

# Estudo da dispersão de efluentes em corpos d'água e seus efeitos na zona de mistura

**SIDNEY SECLER FERREIRA FILHO**

Professor do Depto. de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo-EPUSP

*A hipótese de mistura completa instantânea após o lançamento de afluentes em corpos d'água é, em muitas ocasiões, não verdadeira.*

*Em alguns casos, o comprimento de mistura pode ser de algumas dezenas de quilômetros. Este trabalho analisa o efeito da disposição de efluentes em corpos d'água calculando as concentrações de um determinado poluente na zona de mistura utilizando microcomputador, estando o programa à disposição dos leitores.*

A disposição de efluentes domésticos e industriais em corpos d'água tem trazido inúmeros inconvenientes nos últimos tempos e, como conseqüência, uma série de rios apresentam-se praticamente sem condições sanitárias para serem utilizados. A utilização da modelagem matemática de qualidade de água para o gerenciamento de bacias hidrográficas apresenta-se como uma ferramenta muito poderosa para que, dentro de critérios técnicos, alternativas para o seu planejamento sejam analisadas e um conjunto de atividades possam então ser propostas para que seja mantida a qualidade sanitária dos rios que compõem o sistema em questão.

Os modelos em geral utilizados são unidimensionais, ou seja, são desprezados os efeitos transversais e verticais de mistura. Tais simplificações fazem com que determinados modelos possam ser aplicados a corpos lóticos, reduzindo o número de dados necessários para a sua utilização.

Em pontos de lançamento de efluentes, a hipótese assumida por grande parte dos modelos é que haja mistura instantânea na vertical e transversal, ou seja, despreza-se o comprimento de mistura, o que na realidade não é verdadeiro.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia que permita o estudo e cálculo das concentrações de um determinado poluente na zona de mistura e, conseqüentemente, estimar a partir de qual ponto é possível a aplicação segura de modelos unidimensionais.

## METODOLOGIA

A equação de transporte de um determinado constituinte  $C$  pode ser escrita, na forma mais geral, do seguinte modo:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial X} + V \frac{\partial C}{\partial Y} + W \frac{\partial C}{\partial Z} =$$

$$= D_x \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial Z^2} + \frac{dC}{dT} \quad (1)$$

onde:

$U, V, W$  = velocidades nas direções x,y,z respectivamente ( $LT^{-1}$ );  
 $D_x, D_y, D_z$  = coeficientes de difusão nas direções x,y,z respectivamente ( $L^2T^{-1}$ );

$\frac{dC}{dT}$  = transformações físico-químicas ou biológicas que porventura pode um determinado elemento sofrer ( $ML^{-3}T^{-1}$ ).

Tratando o problema de forma unidimensional sem a presença de correntes de velocidade ( $U,V,W$  iguais a zero) e considerando que o elemento simulado comporte-se como conservativo, ou seja,  $dC/dT$  igual a zero, temos que:

$$\frac{\partial C}{\partial T} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} \quad (2)$$

Se considerarmos um tubo de dimensões infinitas e com um lançamento de massa instantâneo  $M$  num determinado ponto  $x = x_0$  a Equação (2) apresenta uma solução exata dada por:

$$C(X, T) = \frac{M}{\text{Area} \cdot \sqrt{4\pi \cdot D_x \cdot T}} \text{Exp} \left[ -\frac{(X - X_0)^2}{4 \cdot D_x \cdot T} \right] \quad (3)$$

A Figura (1) indica a evolução das curvas de  $C(X,T)$  para um lançamento em  $x_0 = 0$ .

Para diversos  $N$  lançamentos instantâneos em pontos e tempos diferentes, a solução pode ser obtida somando-se as soluções individuais, ou seja:

$$C(X,T) = \sum_{i=1}^N \frac{M(i)}{\text{Area} \cdot \sqrt{4\pi \cdot D_x \cdot (T-t_i)}} \text{Exp} \left[ -\frac{(X - X_i)^2}{4 \cdot D_x \cdot (T-t_i)} \right] \quad (4)$$

O fenômeno de dispersão de um determinado efluente num dado corpo d'água pode ser dividido em três estágios, a saber (Fischer, 1979):

No primeiro estágio, as características da descarga como velocidade e massa específica são que determinam a sua taxa de diluição. No segundo estágio processa-se a mistura do efluente na direção transversal que ocorre devido principalmente à turbulência do corpo receptor. O terceiro estágio é caracterizado pela mistura completa do efluente na direção transversal e é justamente nesta região aonde os modelos unidimensionais de qualidade de água podem ser aplicados (Figura 2).

A concentração de um dado poluente no terceiro estágio pode ser calculada fazendo-se apenas um balanço de massa entre a vazão afluente do rio e a vazão efluente e suas respectivas concentrações do elemento simulado:

$$C = \frac{Q_o \cdot C_o + Q_e \cdot C_e}{Q_o + Q_e} \quad (5)$$

onde:

- $Q_o$  = vazão do corpo receptor ( $L^3T^{-1}$ );
- $Q_e$  = vazão do efluente ( $L^3T^{-1}$ );
- $C_o$  = concentração do poluente estudado presente no corpo receptor antes do lançamento ( $ML^{-3}$ );
- $C_e$  = concentração do poluente estudado presente na vazão efluente ( $ML^{-3}$ );
- $C$  = concentração do poluente após a sua mistura completa ou seja no terceiro estágio ( $ML^{-3}$ ).

Para o cálculo das concentrações do poluente nas regiões do primeiro e segundo estágio utilizar-nos-emos da Equação (4). Para a sua aplicação façamos algumas hipóteses:

(A) A massa específica do efluente é igual à massa específica do corpo receptor. Esta hipótese é necessária para que não haja efeitos de estratificação na disposição do efluente no corpo receptor.

(B) Regime permanente, portanto, as vazões do corpo receptor e efluente são constantes com o tempo.

(C) Despreza-se o efeito da velocidade de entrada do efluente no corpo receptor.

(D) A mistura na vertical é praticamente instantânea se comparada com a transversal. Esta hipótese é verdadeira na grande maioria dos casos, se considerarmos que a altura de lâmina líquida é muito inferior à largura do corpo d'água. Assim sendo, podemos analisar o problema de forma bidimensional.

O problema a ser solucionado, portanto, é o cálculo das concentrações  $C(X,Y)$  ao longo do comprimento de mistura e também a partir de qual distância ( $L_m$ ) pode ser considerada como terceiro estágio. O sistema de coordenadas e nomenclatura que será utilizado está indicado na Figura (3). Suponhamos que um despejo seja efetuado num ponto  $Y = Y_o$  localizado ao longo da largura  $W$  do corpo receptor. Se o canal é infinitamente largo a solução, com as devidas alterações, é dada pela Equação<sup>(3)</sup>.

$$C(X,Y) = \frac{M}{U \cdot d \cdot \sqrt{4\pi \cdot E_t \cdot X/U}} \cdot \text{Exp} \left[ -\frac{(Y - Y_o)^2 \cdot U}{4 \cdot E_t \cdot X} \right] \quad (6)$$

onde:

- $M$  = produto da vazão efluente pela concentração do poluente contido no mesmo, ou seja  $M = Q_e \cdot C_e$  ( $ML^{-3}T^{-1}$ );
- $U$  = velocidade média do corpo receptor ( $LT^{-1}$ );
- $E_t$  = coeficiente de difusão transversal ( $L^2T^{-1}$ ).

No entanto, como o canal possui uma largura  $W$ , o efeito das paredes não pode ser negligenciado. Portanto, para  $Y = 0$  e  $Y = W$  necessariamente  $\partial C/\partial Y = 0$  pois não há fluxo entre os limites físicos que definem o canal. A solução, então, deve ser obtida pelo método da superposição de forma que garanta para  $Y = 0$  e  $Y = W$   $\partial C/\partial Y = 0$  Figura (4) indica a solução para um lançamento em  $X = 0$  e limites em  $X = +L$  e  $X = -L$ . Para o nosso problema, analogamente corresponderia a um lançamento em  $Y = W/2$  e limites em  $Y = 0$  e  $Y = W$ .

Se considerarmos um despejo efetuado em  $Y = Y_o$  a solução pelo método da superposição é dada por:

$$C(X,Y) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{M}{U \cdot d \cdot \sqrt{4\pi \cdot E_t \cdot X/U}} \cdot \text{Exp} \left[ -\frac{(Y - 2l - Y_o)^2 \cdot U}{4 \cdot E_t \cdot X} \right] + \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{M}{U \cdot d \cdot \sqrt{4\pi \cdot E_t \cdot X/U}} \cdot \text{Exp} \left[ -\frac{(Y - 2l - Y_o)^2 \cdot U}{4 \cdot E_t \cdot X} \right] \quad (7)$$

O valor do coeficiente de difusão transversal  $E_t$ , segundo Fischer, pode ser calculado utilizando-se as seguintes expressões:

Para canais naturais:

$$E_t = 0.6 \cdot d \cdot U^* \quad (8)$$

Para canais retangulares:

$$E_t = 0.15 \cdot d \cdot U^* \quad (9)$$

onde:

- $U^*$  = velocidade de atrito ( $LT^{-1}$ );
- $d$  = altura de lamina d'água (L).

A velocidade de atrito pode ser calculada utilizando-se a seguinte expressão:

$$U^* = \sqrt{g \cdot d \cdot S} \quad (10)$$

onde:

- $g$  = aceleração da gravidade ( $LT^{-2}$ );
- $d$  = altura de lamina d'água (L);
- $S$  = declividade do canal (L/L).

A avaliação do valor do coeficiente de difusão transversal é tarefa muito difícil. Não sendo possível obter o seu valor de forma analítica, a única alternativa é reportarmos-nos a valores experimentais. A relação  $E_t/dU^*$ , segundo Fischer, para canais naturais é da ordem de 0.6 apresentando uma variação de, aproximadamente, 50%.

A Tabela(1) apresenta alguns valores do coeficiente de difusão transversal obtidos por pesquisadores para alguns corpos d'água.

## APLICAÇÃO

Para a solução da Equação (7) foi elaborado um programa em Turbo-Basic que, para diversos pontos (X,Y) definidos pelo usuário, são calculados os valores das concentrações do poluente ao longo do comprimento de mistura. Caso o usuário deseje calcular o comprimento de mistura, basta verificar se para o comprimento longitudinal fornecido as concentrações são praticamente iguais na transversal.

Pelo fato de o programa ser relativamente extenso, iremos deixar de publicá-lo neste trabalho, estando o manual do usuário e o programa à disposição dos leitores, bastando para isso solicitá-lo ao autor através de correspondência.

Os dados necessários para a execução do programa são:

- Vazão do corpo receptor ( $m^3/s$ )
- Vazão do efluente ( $m^3/s$ )
- Concentração do poluente na vazão efluente (mg/l)
- Largura do canal (m)
- Profundidade média (m)

— Declividade do canal no trecho considerado (m/m)  
— Distância e coordenadas (X,Y) para o cálculo das concentrações C(X,Y).

— Coordenada na transversal onde o despejo é efetuado (m).

Como a concentração é calculada utilizando-se a Equação (7) e esta apresenta uma somatória de termos que compreende de  $-\alpha$  até  $+\alpha$ , o valor de C(X,Y) é estimado calculando os termos um a um até que para um determinado valor de N o termo correspondente seja menor que um dado limite. A partir de então, o programa passa a calcular a concentração num outro ponto.

### EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Suponhamos que seja necessário calcular o comprimento de mistura e as concentrações ao longo da mesma para um rio que apresente as seguintes características:

Vazão do rio = 88.0 m<sup>3</sup>/s

Vazão do despejo = 1.5 m<sup>3</sup>/s

Concentração do poluente contido no despejo = 250.0 mg/l

Largura do rio = 30.0m

Profundidade média = 1.5 m

Declividade do rio = 0.0010 m/m

Comprimento longitudinal para o cálculo = 8000.0 m

Intervalo longitudinal para o cálculo = 100.0 m

Intervalo transversal para o cálculo = 2.0 m

Ponto de lançamento do despejo = 15.0 m

Os resultados estão indicados na Figura (5) para as distâncias de 100, 500, 700, 1.000, 1.200, 1.400 e 1.700 metros.

Para um lançamento na margem do rio, os resultados estão indicados na Figura (6) para as distâncias de 100, 500, 1.000, 2.000, 4.000, 5.000 e 7.000 m. Todas as demais variáveis, exceto o ponto de lançamento do despejo na seção transversal do corpo receptor, permanecem constantes.

### CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

Os resultados indicaram que, para um lançamento na margem, o comprimento de mistura apresenta-se maior do que para um lançamento no centro do canal. Também podemos concluir, inclusive de modo intuitivo, que as concentrações do poluente estudado na zona de mistura apresenta em certos pontos uma concentração muito superior do que após sua diluição completa. Isto significa que, embora o valor comumente utilizado para definição se um determinado despejo possa ou não ser efetuado ou seja, o valor após mistura completa obtido pela Equação (5) existe uma região que apresenta concentrações muito mais elevadas. O profissional que atua no campo da engenharia sanitária tem que possuir a sensibilidade necessária para que, se pelo menos não puder prever medidas que amenizem o impacto da disposição final de efluentes em corpos d'água, ele possua o conhecimento do fenômeno e assim tenha condições de formular um conjunto de soluções para o problema.

No exemplo de aplicação temos que a concentração do poluente após mistura completa é de 4,19mg/l e pelos resultados obtidos, para um lançamento na margem, uma extensa área apresentará uma concentração cerca de três vezes maior.

Embora toda a metodologia aqui vista seja válida para um poluente conservativo, podemos, de forma conservadora, aplicá-la para um elemento não conservativo, pois o tempo de trânsito em determinados casos é extremamente curto para que se possa processar um conjunto de transformações físico-químicas e biológicas de tal forma a causar uma grande redução no seu valor. Por exemplo, a velocidade do corpo d'água no exemplo anterior é dada pela divisão da vazão pela área sendo igual a 1,98m/s.

Para um lançamento na margem temos que o comprimento de mistura é aproximadamente igual a 7.000m o que nos fornece um tempo de trânsito de aproximadamente 0,98horas, tempo relativamente curto para que haja uma diminuição significativa do seu valor. Se considerarmos que o poluente simulado no exemplo de aplicação seja DBO<sub>5,20</sub> e que este curso d'água seja Classe II verificamos que o padrão com relação a este parâmetro, para o despejo efetuado, é respeitado. No entanto uma grande região a montante da zona de mistura completa apresenta valores muito superiores ao padrão máximo permitido.

Também os profissionais responsáveis pela elaboração de coletas físico-químicas para a caracterização sanitária de determinado corpo d'água têm que ser extremamente cuidadosos para que, ao especificarem os pontos de coleta, não sejam cometidos enganos como por exemplo a escolha de um ponto para coleta situado no interior da zona de mistura que de forma nenhuma forneceria um valor confiável para fins de análise da disposição de determinado despejo no corpo receptor.

Também os usuários de modelos matemáticos de qualidade de água têm que estar atentos para a não-utilização de dados incorretos nos processos de calibragem e validação dos mesmos, também como possam definir corretamente a estrutura do modelo que deve retratar o mais fielmente possível os fenômenos que porventura estejam ocorrendo no corpo d'água.

A metodologia aqui apresentada é, evidentemente, simplificada, mas apresenta de forma resumida uma análise do problema da disposição de efluentes em corpos d'água. Para mais informações e detalhes recomenda-se a leitura da referência (1) por se tratar de livro clássico sobre o assunto e pelo fato de este artigo se basear fundamentalmente nele.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 — Fischer, H.B., E.J. List, R.C.Y. Kob, J. Imberger, N.H. Brooks (1979) *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, New York.
- 2 — U.S. Environmental Protection Agency (1985). *A Screening Procedure for Toxic and Conventional Pollutants in Surface and Ground Water (Vol. I e II)*.

### AGRADECIMENTO

Agradeço a todos os funcionários e professores do Depto. de Engenharia Hidráulica e Sanitária da Escola Politécnica da USP que ao longo do tempo têm muito me ajudado nesta jornada como engenheiro, professor e ser humano

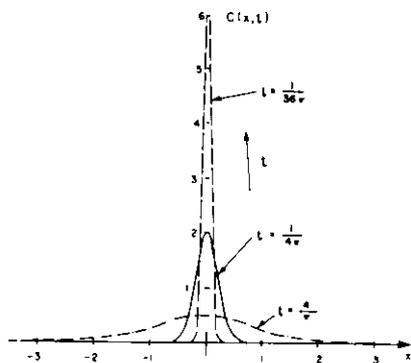
### CORRESPONDÊNCIA

Sidney Seclker Ferreira Filho  
Prédio de Engenharia Civil — Depto. de Engenharia Hidráulica e Sanitária.  
Cidade Universitária  
05508 — São Paulo — SP.

Tabela 1

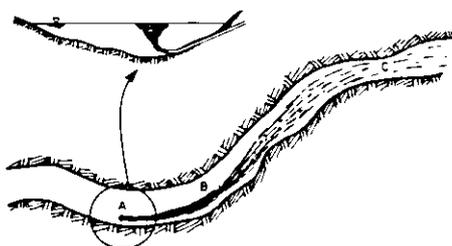
Coeficiente de difusão transversal para alguns corpos d'água				
Canal	Largura (M)	Profundidade (M)	Velocidade (M/S)	E <sub>t</sub> /d.U*
Rio Missouri	200.0	2.7	1.75	0.6
Rio Mackenzie	1240.0	6.7	1.77	3.4
Rio Potomac	350.0	0.73-1.74	0.29-0.58	0.52-0.65
Rio Ijssel	69.5	4.0	0.96	0.51

**Figura 1**  
Curvas de  $(C, X, T)$  para um lançamento em  $X_0 = 0$



Extraído da referência (1)

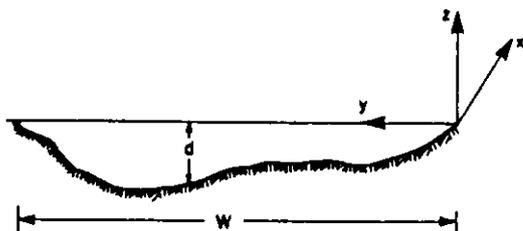
**Figura 2**  
Estágios da mistura de um efluente num corpo d'água



Trecho (A) : Primeiro Estágio  
Trecho (B) : Segundo Estágio  
Trecho (C) : Terceiro Estágio

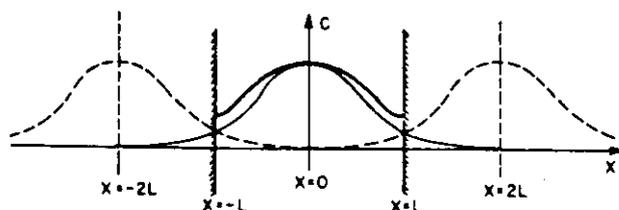
Extraído da referência (1)

**Figura 3**  
Definição de símbolos e sistemas de coordenadas



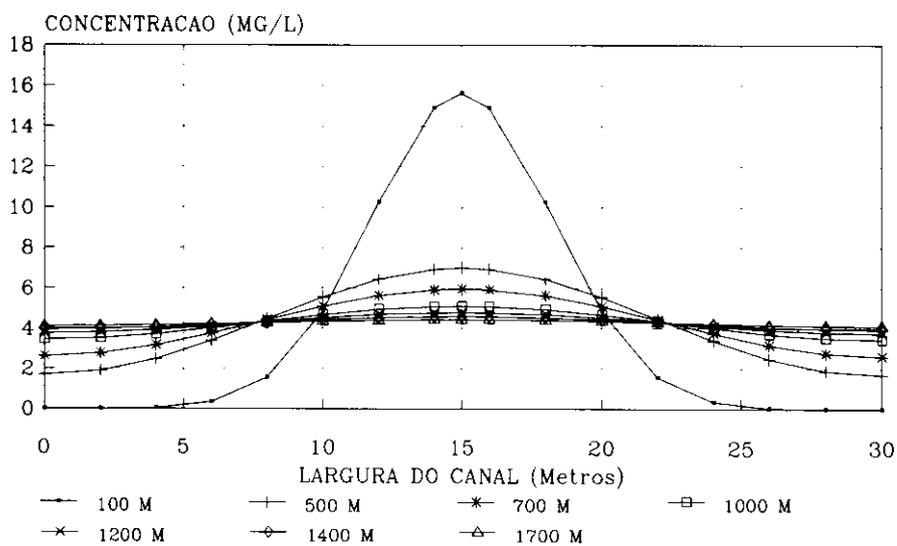
Extraído da referência (1)

**Figura 4**  
Método da Superposição para Limites em  $X = -L$  e  $X = L$



Extraído da referência (1)

**Figura 5**  
Lançamento no centro do canal



**Figura 6**  
Lançamento na margem do canal

