ 0,53	97	-	10,09
DE	8	250	250	8,8	+ 0,19	41	- 1,60	7,20	+ 0,13	34	+ 0,29	7,49	+ 0,14	35	-	7,49
EF	6	250	1015	6,2	+ 0,40	120	- 1,60	4,60	+ 0,22	95	+ 0,29	4,89	+ 0,26	100	-	4,89
FG *	4	75	2175	0,0	-	-	- 1,57	- 3,17	- 0,23	140	+ 0,34	- 2,54	- 0,17	120	0,03	- 2,51
GH	8	445	445	- 14,6	- 0,88	110	- 1,60	- 16,20	- 1,00	120	+ 0,29	- 15,91	- 1,00	120	-	- 15,91
HA	10	670	228	- 17,2	- 0,61	66	- 1,60	- 18,80	- 0,72	73	+ 0,29	- 18,51	- 0,70	71	-	- 18,51
				Σ	+ 0,87	544		Σ	- 0,19	653			- 0,00	639		

$$\Delta_0 = - \frac{0,87}{0,544} = - 1,60 \text{ 1/seg}$$

$$\Delta_1 = + \frac{0,19}{0,653} = 0,29 \text{ 1/seg}$$

$$\Delta_2 = 0$$

FI	6	345	1401	6,2	+ 0,55	170	+ 1,57	7,77	+ 0,85	210	- 0,34	7,43	+ 0,80	200	- 0,03	7,40
IJ	6	345	1401	3,1	+ 0,16	97	+ 1,57	4,67	+ 0,32	130	- 0,34	4,33	+ 0,29	125	- 0,03	4,30
JK	4	260	7540	0,0	-	-	+ 1,57	1,57	+ 0,22	270	- 0,34	1,23	+ 0,15	220	- 0,03	1,20
KL	6	560	2275	- 3,1	- 0,25	150	+ 1,57	- 1,53	- 0,07	85	- 0,34	- 1,87	- 0,10	97	- 0,03	- 1,90
LM	6	380	1543	- 6,1	- 0,58	180	+ 1,57	- 4,53	- 0,35	140	- 0,34	- 4,87	- 0,38	150	- 0,03	- 4,90
MN	8	390	390	- 9,2	- 0,32	66	+ 1,57	- 7,63	- 0,32	56	- 0,34	- 7,97	- 0,25	58	- 0,03	- 8,00
NG	8	550	550	- 12,2	- 0,79	120	+ 1,57	- 10,63	- 0,22	105	- 0,34	- 10,97	- 0,65	110	- 0,03	- 11,00
FG *	4	75	2175	0,0	-	-	+ 1,57	3,17	+ 0,23	140	- 0,29	2,54	0,17	120	- 0,03	+ 2,51
				Σ	- 1,23	783		Σ	+ 0,38	1136			+ 0,03	1080		

$$\Delta_0 = + \frac{1,23}{0,783} = 1,57$$

$$\Delta_1 = - \frac{0,38}{1,136} = - 0,34$$

$$\Delta_2 = - \frac{0,03}{1,08} = - 0,03$$