

# Projeto do aqueduto de concreto armado para a adutora superior do Rio Claro

*Antonio Luiz Ippolito*

Eng.<sup>o</sup> Ajudante da 3.<sup>a</sup> Secção Técnica

No Boletim n.º 6 foi publicado nosso artigo sob o título «ESTUDO SOBRE AQUEDUTO DE CONCRETO ARMADO APOIADO SOBRE BASE COMPRESSIVEL».

Fiel à nossa promessa, publicamos neste número a parte prática relativa a êsse estudo, apresentando um projeto de aqueduto.

Outrossim, tendo saído o artigo anterior com apreciavel número de erros, resolvemos anexar no fim do presente trabalho, a respectiva *errata*, para a qual solicitamos a preciosa atenção dos leitores interessados no assunto.

## SÚMARIO

### Introdução

- A — Tipos de aquedutos.**
- B — Cargas solicitantes.**
- C — Hipóteses mais desfavoráveis de carga.**
- D — Estudo geral do projeto.**

### Primeira Parte

#### Estudo preliminar

##### A — Dados e especificações

- 1 — Cargas.
- 2 — Condições hidráulicas.
- 3 — Condições técnicas:
  - a) Secção do aqueduto.
  - b) Espessura das lages.
  - c) Armaduras.
- 4 — Especificações:
  - a) Pesos especificados.
  - b) Taxas de trabalho.
  - c) Coeficientes.

##### B — Estabelecimento inicial das dimensões do aqueduto

- 1 — Dimensões internas.
- 2 — Espessuras das lages.
- 3 — Esquema geral da secção do aqueduto.
- 4 — Elementos do quadro rígido.

**C — Cálculos preliminares**

- 1 — Resumo dos dados.
- 2 — Funções das dimensões.
- 3 — Cálculo dos momentos de inércia e suas funções:
  - a) Momentos de inércia.
  - b) Relações  $S$
  - c) Fatores  $Q$
  - d) Fator  $\Delta$
- 4 — Cálculo de  $\epsilon$  e de todas as suas funções:
  - a) Valor de  $\epsilon$
  - b) Fatores  $K$
  - c) Fator  $v$  e suas funções.
  - d) Fatores  $n$
  - e) Fatores  $r$  e  $s$
  - f) Valor de  $\alpha$
  - g) Fatores  $z$
  - h) Funções de  $z$

**Segunda Parte**

**Determinação dos esforços**

**A — Esforços devidos às cargas permanentes (Valores  $\alpha$ )**

- 1 — Considerações preliminares.
- 2 — Cálculo das cargas e suas funções:
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cargas.
  - c) Funções das cargas.
- 3 — Determinação das incógnitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$ :
  - a) — Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) — Cálculo dos momentos.
  - c) — Verificação.
- 4 — Cálculo das forças cortantes:
- 5 — Determinação das constantes de integração:
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cálculos preliminares.
  - c) Cálculo das constantes de integração.
  - d) Verificações.
- 6 — Determinação dos momentos nos pontos intermediários:
  - a) Na lage horizontal superior.
  - b) Na lage vertical.
  - c) Na lage horizontal inferior.
- 7 — Determinação dos pontos de momento nulo:
  - a) Na lage horizontal superior.
  - b) Na lage horizontal inferior.
- 8 — Determinação dos momentos máximos:
  - a) Na lage superior.
  - b) Na lage inferior.
- 9 — Resultados finais:
  - a) Quadro geral dos momentos.
  - b) Diagrama dos momentos.

**B — Esforços devidos à sobrecarga eventual (Valores  $\beta$ )**

- 1 — Considerações preliminares.
- 2 — Cálculo das cargas e suas funções.

- 3 — Determinação das incógnitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$ :
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cálculo dos momentos.
  - c) Verificação.
- 4 — Cálculo das forças cortantes.
- 5 — Determinação das constantes de integração:
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cálculos preliminares.
  - c) Cálculo das constantes de integração.
  - d) Verificações.
- 6 — Determinação dos momentos nos pontos intermediários:
  - a) Na lage horizontal superior.
  - b) Na lage vertical.
  - c) Na lage horizontal inferior.
- 7 — Determinação dos pontos de momento nulo:
  - a) Na lage superior.
  - b) Na lage inferior.
- 8 — Determinação dos momentos máximos:
  - a) Na lage superior.
  - b) Na lage inferior.
- 9 — Resultados finais:
  - a) Quadro geral dos momentos.
  - b) Diagrama dos momentos.

**C — Esforços devidos à pressão hidrostática interior (valores  $\gamma$ )**

- 1 — Considerações preliminares.
- 2 — Cálculo das cargas e suas funções:
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cargas.
  - c) Funções das cargas.
- 3 — Determinação das incógnitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$ :
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cálculo dos momentos.
  - c) Verificação.
- 4 — Cálculo das forças cortantes e verificações.
- 5 — Determinação dos momentos nos pontos intermediários:
  - a) Nas lages horizontais.
  - b) Na lage vertical.
- 6 — Determinação dos pontos de momento nulo.
- 7 — Determinação do momento máximo.
- 8 — Resultados finais:
  - a) Quadro geral dos momentos.
  - b) Diagrama dos momentos.

**D — Esforços devidos ao empuxo horizontal da terra (Valores  $\delta$ )**

- 1 — Considerações preliminares.
- 2 — Cálculo das cargas e suas funções:
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cálculo do empuxo total  $E_t$ .
  - c) Determinação gráfica do empuxo.
  - d) Cargas unitárias.
  - e) Pressão total e momentos nas bases.
- 3 — Determinação das incógnitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$ :
  - a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas.
  - b) Cálculo dos momentos.
  - c) Verificações.

- 4 -- Determinação das forças cortantes e verificações.
- 5 -- Determinação dos momentos no pontos intermediarios:
  - a) Nas lages horizontais.
  - b) Na lage vertical.
- 6 -- Determinação dos pontos de momento nulo.
- 7 -- Determinação dos momentos máximos.
- 8 -- Resultados finais:
  - a) Quadro geral dos momentos.
  - b) Diagrama dos momentos.

**E -- Determinação dos esforços máximos e mínimos**

- 1 -- Considerações preliminares.
- 2 -- Quadro geral dos momentos.
- 3 -- Traçado das curvas envolventes.

**Terceira Parte**

**Dimensionamento**

**A -- Secção de concreto**

**B -- Projeto da armadura**

- 1 -- Considerações preliminares.
- 2 -- Cálculo do número de barras necessárias nas várias secções.
- 3 -- Plano de distribuição das barras.
- 4 -- Dobramento das barras.
- 5 -- Verificação de algumas secções duvidosas.
- 6 -- Tipos de armadura.
- 7 -- Barras de distribuição.

**C -- Resultados definitivos.**

- 1 -- Detalhes.
- 2 -- Quadro de ferragem
- 3 -- Relações da armadura.

## INTRODUÇÃO

## A — Tipos de aquedutos.

Para a Adutora Superior foi projetado, em 1936, um aqueduto de concreto armado, de secção retangular, com as mesmas características adotadas no grande aqueduto da Adutora do Rio Claro.

Afim de satisfazer às condições topográficas de todo o seu percurso, foram estudados tres tipos de aqueduto, segundo a natureza das cargas solicitantes. Passamos a descrevê-los.

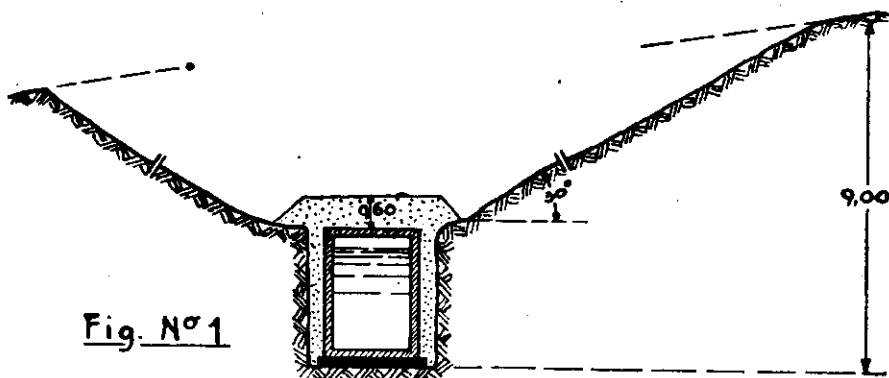
*Tipo I (Normal)*

Fig. N° 1

*Caso de aqueduto em corte.* Foi considerado um corte de 9 metros de altura (máxima no percurso) com talude de  $30^\circ$ . Foi admitida uma altura de 60 cm de terra sobreposta e uma sobrecarga eventual (devida a possíveis desmoronamentos) de  $400 \text{ kg/m}^2$  sobre a lage superior do aqueduto.

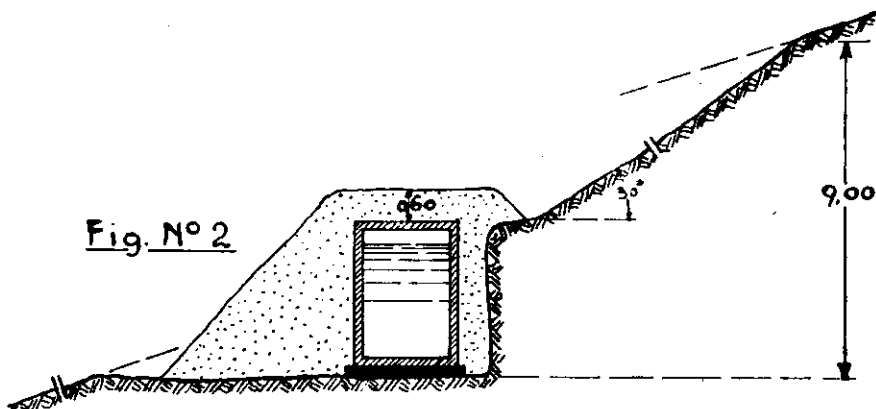
*Tipo II*

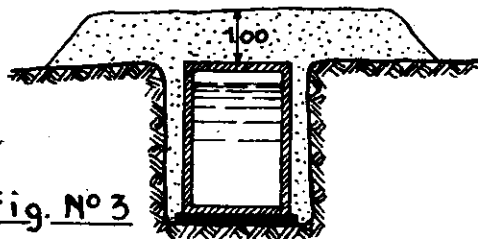
Fig. N° 2

*Caso do aqueduto em meia encosta.* Foi considerado um corte de um só lado, de altura máxima de 9 metros, com talude de  $30^\circ$ . Terra sobreposta e sobrecarga eventual, como no caso anterior.

## Tipo III

*Caso de aqueduto em nível, sob estrada de rodagem.*  
Foi admitida uma altura de 1 metro de terra sobreposta e uma sobrecarga eventual devida a um rolo compressor da Prefeitura Municipal.

Fig. Nº 3



Resolvemos apresentar somente o projeto do *Tipo I* que na realidade é o mais interessante. De fato, encarados sob o ponto de vista estático, os cálculos relativos aos dois últimos tipos apresentam uma única particularidade digna de registro, isto é, a intervenção de uma carga assimétrica (empuxo das terras) no *Tipo II*. Temos, contudo, a certeza que nossos leitores não teriam dificuldade alguma não só em deduzir as fórmulas relativas a esse caso particular, adotando a mesma orientação seguida em nosso artigo anterior para o caso de carga simétrica, como também em efetuar os cálculos, obedecendo à mesma marcha explanada no presente projeto.

Em relação ao dimensionamento, temos a dizer que, por motivo de ordem econômica, na execução da obra foi estudada uma secção única de concreto, para os tres tipos. Quanto à armadura, diremos que a do *Tipo I* foi considerada como *normal*; de forma que, para absorver os momentos dos esforços nas lages do aqueduto, devidos à carga assimétrica no *Tipo II* e à carga rolante no *Tipo III*, foram colocadas armaduras suplementares à guisa de reforço à armadura do tipo normal.

## B — Cargas solicitantes

Como anunciamos em nosso artigo anterior, as cargas a serem consideradas no projeto do aqueduto do Tipo Normal, são as seguintes.

Cargas Verticais	{	1 — Peso proprio da estrutura	}	Distribuição das pressões no solo segundo a lei das deformações elásticas.
		2 — Peso da terra sobreposta		
		3 — Sobrecarga eventual sobre a lage superior		

Cargas Horizontais		4 — Pressão hidrostática interior
		5 — Empuxo da terra (carga simétrica)

*Observações:* — Quanto aos esforços produzidos pelo peso da água atuando sobre a lage inferior, diremos que, por serem muito diminutos, não foram considerados neste trabalho; em outros termos, admitimos que essa carga seja direta e integralmente absorvida pelo terreno subjacente.

## C — Hipóteses mais desfavoráveis de carga

Como já dissemos, na determinação dos esforços máximos, devemos investigar a hipótese mais desfavorável de carga, o que consegui-

remos mediante o traçado da curva envolvente dos momentos. Esta, por sua vez, é obtida traçando-se as curvas relativas a todos as possíveis combinações de cargas, ou calculando analiticamente os momentos devidos a todas essas combinações. Para tal fim devemos dividir as referidas cargas em 4 grupos distintos e independentes, reunindo em cada grupo as cargas de atuação simultânea.

Designaremos pelos símbolos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  os esforços relativos a esses quatro grupos, que passamos a descrever:

*Grupo  $\alpha$* : Esforços devidos às cargas permanentes, isto é:

- a) Esforços devidos ao peso proprio da estrutura (Carga 1).
- b) Esforços devidos à terra sobreposta (Carga 2).

*Grupo  $\beta$* : Esforços devidos à sobrecarga eventual sobre a lage superior, devidos a possíveis desmoronamentos (Carga 3).

*Grupo  $\gamma$* : Esforços devidos à pressão hidrostática sobre as paredes laterais do aqueduto (Carga 4).

*Grupo  $\delta$* : Esforços devidos ao empuxo lateral da terra, sobre as paredes verticais (Carga 5).

#### D — Estudo geral do projeto

Conforme nosso costumeiro sistema de trabalho, oferecendo detalhes de todos os cálculos, resolvemos dividir o projeto em três partes a saber:

*Primeira Parte: Estudo preliminar.* Nesta Parte serão apresentados em primeiro lugar todos os dados do problema e as especificações a que o projeto deve subordinar-se. A seguir será feito o estabelecimento inicial das dimensões do aqueduto, de conformidade com as condições do problema. E finalmente serão elaborados os cálculos preliminares, isto é, o cômputo de todos os elementos que entram nas fórmulas para a determinação dos esforços relativos a todos os casos de carga.

*Segunda Parte: Determinação dos esforços.* Nesta parte serão calculados, em primeiro lugar, os esforços devidos aos 4 grupos acima citados. A seguir, faremos o cálculo dos esforços devidos às possíveis combinações, afim de determinarmos os esforços máximos e mínimos ao longo de toda a secção do aqueduto. Com estes valores será traçada a curva envolvente dos momentos.

*Terceira Parte: Dimensionamento.* Para dada espessura das lages será projetada a armadura segundo a curva envolvente dos momentos.

## PRIMEIRA PARTE

### Estudo preliminar

#### A — Dados e especificações

##### 1 — Cargas

Córte de 9 metros de altura — Talude 30°  
Altura da terra sobreposta  $h_t = 60$  m  
Sobrecarga eventual.....  $q_e = 400$  kg/m<sup>2</sup>

##### 2 — Condições hidráulicas

A vazão do aqueduto deve ser de 3.5 m<sup>3</sup> por segundo com a declividade de 0.001. Deve haver um espaço livre de 10 cm acima do nível d'água. Foi adotado o coeficiente da 1.<sup>a</sup> categoria da fórmula de Bagin, segundo os dados organizados em 1936 e fornecidos pela Secção de Adução do Rio Claro (4.<sup>a</sup> S. T.).

##### 3 — Condições técnicas

###### a) Secção do aqueduto

A secção do aqueduto deve ser retangular, com uma altura interna de, pelo menos, 1.75 m para permitir a passagem de um homem, com o fim de facilitar a construção e fiscalização da obra.

###### b) Espessura das lages

Empregar uma espessura de lage pouco maior que a estritamente necessária, afim de reduzir tanto quanto possível a permeabilidade das paredes.

###### c) Armaduras

Empregar, possivelmente, somente barras de 3/8" e 1/4".

##### 4 — Especificações

###### a) Pesos específicos

Do concreto,  $w_c = 2400$  kg/m<sup>3</sup>

Da água  $w_a = 1000$  "

Da terra  $w_t = 1600$  "

###### b) Taxas de trabalho

Do concreto, a compressão  $\sigma_c = 40$  kg/cm<sup>2</sup>

Do ferro, a extensão  $\sigma_f = 1200$  "

###### c) Coeficientes

Modelo de elasticidade do concreto  $E_c = 210000$  kg/cm<sup>2</sup>

Fator de compressibilidade do solo  $\lambda = 8$  kg/cm<sup>2</sup>

Angulo de atrito das terras  $\varphi = 37^\circ 30'$

#### B — Estabelecimento inicial das dimensões do aqueduto

##### 1 — Dimensões internas

Tendo sido fixada uma altura mínima interna ( $h_i$ ) de 1.75m, devemos apenas determinar a largura interna



( $l_i$ ), o que faremos levando em conta as condições hidráulicas estabelecidas.

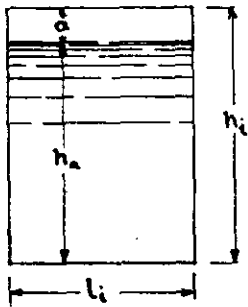


Fig. N° 4

Dados:

$$\text{Vasão } Q = 3.5 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Declividade } i = 0.001$$

$$h_i = 1.75 \text{ m}$$

$$a = 0.10 \text{ m}$$

$$h_a = 1.75 - 0.10 = 1.65 \text{ m}$$

O cálculo foi feito por tentativas, escolhendo-se valores para  $l_i$  e determinando as vazões correspondentes à secção, pela fórmula de Bazin.

1.ª Tentativa:  $l_i = 1.00$

$$\text{Área } S = l_i h_a = 1.00 \times 1.65 = 1.65 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro } P = 2h_a + l_i = 2 \times 1.65 + 1.00 = 4.3 \text{ m}$$

$$\text{Raio hidraulico } R = \frac{S}{P} = \frac{1.65}{4.3} = 0.384 \text{ m}$$

$$\text{Velocidade } V = \frac{87 \sqrt{R_i}}{1 + \frac{0.06}{\sqrt{R}}} = \frac{87 \sqrt{0.384 \times 0.001}}{1 + \frac{0.06}{\sqrt{0.384}}} = \frac{1.705}{1.109} = 1.54 \text{ m/s}$$

$$\text{Vasão } Q = SV = 1.65 \times 1.54 = 2.54 = \text{m}^3/\text{s} \quad (\text{Insuficiente})$$

2.ª Tentativa:  $l_i = 1.25$

$$S = 1.25 \times 1.65 = 1.064 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \times 1.65 + 1.25 = 4.55 \text{ m}$$

$$R = \frac{2.064}{4.55} = 0.454 \text{ m}$$

$$V = \frac{87 \sqrt{0.454 \times 0.001}}{1 + \frac{0.06}{\sqrt{0.454}}} = \frac{1.86}{1.089} = 1.705 \text{ m/s}$$

$$Q = 2.064 \times 1.705 = 3.52 \text{ m}^3/\text{s} \quad (\text{condição satisfeita})$$

$$\text{Adotaremos, pois: } \begin{cases} l_i = 1.25 \text{ m} \\ h_i = 1.75 \text{ m} \end{cases}$$

2 ≙ Espessura das lajes

Em se tratando de um quadro rígido, as espessuras das lajes que formam a secção do aqueduto devem ser previamente estabelecidas, visto como as incognitas hiperestáticas são funções das mesmas

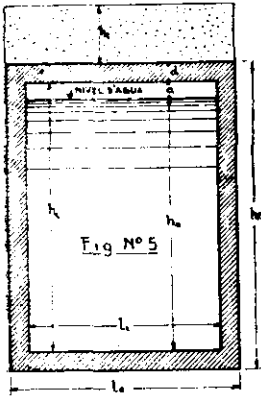
Não é facil tarefa a fixação prévia das espessuras, dada a variação das condições da carga. Nem é conveniente a sua determinação aproximada por meio de um ante-projeto, por ser algo laboriosa. Julgamos mais acertado escolher tais dimensões seguindo uma orientação prática, isto é, fazendo comparação com aquedutos já projetados e construidos, subordinados a condições idênticas às do presente estudo.

Embora as quatro lages estejam submetidas a cargas de natureza e intensidade diferentes, preferimos adotar uma espessura única para toda a secção, tendo em vista a facilidade de construção.

Fazendo comparações com os aquedutos da Adutora do Rio Claro, poderíamos adotar uma espessura de 12 cm. em nosso projeto.

Contudo, para assegurar boa impermeabilidade, conforme as condições préestabelecidas, preferimos adotar uma espessura de 13 cm.

3 — Esquema geral da secção do aqueduto



*Dimensões do aqueduto*

$$\text{Internas} \left\{ \begin{array}{l} \text{Altura } h_i = 1.75 \text{ m} \\ \text{Largura } l_i = 1.25 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\text{Externas} \left\{ \begin{array}{l} \text{Altura } h_e = 2.01 \text{ m} \\ \text{Largura } l_e = 1.51 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\text{Espessura } d = 0.13 \text{ m}$$

*Outras medidas*

$$\text{Altura d'água} = h_a = 1.65 \text{ m}$$

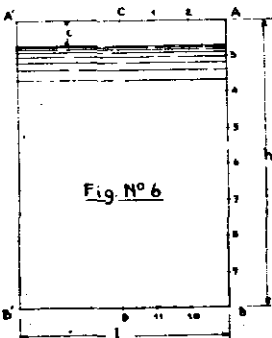
$$\text{Altura da terra sobreposta} = h_s = 0.60 \text{ m}$$

4 — Elementos do quadro rígido

Para a determinação das incógnitas hiperestáticas, será considerado como quadro rígido o retângulo formado pelos eixos das lages.

Para o traço das curvas dos momentos relativos aos varios casos de carga, cada segmento do quadro rígido será dividido em várias partes iguais.

Assim, as lages horizontais serão divididas em 6 partes de 23cm e as verticais em 8 partes de 23,5cm.



Para todos os casos calculados os pontos serão designados pelas seguintes letras e números:

$$l = 1.38 \text{ m}$$

$$h = 1.88 \text{ m}$$

$$c = 0.10 + \frac{0.13}{2} = 0.165 \text{ m}$$

## C — Cálculos preliminares

Afim de facilitar os cálculos relativos à Segunda Parte (determinação dos esforços devidos aos casos de carga) julgamos conveniente efetuar, preliminarmente, o cômputo de todos os elementos, relações e fatores contidos nas expressões a serem empregados nos cálculos.

## 1 — Resumo dos dados

$$\begin{array}{l} h = 1.88 \text{ m.} \\ l = 1.38 \text{ m.} \\ b = 1.00 \text{ m.} \end{array} \left| \begin{array}{l} d_1 = d_2 = d_3 = d = 0.13 \text{ m.} \\ c = 0.165 \text{ m.} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} E = 210000 \text{ kg/cm}^2. \\ \lambda = 8 \text{ kg/cm}^3 \end{array} \right.$$

## 2 — Funções das dimensões

$$R = \frac{l}{h} = \frac{1.38}{1.88} = 0.734$$

$$N_1 = 7h^2 + 6hc - 3c^2 = 7 \times (1.88)^2 + 6 \times 1.88 \times 0.165 - 3 \times (0.165)^2 = 26.52 \text{ m}^2$$

$$N_2 = 8h^2 + 9hc + 3c^2 = 8 \times (1.88)^2 + 9 \times 1.88 \times 0.165 + 3 \times (0.165)^2 = 31.15 \text{ m}^2$$

## 3 — Cálculo dos momentos de inércia e suas funções

## a) Momentos de inércia

$$J_1 = J_2 = J_3 = J = \frac{bd^3}{12} = \frac{100 \times 13^3}{12} = 18308 \text{ cm}^4$$

## b) Relações S

$$S_1 = \frac{J_1}{J_2} = 1$$

$$S_3 = \frac{J_3}{J_2} = 1$$

## c) Fatores Q

$$Q_1 = 3R + 2S_1 = 3 \times 0.734 + 2 = 4.202$$

$$Q_3 = 3R + 2S_3 = 3 \times 0.734 + 2 = 4.202$$

$$Q'_1 = 7R + 2S_3 = 3 \times 0.734 + 2 = 7.138$$

$$Q'_3 = 8R + 3S_1 = 3 \times 0.734 + 3 = 8.872$$

$$Q''_1 = 3R + S_1 = 3 \times 0.734 + 1 = 3.202$$

$$Q''_3 = 3R + S_3 = 3 \times 0.734 + 1 = 3.202$$

d) Fator  $\Delta$ 

$$\Delta = Q_1 Q_3 - S_3 S_1 = (4.202)^2 - 1 = 16.658$$

4 — Cálculos de  $\epsilon$  e de todas as suas funções

*Observação:* Neste cálculo os elementos foram computados com muitas casas decimais, afim de obter-se rigorosa verificação das equações condicionais.

a) Valor de  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{4 E J_3}{\lambda b}} = \sqrt{\frac{4 \times 210000 \times 18308}{8 \times 100}} = 66.2155 \text{ cm}$$

b) Fatores  $K$

$$K_2 = \frac{\varepsilon^2}{2KJ} = \frac{66.2155^2}{2 \times 210000 \times 18308} = 0.5701918 \times 10^{-6} \text{ 1/kg}$$

$$K_3 = \frac{\varepsilon^3}{2EJ} = \frac{66.2155^3}{2 \times 210000 \times 18308 \times 100} = 0.3775554 \times 10^{-6} \text{ m/kg}$$

b) Fator  $v$  e suas funções

$$v = \frac{l}{2\varepsilon} = \frac{138}{2 \times 66.2155} = 1.042052$$

$$v^\circ (\text{em graus}) = 1.042052 \times 57.29578 = 59,^\circ 705182 = 59^\circ 42',31$$

$$\cos v^\circ = 0.504438$$

$$\text{sen } v^\circ = 0.863462$$

$$e^v = \text{antilog } (v \log e) = \text{antilog } (1.042052 \times 0.43429) = \\ = \text{antilog } 0.45255276 = 2.835017$$

$$e^{-v} = 0.352731$$

d) Fatores  $n$

$n_1 = e^v \cos v = 2.835017 \times 0.504438 = 1.430090$	$2n_1 = 2.860180$
$n_2 = e^v \text{sen } v = 2.835017 \times 0.863462 = 2.447929$	$2n_2 = 4.895858$
$n_3 = e^{-v} \cos v = 0.352731 \times 0.504438 = 0.177931$	$2n_3 = 0.355862$
$n_4 = e^{-v} \text{sen } v = 0.352731 \times 0.863462 = 0.304570$	$2n_4 = 0.609140$
$\Sigma (2n) = 8.721040$	

e) Fatores  $r$  e  $s$

$r_1 = 2n_2 - n_1 - n_3 = 3.287837$	$s_1 = n_1 - n_3 = 1.252156$
$r_2 = 2n_4 + n_1 + n_3 = 2.217161$	$s_2 = n_1 + n_3 = 1.608021$
$r_3 = 2n_1 + n_2 - n_4 = 5.003539$	$s_3 = n_4 + n_2 = 2.752499$
$r_4 = -2n_3 - n_2 + n_4 = -2.499221$	$s_4 = n_4 - n_2 = -2.143359$
$\Sigma r = 8.009316$	

Verificação:

$$\Sigma (2n) - \Sigma r = 4n_3$$

Portanto:

$\Sigma (2n) = 8.721040$
$\Sigma r = 8.009316$
<hr style="width: 100%;"/>
$\Sigma (2n) - \Sigma r = 0.711724$
$4n_3 = 0.711724$

f) Valor de  $a$

$$\begin{aligned}
 a &= r_1 r_4 - r_2 r_3 \\
 r_1 r_4 &= - 3.287837 \times 2.499221 = - 8.217031 \\
 - r_2 r_3 &= - 2.217161 \times 5.003539 = - 11.093652 \\
 \hline
 a &= - 19.310683
 \end{aligned}$$

g) Fatores  $z$

$$\begin{aligned}
 s_1 r_4 &= -1.252159 \times 2.499221 = - 3.129422 \\
 s_1 r_2 &= 2.752499 \times 2.217161 = + 6.102733 \\
 \hline
 s_1 r_4 - s_1 r_2 &= + 2.973311 \\
 z_1 &= \frac{+ 2.973311}{- 19.310683} = - 0.153972
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_2 r_4 &= - 1.608021 \times 2.499221 = - 4.018600 \\
 - s_4 r_2 &= + 2.143359 \times 2.217161 = + 4.752172 \\
 \hline
 s_2 r_4 - s_4 r_2 &= + 0.733472 \\
 z_2 &= \frac{+ 0.733472}{- 19.310683} = - 0.037983
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_1 r_3 &= 1.252159 \times 5.003539 = + 6.265226 \\
 s_3 r_1 &= 2.752499 \times 3.287837 = + 9.049768 \\
 \hline
 s_1 r_3 + s_3 r_1 &= + 15.314994 \\
 z_3 &= \frac{+ 15.314994}{- 19.310683} = - 0.793084
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_2 r_3 &= 1.608021 \times 5.003539 = + 8.045796 \\
 - s_4 r_1 &= 2.143359 \times 3.287837 = + 7.047015 \\
 \hline
 s_2 r_3 - s_4 r_1 &= + 15.092811 \\
 z_4 &= \frac{+ 15.092811}{- 19.310683} = - 0.781578 \\
 \hline
 \Sigma z (z_1 + z_2 + z_3 + z_4) &= - 1.766617
 \end{aligned}$$

Verificação:

$$\begin{aligned}
 s_1 r_4 - s_3 r_2 &= + 2.973311 \\
 s_2 r_4 - s_4 r_2 &= + 0.733472 \\
 s_1 r_3 + s_3 r_1 &= + 15.314994 \\
 s_2 r_3 - s_4 r_1 &= + 15.092811 \\
 \hline
 \Sigma sr &= + 34.114588 \\
 \Sigma z &= \frac{\Sigma sr}{a} = \frac{+ 34.114588}{- 19.310683} = - 1.766617
 \end{aligned}$$

h) Funções de  $z$

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{6\epsilon}{h} (z_1 + z_3) - 2s_3 = \frac{6 \times 66.2555}{188} (- 0.153972 - 0.793084) - 2 \\
 &= - 2.113261 \times 0.947056 - 2 = - 4.00138 \\
 Z_2 &= \frac{3\epsilon^2}{h} (2z_2 + 2z_4 + 1) = \frac{3 \times 66.2155^2}{188 \times 100} (- 0.075966 - 1.563156 + 1) \\
 &= - 0.699653 \times 0.639122 = - 0.44716 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} (1 - z_1 + z_3) = \frac{1}{2} (1 - 0.153972 - 0.793084) = 0.026472$$

$$\frac{1}{2} (1 + z_2 + z_4) = \frac{1}{2} (1 + 0.037983 + 0.781578) = 0.0902195$$

$$\frac{1}{2} (-1 + z_1 + z_3) = \frac{1}{2} (-1 + 0.153972 + 0.793084) = -0.973528$$

## SEGUNDA PARTE

### Determinação dos Esforços

#### A — Esforços devidos às cargas permanentes (Valores $\alpha$ )

##### 1 — Considerações preliminares

Como ficou dito, as cargas permanentes são representadas pelo peso proprio da estrutura e da terra sobre a lage superior.

De conformidade com as especificações, admitimos uma altura  $h_t$  de terra, de 60 cm. Os esforços devidos a essas duas cargas podem ser obtidos conjuntamente mediante a aplicação das fórmulas do caso A, deduzidas em nosso artigo anterior. Nessas fórmulas:

$q$  = carga uniformemente distribuida sobre a lage superior =  $q_c + q_t$

sendo, por metro linear:  $\begin{cases} q_c = \text{peso da lage superior.} \\ q_t = \text{terra sobreposta.} \end{cases}$

$$T_B = \text{força cortante em } B = \frac{ql}{2} + P$$

sendo  $P$  = peso da lage vertical

##### 2 — Cálculo das cargas e suas funções

#### a) Resumo dos elementos que entram nos fórmulas

$$\begin{array}{l|l|l} l = 1.38 \text{ m} & h_t = 0.60 \text{ m} & w_c = 2400 \text{ kg/m}^3 \\ h = 1.88 \text{ m} & d = 0.13 \text{ m} & w_t = 1600 \text{ kg/m}^3 \end{array}$$

#### b) Cargas

$$q_c = d w_c = 0.13 \times 2400 = 312 \text{ kg/m}$$

$$q_t = h w_t = 0.60 \times 1600 = 960 \text{ kg/m}$$

$$q = 1272 \text{ kg/m.}$$

$$P = d h w_c = 0.13 \times 1.88 \times 2400 = 587$$

#### c) Funções

$$T_B = \frac{ql}{2} + P = \frac{1272 \times 1.38}{2} + 587 = 1465 \text{ kg}$$

$$Q = \frac{ql^2}{4} = \frac{1272 \times 1.38^2}{4} = 605.6 \text{ kg. m}$$

3 - Determinação das Incógnitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$ 

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas

$$\begin{array}{l} T_B = 1465 \text{ kg} \quad | \quad S_1 = 1 \quad | \quad R = 0.734 \quad | \quad Z_1 = -4 \\ Q = 605.6 \text{ kg.m} \quad | \quad S_3 = 1 \quad | \quad Q_1 = 4.2 \quad | \quad Z_2 = -0.447 \text{ m} \\ Q_1 Z_1 + S_1 S_3 = -4.2 \times 4 + 1 = -15.8 \end{array}$$

b) Cálculo dos momentos

Pela fórmula 64:

$$M_A = \frac{S_1 Z_2 T_B - Q Z_1 R}{Q_1 Z_1 + S_1 S_3} = \frac{-0.447 \times 1465 + 605.6 \times 4 \times 0.734}{-15.8} = -71.09 \text{ kg.m}$$

Pela fórmula 65:

$$M_B = \frac{-Q_1 Z_2 T_B - Q S_3 R}{Q_1 Z_1 + S_1 S_3} = \frac{4.2 \times 0.447 \times 1465 - 605.6 \times 0.734}{-15.8} = -145.94 \text{ kg. m}$$

c) Verificação:

Pela fórmula 63:  $M_A S_3 - M_B Z_1 - Z_2 T_B = 0$ 

$$-71.09 - 145.94 + 0.447 \times 1465 = -654.85 + 654.85 = 0$$

## 4 - Cálculo das forças cortantes

$$T_A = T_A' = \frac{ql}{2} = -\frac{1272 \times 1.38}{2} = 878 \text{ kg}$$

$$T_B = T_B' = 1465 \text{ kg}$$

## 5 - Determinação das constantes de integração

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas:

$$\begin{array}{l} z_1 = -0.153972 \quad \left| \frac{1}{2} (1 + z_1 + z_2) = 0.026472 \right. \quad \left. K_2 = 0.5702 \times 10^{-6} \quad 1/\text{kg} \right. \\ z_2 = -0.037983 \quad \left| \frac{1}{2} (1 + z_2 + z_4) = 0.0902195 \right. \quad \left. K_3 = 0.3776 \times 10^{-6} \quad \text{m/kg} \right. \\ z_3 = -0.793084 \quad \left| \right. \quad \left. M_B = -145.94 \text{ kg. m} \right. \\ z_4 = -0.781578 \quad \left| \frac{1}{2} (-1 + z_1 + z_3) = -0.973528 \right. \quad \left. T_B = 1465 \text{ kg} \right. \end{array}$$

b) Cálculos preliminares (dados em milionésimos de metro)

$$K_2 M_B = -0.5702 \times 10^{-6} \times 145.94 = -83.213791$$

$$K_3 T_B = +0.3776 \times 10^{-6} \times 1465 = +553.118631$$

c) Cálculo das constantes de integração

Pela fórmula 56:  $C_1 = K_2 M_B z_1 + K_3 T_B z_2$ 

$$K_2 M_B z_1 = +83.213791 \times 0.153972 = +12.812594$$

$$K_3 T_B z_2 = -553.118631 \times 0.037983 = -21.009106$$

$$(em milionésimos de metro) \quad C_1 = -8.196512$$

$$\text{Pela fórmula 57: } C_2 = \frac{1}{2} K_2 M_B (1 + z_1 + z_3) + \frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4)$$

$$\frac{1}{2} K_2 M_B (1 + z_1 + z_3) = - 83.213791 \times 0.026472 = - 2.202835$$

$$\frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4) = + 553.118661 \times 0.0902195 = + 49.902089$$

$$\text{(em milionésimos de metro)} \quad C_2 = + 47.699254$$

$$\text{Pela fórmula 58: } C_3 = - K_2 M_B z_3 - K_3 T_B z_4$$

$$- K_2 M_B z_3 = - 83.213791 \times 0.793084 = - 65.995526$$

$$- K_3 T_B z_4 = + 553.118661 \times 0.781578 = + 432.305376$$

$$\text{(em milionésimos de metro)} \quad C_3 = + 366.309850$$

$$\text{Pela fórmula 59: } C_4 = \frac{1}{2} K_2 M_B (-1 + z_1 + z_3) + \frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4)$$

$$\frac{1}{2} K_2 M_B (-1 + z_1 + z_3) = + 83.213791 \times 0.973528 = + 81.010956$$

$$\frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4) = + 553.118661 \times 0.0902195 = + 49.902089$$

$$\text{(em milionésimos de metro)} \quad C_4 = 130.913045$$

## d) Verificação

Pela expressão 14

$$C_2 - C_4 = K_2 M_B$$

$$C_2 = 47.699254$$

$$- C_4 = - 130.913045$$

$$K_2 M_B = - 83.213791$$

Pela expressão 15

$$-C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = K_3 T_B$$

$$- C_1 = 8.196512$$

$$C_2 = 47.699254$$

$$C_3 = 366.309850$$

$$C_4 = 130.913045$$

$$K_3 T_B = 553.118661$$

## 6 - Determinação dos momentos nos pontos intermediários

a) Na lage horizontal superior.

Origem em A - Valores de  $x$  para a esquerda.

$$\text{Expressão geral: } M_x = M_A + T_A x - \frac{1}{2} gx^2$$

$$= - 71.1 + 878x - 636x^2$$



Tabela dos resultados

Pontos	$x$	$x^2$	$+878x$	$-636x^2$	$M_x$
C	0.69	0.4761	605.8	- 302.9	+ 231.8
1	0.46	0.2116	403.9	- 134.6	+ 198.2
2	0.23	0.0529	201.9	- 33.6	+ 97.2
A	0	0	0	0	- 71.1

b) Na lage vertical.

Origem em A — Valores de  $x$  para baixo

Expressão geral:  $M_x = M_A + (M_B - M_A) \frac{x}{h}$

$$= -71.1 + (-145.9 + 71.1) \frac{x}{1.88}$$

$$= -71.1 - 39.78 x$$

Tabela dos resultados

Pontos	$x$	$-39.78x$	$M_x$
A	0	0	- 71.1
3	0.235	- 9.3	- 80.4
4	0.47	- 18.7	- 89.8
5	0.705	- 28.0	- 99.1
6	0.94	- 37.4	- 108.5
(centro) 7	1.175	- 46.7	- 117.8
8	1.41	- 56.1	- 127.2
9	1.645	- 65.4	- 136.5
B	1.88	- 74.8	- 145.9

c) Na lage horizontal inferior

Origem em B — Valores de  $x$  para a esquerda

Expressão geral: (Fórmula 68)

$$\dot{M}_x = \frac{1}{K_2} \left[ e^{\frac{x}{\varepsilon}} \left( C_2 \cos \frac{x}{\varepsilon} - C_1 \sin \frac{x}{\varepsilon} \right) + e^{-\frac{x}{\varepsilon}} \left( C_3 \sin \frac{x}{\varepsilon} - C_4 \cos \frac{x}{\varepsilon} \right) \right]$$

Para facilitar os cálculos organizamos o seguinte quadro:

TERMOS		PONTOS			
		B	10	11	D
		$x = 0$	$x = 0.23$	$x = 0.46$	$x = 0.69$
	$\frac{x}{\epsilon} =$	0	0.3473	0.6947	1.0420
$\frac{x}{\epsilon} \times 0.43429$	$\log e^{\frac{x}{\epsilon}} =$	0	0.1508	0.3017	0.4526
	$e^{\frac{x}{\epsilon}} =$	1	0.4153	2.0031	2.8350
	$e^{-\frac{x}{\epsilon}} =$	1	0.7066	0.4992	0.3527
$\frac{x}{\epsilon} \times 57.29578$	$\frac{x}{\epsilon}$ (em graus) =	0	19° 54'	39° 48'	59° 42'
	$\cos \frac{x}{\epsilon} =$	1	0.9403	0.7683	0.5044
	$\sin \frac{x}{\epsilon} =$	0	0.3404	0.6401	0.8635
em milhões de quilos	$\frac{1}{K_2} e^{\frac{x}{\epsilon}} =$	1.7538	2.4821	3.5130	4.9720
	$\frac{1}{K_2} e^{-\frac{x}{\epsilon}} =$	1.7538	1.2392	0.8755	0.6186
em milonésimos de metro	$C_2 \cos \frac{x}{\epsilon} =$	47.699	44.851	36.645	24.060
	$C_1 \sin \frac{x}{\epsilon} =$	0	-2.790	-5.247	-7.077
	$C_2 \cos \frac{x}{\epsilon} - C_1 \sin \frac{x}{\epsilon} =$	47.699	47.641	41.892	31.137
em milonésimos de metro	$C_3 \sin \frac{x}{\epsilon} =$	0	124.703	234.490	316.290
	$C_4 \cos \frac{x}{\epsilon} =$	130.913	123.096	100.575	66.032
	$C_3 \sin \frac{x}{\epsilon} - C_4 \cos \frac{x}{\epsilon} =$	-130.913	1.617	133.915	250.258
em quilos metros (kg. m)	$\frac{1}{K_2} e^{\frac{x}{\epsilon}} \left[ C_2 \cos \frac{x}{\epsilon} - C_1 \sin \frac{x}{\epsilon} \right] =$	83.65	118.26	147.17	154.82
	$\frac{1}{K_2} e^{-\frac{x}{\epsilon}} \left[ C_3 \sin \frac{x}{\epsilon} - C_4 \cos \frac{x}{\epsilon} \right] =$	-229.59	+2.00	+117.25	+154.82
	$M_x =$	-145.94	+120.26	+264.42	+309.64

$$\varepsilon = 66.2155 \text{ cm}$$

$$K_2 = 0.5702 \times 10^{-6} \text{ 1/kg}$$

$$\frac{1}{K_2} = 1.7538 \text{ milhões de kg.}$$

$$C_1 = -8.1965 \text{ milionésimos de metro}$$

$$C_2 = +47.6993 \text{ " " "}$$

$$C_3 = +366.3098 \text{ " " "}$$

$$C_4 = +130.9130 \text{ " " "}$$

*Observação:* Devemos notar que  $\frac{1}{K_2}$  é dado em milhões de quilos e as constantes de integração em milionésimos de metro. Por conseguinte, o produto dessas quantidades equivale a kg. m.

#### 7 — Determinação dos pontos de momento nulo

Neste caso, somente existem pontos de momento nulo nas lages horizontais.

a) Na lage horizontal superior

Pela expressão 69:

$$x_0 = \frac{1}{2} \left[ l \pm \sqrt{l^2 + \frac{8 M_A}{q}} \right]$$

$$x_0 = \frac{1}{2} \left[ 1.38 \pm \sqrt{1.9044 - \frac{8 \times 71.1}{1272}} \right] = 0.085 \text{ e } 1.295$$

b) Na lage horizontal inferior

São obtidos mediante a solução da equação:

$$e^{\frac{2x}{\varepsilon}} = \frac{C_4 - C_3 \operatorname{tg} \frac{x}{\varepsilon}}{C_2 - C_1 \operatorname{tg} \frac{x}{\varepsilon}}$$

Conforme enunciamos em nosso artigo anterior, dada a complexidade da solução analítica, é preferível resolver a equação supra pela construção das curvas correspondentes a ambos os membros.

As intersecções dos referidos gráficos serão as raízes da equação.

Dada a simetria da curva dos momentos, é bastante determinar uma raiz. Não é necessario traçar os gráficos para todo o trecho, visto ser conhecida, de antemão, (pela tabela da página anterior) a localização aproximada do ponto nulo. Em nosso caso está no 1.º trecho, isto é, entre  $x = 0$  e  $x = 0.23$ .

Elementos para o 1.º gráfico:

$$\text{Façamos } y_1 = e^{\frac{2x}{\varepsilon}}$$

$$\log y_1 = \frac{2x}{\varepsilon} \log e = 1.312 x$$

$$\therefore y_1 = \text{antilog } 1.312 x \quad (x \text{ em metros})$$

$x$	$1.312 x$	$y_1$
0	0	1
0.115	0.151	1.415
0.23	0.302	2.003

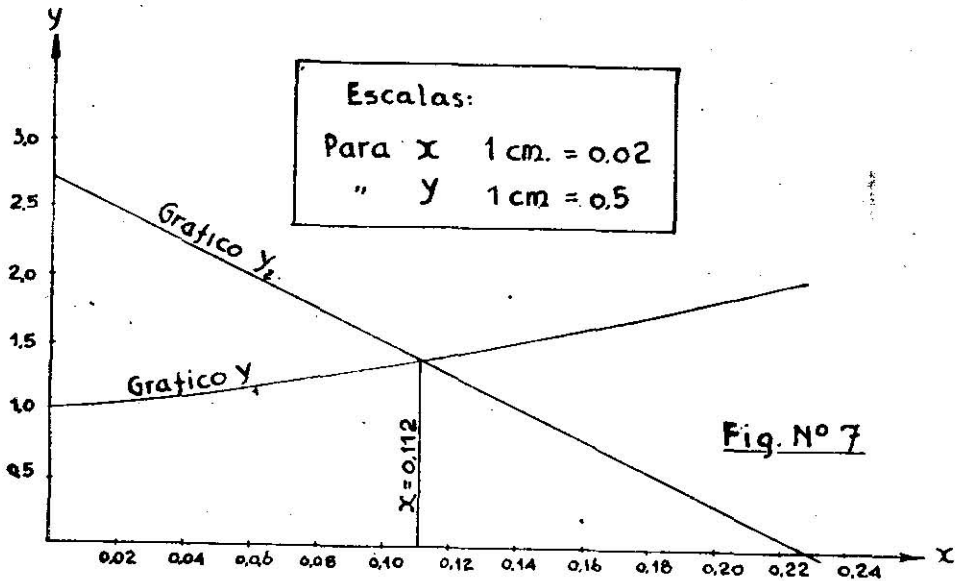
Elementos para o 2.º gráfico :

$$\text{Façamos } y_2 = \frac{C_1 - C_2 \operatorname{tg} \frac{x}{\varepsilon}}{C_2 - C_1 \operatorname{tg} \frac{x}{\varepsilon}}$$

$$\frac{x}{\varepsilon} \text{ (em graus)} = \frac{57.296}{0.662} x = 86.5 x \quad (x \text{ em metros})$$

$$\therefore y_2 = \frac{130.9 - 266.3 \operatorname{tg} (86.5 x)^\circ}{47.7 + 8.2 \operatorname{tg} (86.5 x)^\circ} = \frac{A}{B}$$

$x$	$(86.5x)^\circ$	$\operatorname{tg} (86.5x)^\circ$	$366.3 \operatorname{tg} (86.5x)^\circ$	$8.2 \operatorname{tg} (86.5x)^\circ$	A	B	$y^2$
0	0	0	0	0	130.9	47.7	2.74
0.115	9º57'	0.1754	64.2	1.44	66.7	49.1	1.36
0.23	19º54'	0.3620	132.6	2.97	-1.7	50.7	-0.03



8 - Determinação dos momentos máximos

Somente nas lages horizontais

a) Na lage superior

O momento verifica-se no centro ( $x_m = \frac{l}{2} = 0.69$ )

Pela fórmula 72:

$$M_{max} = M_A + \frac{ql^2}{8} - 71.1 \frac{1272 \times 1.38^2}{8} = -71.1 + 302.9 = +231.8 \text{ kg.m}$$

b) Na lage inferior

O momento verifica-se no centro ( $x_m = \frac{l}{2} = 0.69$ )

Pela fórmula 39:

$$M_{max} = \frac{2}{k_2} (C_2 n_1 - C_1 n_2)$$

$$= 2 \times 1.753795 (47.699254 \times 1.430090 + 8.196512 \times 2.447929)$$

$$= 3.5076 (68.214 + 20.064) = 309.64 \text{ kg.m}$$

9 - Resultados finais

a) Quadro geral dos momentos (Valores  $\beta$ )

PONTOS		MOMENTOS		PONTOS DE MOMENTO NULO
Lage Superior	C	+ 231.8	(máx +)	$x_0 = \begin{cases} 0.085 \\ 1.255 \end{cases}$
	1	+ 198.2		
	2	- 97.2		
Lage Vertical	A	- 71.1	(máx -)	Não ha
	3	- 80.4		
	4	- 89.8		
	5	- 99.1		
	6	- 108.5		
	7	- 117.8		
	8	- 127.2		
	9	- 136.5		
Lage Inferior	B	- 145.9	(máx -)	$x_0 = \begin{cases} 0.112 \\ 1.268 \end{cases}$
	10	+ 120.3		
	11	+ 264.4		
	D	+ 309.6	(máx +)	

b) Diagrama dos momentos

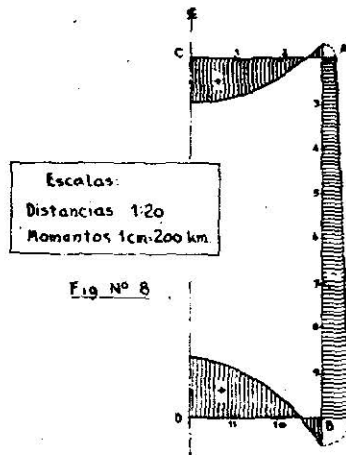


Fig. Nº 8

**B — Esforços devidos à sobrecarga eventual (Valores  $\beta$ )**

1. — Considerações preliminares

Como já dissemos, a sobrecarga eventual é representada por possíveis desmoronamentos de terras dos córtes laterais amontoadas sobre a lage superior do aqueduto. De conformidade com as verificações, admitimos uma sobrecarga eventual de  $400 \text{ kg./m}^2$ .

Os esforços devidos a esta carga são também obtidos mediante as fórmulas do caso A. Nessas fórmulas:

$q$  = sobrecarga eventual

$$T_B = \frac{q l}{2}$$

2 — Cálculo das cargas e suas funções

$$q = 400 \text{ kg/m}$$

$$T_B = \frac{400 \times 1.38}{2} = 276 \text{ kg}$$

$$Q = \frac{q l^2}{4} = \frac{400 \times 1.38^2}{4} = 190.4 = \text{kgm}$$

3 — Determinação das incógnitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas:

$$\begin{array}{l} T_B = 276 \text{ kg} \\ Q = 190.4 \text{ kg.m} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} S_1 = 1 \\ S_3 = 1 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} R = 0.734 \\ Q_1 = 4.2 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} Z_1 = -4 \\ Z_2 = -0.447 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$Q_1 Z_1 + S_1 S_3 = -4.2 \times 4 + 1 = -15.8$$

b) Cálculo dos momentos

Pela fórmula 64:

$$M_A = \frac{S_1 Z_2 T_B - Q Z_1 R}{Q_1 Z_1 + S_1 S_3} = \frac{-0.447 \times 276 + 190.4 \times 4 \times 0.734}{-15.8}$$

$$M_A = -27.57 \text{ kg. m}$$

Pela fórmula 65:

$$M_B = \frac{-Q_1 Z_2 T_B - Q S_3 R}{Q_1 Z_1 + S_1 S_3} = \frac{+4.2 \times 0.447 \times 276 - 190.4 \times 0.734}{-15.8}$$

$$M_B = -23.95 \text{ kg. m}$$

c) Verificação

$$\text{Pela fórmula 63: } M_A S_3 - M_B Z_1 - Z_2 T_B = 0$$

$$-27.57 - 23.95 \times 4 + 0.447 \times 276 = -123.37 + 123.37 = 0$$

4 - Cálculo das forças cortantes

$$T_A = T_{A'} = T_{B'} = T_B = 276 \text{ kg.}$$

5 - Determinação das constantes de integração

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas:

$z_1 = -0.153972$	$\frac{1}{2}(1 + z_1 + z_3) = +0.026472$	$K_2 = 0.5701918 \times 10^{-6} \text{ l/kg}$
$z_2 = -0.037983$	$\frac{1}{2}(1 + z_2 + z_4) = +0.0902195$	$K_3 = 0.3775554 \times 10^{-6} \text{ m/kg}$
$z_3 = -0.793084$	$\frac{1}{2}(-1 + z_1 + z_2) = -0.973528$	$M_B = -23.95 \text{ kg. m}$
$z_4 = -0.781578$		$T_B = 276 \text{ kg}$

b) Cálculos preliminares (dados em milionésimos de metro)

$$K_2 M_B = -0.5701918 \times 10^{-6} \times 23.95 = -13.656094$$

$$K_3 T_B = -0.3775554 \times 10^{-6} \times 276 = +104.205290$$

c) Cálculos das constantes de integração

Pela fórmula 56:  $C_1 = K_3 M_B z_1 + K_2 T_B z_2$

$$K_2 M_B z_1 = +13.656094 \times 0.153972 = +2.102656$$

$$K_3 T_B z_2 = -104.205290 \times 0.037983 = -3.958030$$

(em milionésimos de metro)  $C_1 = -1.855374$

Pela fórmula 57:  $C_2 = \frac{1}{2} K_2 M_B (1 + z_1 + z_3) + \frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4)$

$$\frac{1}{2} K_2 M_B (1 + z_1 + z_3) = -13.656094 \times 0.026472 = -0.361504$$

$$\frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4) = +104.205290 \times 0.0902195 = +9.401349$$

(em milionésimos de metros)  $C_2 = +9.039845$

Pela fórmula 58:  $C_3 = -K_2 M_B z_3 - K_3 T_B z_4$

$$-K_2 M_B z_3 = -13.656094 \times 793084 = -10.830430$$

$$-K_3 T_B z_4 = +104.205290 \times 781578 = +81.444562$$

(em milionésimos de metros)  $C_3 = +70.614132$

Pela fórmula 59:  $C_4 = \frac{1}{2} K_2 M_B (1 - z_1 + z_3) + \frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4)$

$$\frac{1}{2} K_2 M_B (-1 + z_1 + z_3) = + 13.656094 \times 0.973528 = + 13.294590$$

$$\frac{1}{2} K_3 T_B (1 + z_2 + z_4) = + 104.205290 \times 0.0902795 = + 9.401349$$

(em milionésimos de metros)

$$C_4 = + 22.695939$$

d) Verificações

Pela expressão 14

$$C_2 - C_4 = K_2 M_B$$

$$C_2 = 9.039845$$

$$- C_4 = 22.695936$$

$$\hline K_2 M_B = -13.656094$$

Pela expressão 15

$$- C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = K_3 T_B$$

$$- C_1 = 1.855974$$

$$C_2 = 9.039845$$

$$C_3 = 70.614132$$

$$C_4 = 22.695939$$

$$\hline K_3 T_B = 104.205290$$

6 - Determinação dos momentos nos pontos intermediários

a) Na lage horizontal superior

Origem em A - Valores de x para a esquerda

$$\text{Expressão geral: } M_x = M_A + T_A x - \frac{1}{2} g x^2$$

$$= - 27.6 + 276x - 200x^2$$

Tabela dos resultados

Pontos	x	x <sup>2</sup>	+ 276 x	- 200 x <sup>2</sup>	M <sub>x</sub>
C	0.69	0.4761	+ 190.4	- 95.2	+ 67.6
1	0.46	0.2116	+ 127.0	- 42.3	+ 57.1
2	0.23	0.0529	+ 63.5	- 10.6	+ 25.3
A	0	0	0	0	- 27.6

b) Na lage vertical

Origem em A - Valores de x para baixo



$$\begin{aligned} \text{Expressão geral: } M_x &= M_A + (M_B - M_A) \frac{x}{h} \\ &= -27.6 + (-24 + 27.6) \frac{x}{1.88} \\ &= -27.6 + 1.915x \end{aligned}$$

Tabela dos resultados

Pontos	$x$	$+ 1.915x$	$M_x$
A	0	0	- 27.6
3	0.235	+ 0.45	- 27.2
4	0.47	+ 0.90	- 26.7
5	0.705	+ 1.35	- 26.2
6	0.94	+ 1.80	- 25.8
7	1.175	+ 2.25	- 25.4
8	1.41	+ 2.70	- 24.9
9	1.645	+ 3.15	- 24.5
B	1.88	+ 3.6	- 24.0

c) Na lage horizontal inferior

Origem em B — Valores de  $x$  para a esquerda

Expressão geral (Fórmula 68)

$$M_x = \frac{1}{K_2} \left[ e^{\frac{x}{\varepsilon}} \left( C_2 \cos \frac{x}{\varepsilon} - C_1 \sin \frac{x}{\varepsilon} \right) + e^{-\frac{x}{\varepsilon}} \left( C_3 \sin \frac{x}{\varepsilon} - C_4 \cos \frac{x}{\varepsilon} \right) \right]$$

$$\varepsilon = 66.2155 \text{ cm}$$

$$K_2 = 0.5702 \times 10^{-6} \text{ 1/kg.}$$

$$\frac{1}{K_2} = 1.7538 \text{ milhões de quilo}$$

$$C_1 = - 1.8554$$

$$C_2 = + 9.04$$

$$C_3 = + 70.6141$$

$$C_4 = + 22.696$$

Observação: Vide caso anterior.

Para facilitar os cálculos organizamos o seguinte quadro:

TERMOS		PONTOS			
		B	10	11	D
		$x = 0$	$x = 0.23$	$x = 0.46$	$x = 0.69$
$= \frac{x}{\epsilon} \times 0.43429$	$\frac{x}{\epsilon} =$	0	0.3473	0.6947	1.0420
	$\log \frac{x}{\epsilon} =$	0	0.1508	0.3017	0.4526
	$e \frac{x}{\epsilon} =$	1	1.4153	2.0031	2.8350
	$e - \frac{x}{\epsilon} =$	1	0.7066	0.4992	0.3527
$= \frac{x}{\epsilon} \times 57.29578$	$\frac{x}{\epsilon}$ (em graus) =	0	19° 54'	39° 48'	59° 42'
	$\cos \frac{x}{\epsilon} =$	1	0.9403	0.7683	0.5044
	$\sen \frac{x}{\epsilon} =$	0	0.3404	0.6401	0.8635
em milhões de quilos	$\frac{1}{K_2} e \frac{x}{\epsilon} =$	1.7538	2.4821	3.5130	4.9720
	$\frac{1}{K_2} e - \frac{x}{\epsilon} =$	1.7538	1.2392	0.8755	0.6186
em milionésimos de metros	$C_2 \cos \frac{x}{\epsilon} =$	9.040	8.500	6.945	4.560
	$C_1 \sen \frac{x}{\epsilon} =$	0	-0.631	-1.188	-1.602
	$C_2 \cos \frac{x}{\epsilon} - C_1 \sen \frac{x}{\epsilon} =$	9.040	9.131	8.133	6.162
	$C_3 \sen \frac{x}{\epsilon} =$	0	24.037	45.200	60.975
	$C_4 \cos \frac{x}{\epsilon} =$	22.696	21.341	17.437	11.448
	$C_3 \sen \frac{x}{\epsilon} - C_4 \cos \frac{x}{\epsilon} =$	-22.696	2.696	27.763	49.527
em quilos metros (kg. m)	$\frac{1}{K_2} e \frac{x}{\epsilon} \left[ C_2 \cos \frac{x}{\epsilon} - C_1 \sen \frac{x}{\epsilon} \right] =$	15.85	22.66	28.57	30.64
	$\frac{1}{K_2} e - \frac{x}{\epsilon} \left[ C_3 \sen \frac{x}{\epsilon} - C_4 \cos \frac{x}{\epsilon} \right] =$	-39.80	3.34	24.31	30.64
	$M_x =$	-23.95	+26.00	+52.88	+61.28

7 - Determinação dos pontos de momento nulo

Somente nas lages horizontais

a) Na lage superior

Pela expressão 69:  $x_0 = \frac{1}{2} \left[ l \pm \sqrt{l^2 + \frac{8M_A}{g}} \right]$

$\therefore x_0 = \frac{1}{2} \left[ 1.38 \pm \sqrt{1.9044 - \frac{8 \times 27.6}{400}} \right] = 0.10 \text{ e } 1.28$

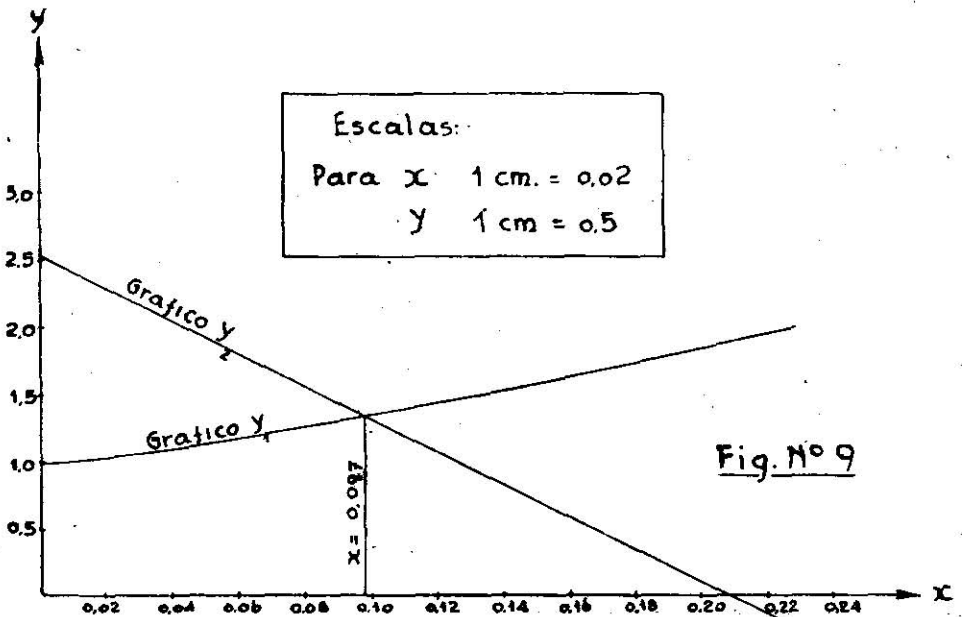
b) Na lage inferior

Pelo mesmo processo adotado no caso anterior

Elementos para o 1.º gráfico:  $(y_1 = e^{\frac{2x}{r}})$ . Já foram obtidos  
Elementos para o 2.º gráfico

$$y_2 = \frac{C_4 - C_3 \operatorname{tg} \frac{x}{r}}{C_2 - C_1 \operatorname{tg} \frac{x}{r}} = \frac{22.7 - 70.6 \operatorname{tg} (86.5 x)^\circ}{9 + 1.85 \operatorname{tg} (86.5 x)^\circ} = \frac{A}{B}$$

x	(86.5x)°	tg (86.5x)°	70.6 tg (86.5x)°	1.85 tg (86.5x)°	A	B	y <sub>2</sub>
0	0	0	0	0	22.7	9	2.52
0.115	9°57'	0.1754	12.38	0.32	10.3	9.3	2.11
0.23	19°54'	0.3620	25.56	0.67	- 2.9	9.7	-0.30



## 8 - Determinação dos momentos máximos

Somente nas lages horizontais

## a) Na lage superior

O momento verifica-se no centro ( $x_m = 0.69$ )

$$M_{max} = M_A + \frac{ql}{8} = -27.6 + \frac{400 \times \overline{1.38}^2}{8} = +67.6 \text{ kg.m}$$

Confere com o resultado da tabela

## b) Na lage inferior

Verifica-se também no centro ( $x_m = 0.69$ )

$$\begin{aligned} M_{max} &= \frac{2}{K_2} (C_2 n_1 - C_1 n_2) \\ &= 2 \times 1.7538 (9.04 \times 1.43 + 1.8554 \times 2.448) \\ &= 3.5076 (12.93 + 4.54) = 61.28 \text{ kg.m} \end{aligned}$$

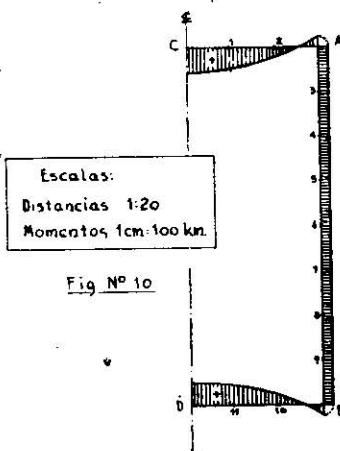
Confere com o resultado da tabela.

## 9 - Resultados finais

a) Quadro geral dos momentos (valores  $\beta$ )

PONTOS		MOMENTOS.	PONTOS DE MOMENTO NULO
Lage Superior	C	+ 67.6 (máx +)	$x_0 = 0.10$ e $1.28$
	1	+ 57.1	
	2	+ 25.3	
	A	- 27.6 (máx -)	
L a g e V e r t i c a l	3	- 27.2	Não ha
	4	- 26.7	
	5	- 26.2	
	6	- 25.8	
	7	- 25.4	
	8	- 24.9	
	9	- 24.5	
	B	- 24.0	
	Lage Inferior	10	
11		+ 25.9	
D		+ 61.3	

b) Diagrama dos momentos



C — Esforços devidos à pressão hidrostática interior (Valores  $\gamma$ )

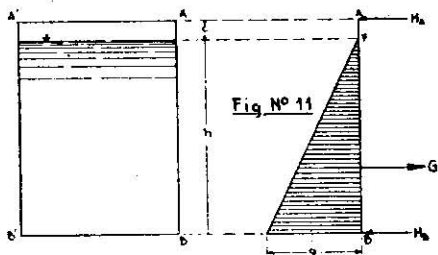
1 — Considerações Preliminares

Para a determinação dos esforços devidos à pressão hidrostática interior aplicamos as fórmulas do Caso B, anteriormente deduzidas.

Fazemos notar que no cálculo desprezamos o efeito do peso da água sobre a lage inferior, por ser muito diminuto.

2 — Cálculo das cargas e suas funções

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas



$$h = 1.88 \text{ m}$$

$$c = 0.165 \text{ m}$$

$$h - c = 1.715 \text{ m}$$

$$w_a = 1000 \text{ kg/m}^3$$

b) Cargas

Fórmula 75:  $g = w_a (h - c) = 1000 \times 1.715 = 1715 \text{ kg/m}$

Fórmula 78:  $G = \frac{w_a (h - c)^2}{2} = \frac{1000 \times 1.715^2}{2} = 1470.6 \text{ kg}$

c) Funções das cargas

$$N = \frac{w_a (h - c)^3}{60 h^2} = \frac{1000 \times 1.715^3}{60 \times 88^2} = 23.79 \text{ kg/m}$$

Fórmula 79:  $\mathcal{M}_B = \frac{1}{3} G (h - c) = \frac{1}{3} (1470.6 \times 1.715) = 840.7 \text{ kg. m}$

Formula 80:  $\mathcal{M}_A = G \left[ h - \frac{1}{3} (h - c) \right] = 1470.6(1.88 - 0.572) = 1924 \text{ kg. m}$

3 — Determinação das incognitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$

a) Resumo dos elementos que entram na fórmula

$$N = 23.8 \text{ kg/m} \quad \left| \begin{array}{l} N_1 = 26.52 \text{ m}^2 \\ N_3 = 31.15 \text{ m}^2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} S_1 = 1 \\ S_3 = 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} Q_1 = 4.2 \\ Q_3 = 4.2 \end{array} \right| \quad \Delta = 16.66$$

b) Cálculo dos momentos

Pela fórmula 90:

$$M_A = \frac{NS_1}{\Delta} [N_1 Q_3 - S_3 N_3] = \frac{23.8}{16.66} [26.52 \times 4.2 - 31.15] = 114.6 \text{ kg. m}$$

Pela fórmula 100:

$$M_B = \frac{NS_3}{\Delta} [N_3 Q_1 - S_1 N_1] = \frac{23.8}{16.66} [31.15 \times 4.2 - 26.52] = 149 \text{ kg. m}$$

c) Verificação

Pela fórmula 96:  $M_A S_3 + M_B Q_3 - N N_3 S_3 = 0$

$$114.6 + 149 \times 4.2 - 23.8 \times 31.15 = 741 - 741 = 0$$

4 — Cálculo das forças cortantes (reações horizontais e verificações)

$$\begin{aligned} \text{Fórmula 101: } H_A &= -\frac{1}{h} \left[ -(M_B - M_A) + \mathcal{M}_B \right] \\ &= -\frac{1}{1.88} \left[ -(149 - 114.6) + 840.7 \right] = -428.9 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fórmula 102: } H_B &= -\frac{1}{h} \left[ (M_B - M_A) + \mathcal{M}_A \right] \\ &= -\frac{1}{1.88} \left[ (149 - 114.6) + 1924 \right] = -1041.7 \text{ kg} \end{aligned}$$

Verificação (103):  $H_A + H_B = -G$

$$-428.9 - 1041.7 = 1470.6 \text{ kg}$$

5 — Determinação dos momentos nos pontos intermediários

a) Nas lages horizontais

Nas lages horizontais os momentos flectores são constantes e respectivamente iguais a  $M_A$  e  $M_B$ .

## b) Na lage vertical

Origem em  $A$  Valores de  $x$  para baixo  
Ramo  $AF$  ( $x$  de 0 a 0.165)

$$\begin{aligned} \text{Expressão geral: } M_x &= M_A + H_A x \\ &= 114.6 - 428.9 x \end{aligned}$$

Ramo  $FB$  ( $x$  de 0.165 a 1.88)

$$\begin{aligned} \text{Expressão geral: } M_x &= M_A + H_A x + \frac{w_a(x-c)^2}{6} \\ &= 114.6 - 428.9x + 166.67(x-c)^2 \end{aligned}$$

Tabela dos Resultados

Pontos	$x$	$- 428.9x$	$x - c$	$(x - c)^2$	$+166.67(x-c)^2$	$M_x$
A	0	0	—	—	—	+ 114.6
F	0.165	- 70.8	—	—	—	+ 43.8
3	0.235	- 100.8	0.07	0.00034	+ 0.06	+ 13.9
4	0.47	- 201.6	0.305	0.02837	+ 4.73	- 82.3
5	0.705	- 302.4	0.540	0.1575	+ 26.2	-161.6
6	0.91	- 403.2	0.775	0.4655	+ 77.6	-211.0
7	1.175	- 504.0	1.010	1.03	+ 171.7	-217.7
8	1.41	- 604.7	1.245	1.93	+ 321.7	-168.4
9	1.645	- 705.5	1.480	3.24	+ 540.0	- 50.9
B	1.88	- 806.3	1.715	5.04	+ 840.7	+149.0

## 6 — Determinação dos pontos de momento nulo

Só ha na lage vertical

Sendo  $M_A = 114.6$   $H_A c = 70.8$   
 $M_A > H_A c$

Portanto os pontos de momentos nulo estão no trecho  $FB$ .  
São obtidos pela solução da equação 108.

$$x^2 - 3cx^2 = - (3c^2 + \frac{6H_A}{w_a}) x + (c^3 - \frac{6M_A}{w_a})$$

Como anteriormente, resolvemos esta equação pelo processo gráfico.  
Notamos pela tabela que os pontos de momento nulo estão:

a) No início, entre  $x = 0.25$  e  $x = - 0.35$

b) No fim, entre  $x = 1.70$  e  $x = 1.80$

Portanto os gráficos serão construidos apenas para esses dois pequenos trechos.

Elementos para o 1.º gráfico

Elementos para o 2.º gráfico

$$y_1 = x^3 - 3cx^2 = x^2(x - 3c)$$

$$y_2 = -\left(3c^2 + \frac{6H_A}{w_a}\right)x + \left(c^3 - \frac{6M_A}{w_a}\right)$$

$$y_1 = x^2(x - 0.495)$$

$$y_2 = 2.492x - 0.683$$

x	x <sup>2</sup>	x - 0.495	y <sub>1</sub>
0.25	0.0625	- 0.245	- 0.015
0.30	0.09	- 0.195	- 0.018
0.35	0.1225	- 0.145	- 0.018
1.70	2.89	+ 1.205	+ 3.48
1.75	3.06	+ 1.255	+ 3.84
1.80	3.24	+ 1.305	+ 4.23

x	2.492x	y <sub>2</sub>
0.25	0.623	- 0.060
0.30	0.748	+ 0.065
0.35	0.872	+ 0.189
1.70	4.236	+ 3.553
1.75	4.361	+ 3.678
1.80	4.486	+ 3.803

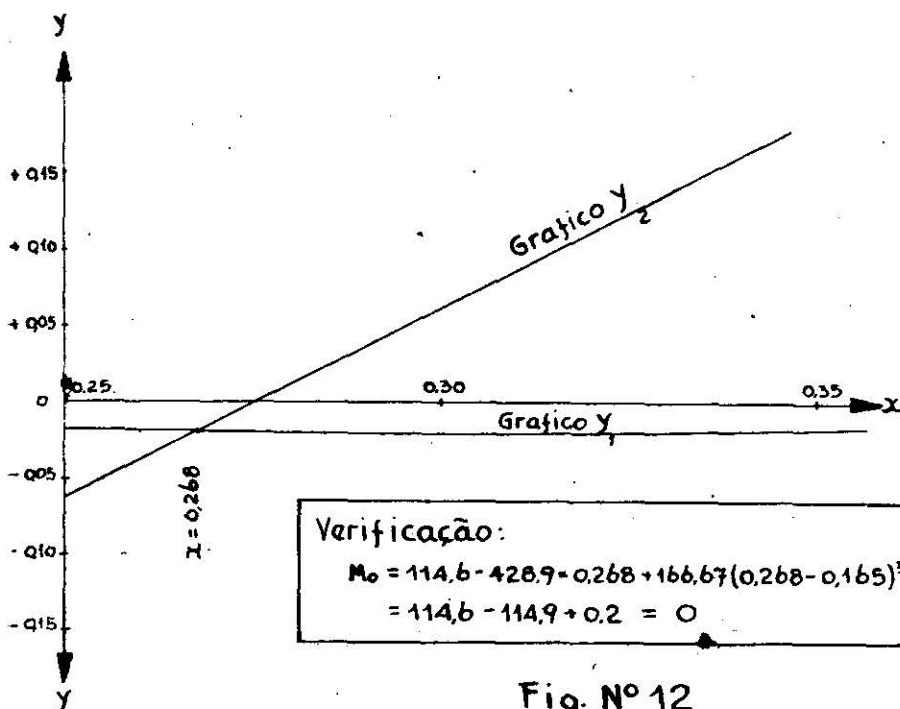


Fig. Nº 12



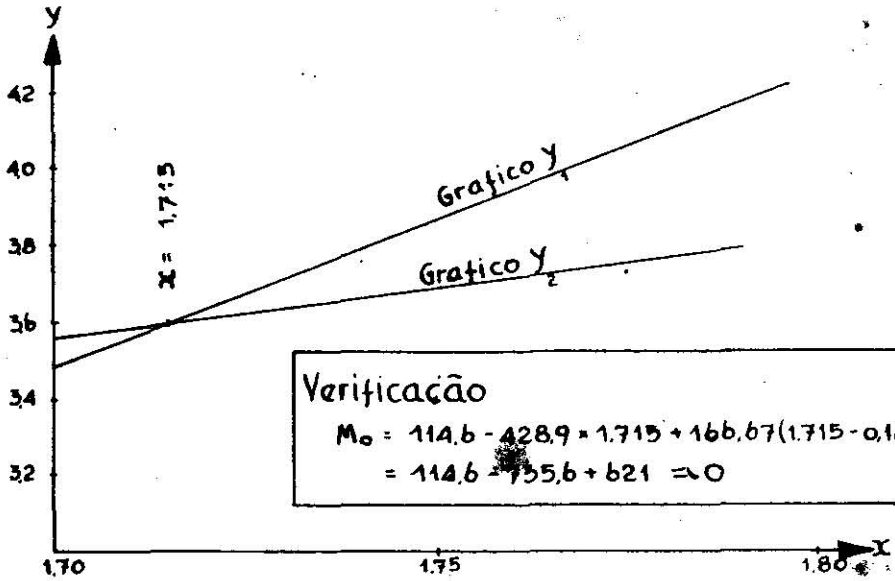


Fig. Nº 13

7 — Determinação do momento máximo

Somente no trecho FB da lage vertical.

O ponto  $x_m$  em que se verifica o momento máximo é dado pela expressão 109.

$$x_m = c + \sqrt{-\frac{2H_A}{w_a}} = 0,165 + \sqrt{\frac{2 \times 428,9}{1000}} = 1,091 \text{ m}$$

O valor do momento máximo é dado pela expressão 110:

$$M_{max} = M_A + H_A \left[ c + \sqrt{\frac{2H_A}{w_a}} + \frac{w_a}{6} \left( -\frac{2H_A}{w_a} \right)^{3/2} \right]$$

ou, melhor,

$$M_{max} = M_A + H_A x_m + \frac{(w_a x_m - c)^3}{6}$$

$$= 114,6 - 428,9 \times 1,091 + \frac{1000 (1,091 - 0,165)^3}{6}$$

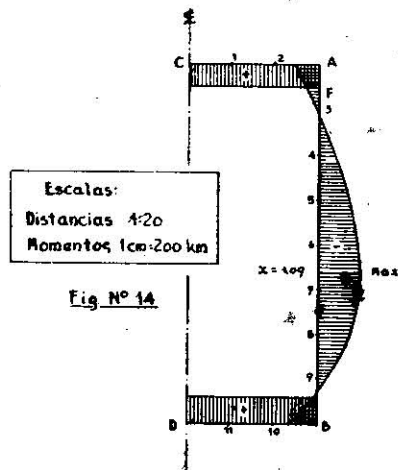
$$= 114,6 - 467,9 + 132,3 = -221 \text{ kg.m}$$

8 — Resultados finais

a) Quadro Geral dos Momentos

PONTOS		MOMENTOS	PONTOS DE MOMENTO NULO
Lage Superior	C	+ 114.6	Não ha
	1	+ 114.6	
	2	+ 114.6	
L a g e V e r t i c a l	A	+ 114.6	
	3	+ 13.9	
	4	82.3	
	5	- 161.6	
	6	- 211.0	
	7	- 217.7	
	8	- 168.4	
	9	- 50.9	
	B	+ 149.0	
Lage Inferior	10	+ 149.0	Não ha
	11	+ 149.0	
	D	+ 149.0	

b) Diagrama dos momentos



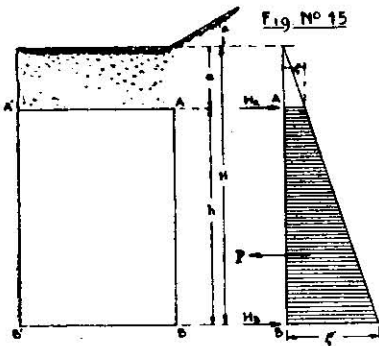
D — Esforços devides ao empuxo horizontal da terra (Valores  $\delta$ )

1 — Considerações preliminares

Para determinação dos esforços devido ao empuxo da terra aplicamos as fórmulas do caso C, deduzidas no artigo anterior.

2 - Cálculos das cargas e suas funções

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas



$$h = 1.88 \text{ m}$$

$$a = h_t + \frac{d}{2} = 0.60 + 0.065 = 0.065 \text{ m}$$

$$H = h + a = 2.545 \text{ m}$$

$$w_t = 1600 \text{ kg/m}^3$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\varphi = 37^\circ 30'$$

b) Cálculo do empuxo total  $E_t$

Pela expressão 111 :

$$E_t = \frac{1}{2} w_t H^2 \cos \alpha \left[ \frac{\cos \alpha - \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi}}{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi}} \right]$$

$$\cos \alpha = \cos 30^\circ = 0.866 \quad \cos^2 \alpha = 0.7500$$

$$\cos \varphi = \cos 37^\circ 30' = 0.7934 \quad \cos^2 \varphi = 0.6295$$

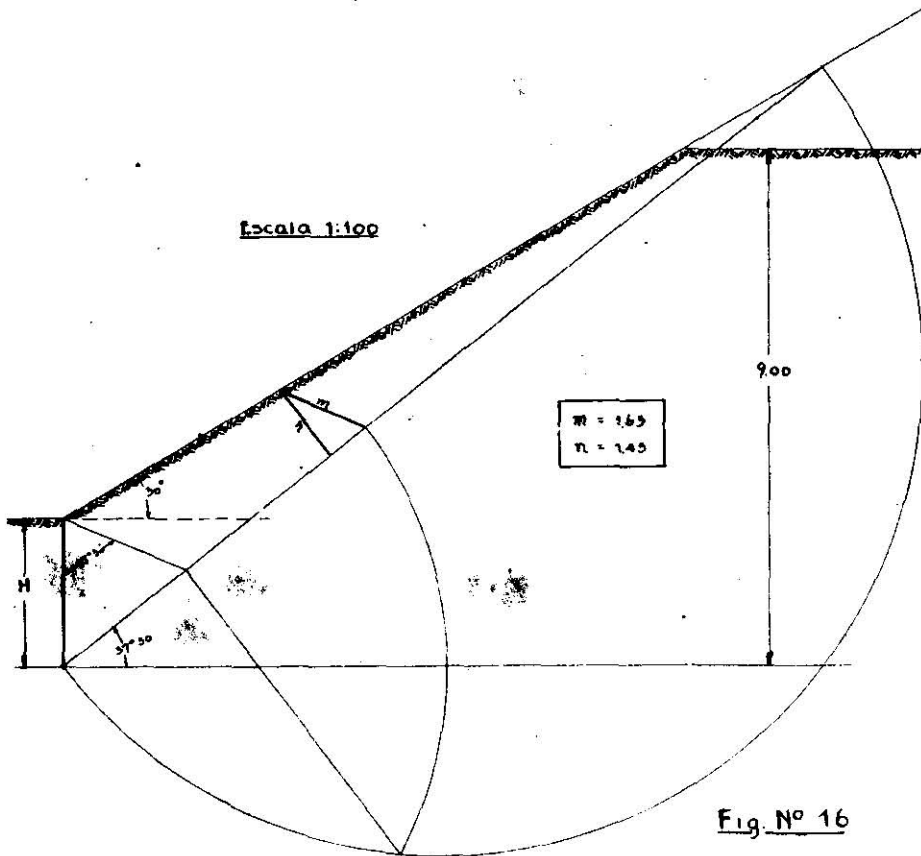
$$\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi = 0.7500 - 0.6295 = 0.1205 \quad \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi} = 0.3471$$

$$\frac{\cos \alpha - \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi}}{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha - \cos^2 \varphi}} = \frac{0.866 - 0.3471}{0.866 + 0.3471} = \frac{0.5189}{1.2131} = 0.4277$$

$$E_t = \frac{1600}{2} \times 2.545^2 \times 0.866 \times 0.4277 =$$

$$= 800 \times 6.477 \times 0.866 \times 0.4277 = 1920 \text{ kg}$$

c) Determinação gráfica do empuxo



$$E_t = \frac{mn}{2} \cdot w_c = \frac{1.65 + 1.45}{2} \cdot 1600 = 1920 \text{ K.}$$

d) Cargas unitárias

$$p_3 = \frac{2 E_t}{H} = \frac{2 \times 1920}{2.545} = 1508.8 \text{ kg}$$

$$p_1 = \frac{p_3 a}{H} = \frac{1508.8 \times 0.665}{2.545} = 394.2 \text{ kg}$$

Transformando o diagrama das pressões (lei do trapézio) em dois diagramas, um triangular e outro retangular, temos:

$$\text{Lei triangular: } p'_x = px, \text{ sendo } p = \frac{p_3 - p_1}{h} = \frac{1508.8 - 394.2}{1.88} = 592.9 \text{ kg/m}$$

$$p'_x = 592.9 x$$

$$\text{Lei retangular: } p''_x = p_3 = 1508.8 \text{ kg/m}$$

e) Pressão total e momento nas bases

$$P = - \frac{h}{2} (p_1 + p_3) = - 0.94 (394.2 + 1508.8) = - 1788.8 \text{ kg.}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_B &= - \left( \frac{p_1 h^2}{2} + \frac{ph^3}{6} \right) = - \left[ \frac{394.2 \times 1.88^2}{2} + \frac{592.9 + 1.88^3}{6} \right] \\ &= - (696.6 + 656.6) = - 1353.2 \text{ kg.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_A &= - \left( \frac{p_1 h^2}{2} + \frac{ph^3}{3} \right) = - \left[ \frac{394.2 \times 1.88^2}{2} + \frac{592.9 \times 1.88}{3} \right] \\ &= - (696.6 + 1313.2) = - 2009.8 \text{ kg.m} \end{aligned}$$

3 - Determinação das incognitas hiperestáticas  $M_A$  e  $M_B$

a) Resumo dos elementos que entram nas fórmulas

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} p = 593 & S_1 = 1 & Q'_1 = 7.14 & Q''_1 = 3.2 & \\ p_1 = 395 & S_3 = 1 & Q'_3 = 8.87 & Q''_3 = 3.2 & \Delta = 16.66 \end{array}$$

b) Cálculos dos momentos

$$\begin{aligned} \text{Pela expressão 124: } M'_A &= - \frac{ph^3}{20} \cdot \frac{Q'_1 S'_1}{\Delta} = - \frac{592.9 \times 1.88^3}{20} \times \\ &\times \frac{7.14}{16.66} = - 84.43 \text{ kg. m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{132: } M''_A &= - \frac{p_1 h^2}{4} \cdot \frac{Q''_3 S_1}{\Delta} = - \frac{394.2 \times 1.88^2}{4} \times \\ &\times \frac{3.2}{16.66} = - 66.91 \text{ kg.m} \end{aligned}$$

$$M_A = M'_A + M''_A = - 151.34 \text{ kg.m}$$

$$\begin{aligned} \text{Pela expressão 125: } M'_B &= - \frac{ph^3}{20} \cdot \frac{Q'_3 S_3}{\Delta} = - \frac{592.9 \times 1.88^3}{20} \times \\ &\times \frac{8.87}{16.66} = - 104.90 \text{ kg. m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{133: } M''_B &= - \frac{p_1 h^2}{4} \cdot \frac{Q''_1 S_3}{\Delta} = - \frac{394.2 \times 1.88^2}{4} \times \\ &\times \frac{3.2}{16.66} = - 66.91 \text{ kg. m} \end{aligned}$$

$$M_B = M'_B + M''_B = - 171.81 \text{ kg. m}$$

c) Verificações:

$$\text{Fórmula 95: } M'_A Q_1 + M'_B S_1 = - \frac{7}{60} p h^3$$

$$\begin{aligned} \therefore - 84.43 \times 4.2 - 104.9 &= - \frac{7 \times 592.9 \times 6.6447}{60} \\ &= - 459.6 = - 459.6 \end{aligned}$$

$$\text{Fórmula 127: } M''_A S_3 + M''_B Q_3 = - \frac{p h^3}{4} S_3$$

$$\begin{aligned} \therefore - 66.91 - 66.91 \times 4.2 &= - \frac{394.2 \times 3.5344}{4} \\ &= - 348.2 = - 348.2 \end{aligned}$$

4 - Determinação das forças cortantes e verificações

$$\begin{aligned} \text{Fórmula 136: } H_A &= \frac{-1}{h} (M_B - M_A) + \mathcal{R}_B = - \frac{1}{1.88} \left[ -(-171.8 + \right. \\ &\left. + 151.3) - 1353.2 \right] = - \frac{1}{1.88} \times 1332.7 = 708.9 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fórmula 137: } H_B &= - \frac{1}{h} \left[ - (M_B - M_A) + \mathcal{R}_A \right] = - \frac{1}{1.88} \times \\ &\times \left[ (-171.8 + 151.3) - 2009.8 \right] = \frac{1}{1.88} \times 2030.3 = 1079.9 \text{ kg} \end{aligned}$$

Verificações:

a)  $H_A + H_B = - P$

$$708.9 + 1079.9 = 1788.8 \text{ kg}$$

b)  $H_A + H_B = E_i - \frac{p_1 a}{2} = 1920 - \frac{394.2 \times 0.665}{2} = 1788.8 \text{ kg}$

5 - Determinação dos momentos nos pontos intermediários

a) Nas lages horizontais

Os momentos são constantes e respectivamente iguais a  $M_A$  e  $M_B$

b) Na lage vertical

Origem em A - Valores de  $x$  para baixo

$$\begin{aligned} \text{Expressão geral: } M_x &= M_A + H_A x - \frac{1}{2} p_1 x^2 - \frac{1}{6} p x^3 \\ &= - 151.3 + 708.9x - 197.1x^2 - 98.81x^3 \end{aligned}$$

Tabela dos Resultados

PONTOS	$x$	$x^2$	$x^3$	$+ 708.9 x$	$- 197.1 x^2$	$- 98.81 x^3$	$M_x$
A	0	0	0	0	0	0	- 151.3
3	0.235	0.055	0.013	+ 166.6	- 10.8	- 1.3	+ 3.2
4	0.470	0.221	0.104	+ 333.2	- 43.6	- 10.3	+ 128.0
5	0.705	0.497	0.350	+ 499.8	- 98.0	- 31.6	+ 215.9
6	0.940	0.884	0.831	+ 666.4	- 174.2	- 82.1	+ 258.8
7	0.175	1.381	1.622	+ 833.0	- 272.2	- 160.3	+ 249.2
8	1.410	1.938	2.803	+ 999.5	- 391.8	- 277.0	+ 179.4
9	1.645	2.706	4.451	+ 1636.1	- 533.3	- 439.8	+ 41.7
B	1.880	3.534	6.645	+ 1332.7	- 696.6	- 656.6	- 171.8

## 6 - Determinação dos pontos de momento nulo

Somente na lage vertical

São obtidos pela solução da equação 141.

$$x^3 + \frac{3p_1}{p} x^2 = \frac{6 M_A}{p} + \frac{6 H_A}{p} x$$

Solução gráfica: como nos casos anteriores.

Notamos pela tabela que os pontos de momento nulo estão:

a) No início, entre  $x = 0.15$  e  $x = 0.25$ b) No fim, entre  $x = 1.65$  e  $x = 1.75$ 

Os gráficos serão construídos somente para esses dois pequenos trechos.

Elementos do 1.º gráfico

$$y_1 = x^3 + \frac{3p_1}{p} x^2 = x^2 \left( x + \frac{1192.6}{592.9} \right)$$

$$y_1 = x^2 (x + 2.01)$$

$x$	$x^2$	$x + 2.01$	$y_1$
0.15	.0225	2.16	0.049
0.20	.0400	2.21	0.088
0.25	.0625	2.26	0.141
1.65	2.722	3.66	9.962
1.70	2.890	3.71	10.722
1.75	3.062	3.76	11.513

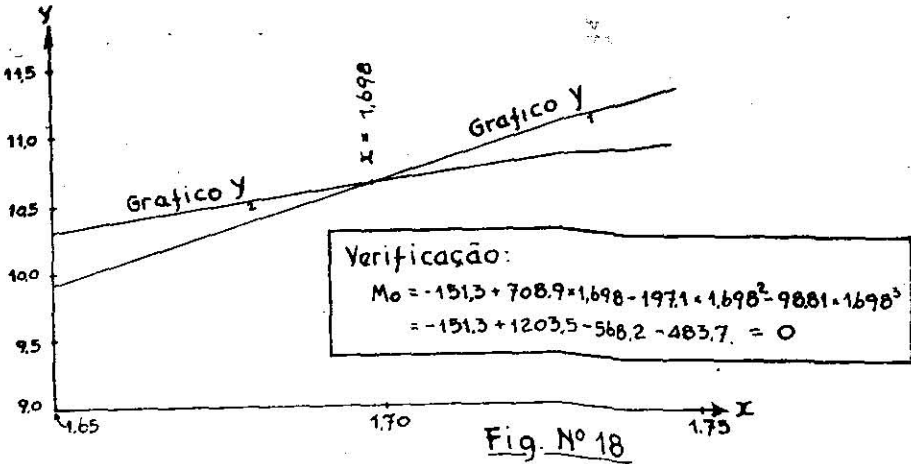
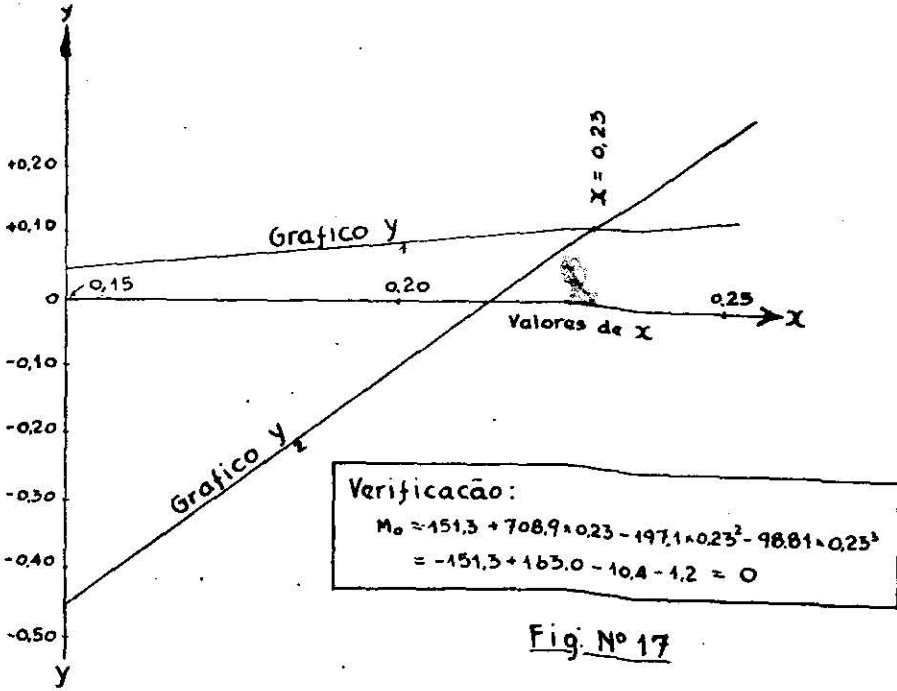
Elementos do 2.º gráfico

$$y_2 = - \frac{6 \times 151.3}{592.9} + \frac{6 \times 708.9}{592.9} x$$

$$y_2 = - 1.531 + 7.174 x$$

$x$	$+ 7.174x$	$y_2$
0.15	+ 1.076	- 0.455
0.20	+ 1.435	- 0.096
0.25	+ 1.793	+ 0.262
1.65	+ 11.837	+ 10.306
1.70	+ 12.196	+ 10.665
1.75	+ 12.555	+ 11.024

Construção dos gráficos



7 - Determinação dos momentos máximos

Somente na lage vertical

O ponto do momento máximo é obtido pela solução da equação 142

$$x_1 = -\frac{p_1}{p} + \sqrt{\left(\frac{p_1}{p}\right)^2 + \frac{2 H_A}{p}}$$

$$= -\frac{394,2}{592,9} + \sqrt{\left(\frac{395}{593}\right)^2 + \frac{2 \times 608,9}{592,9}} = -0,665 + \sqrt{0,442 + 2,391} = 1,018 \text{ m}$$



O valor do momento máximo é obtido pela expressão 143.

$$M_{m\acute{a}x} = M_A H_A x_1 - \frac{1}{2} p_1 x_1^2 - \frac{1}{6} p x_1^3$$

$$= - 151.3 + 708.9 \times 1.018 - 197.1 \times 1.018^2 - 98.81 \times 1.018^3$$

$$= - 151.3 + 721.7 - 204.2 - 104.2 = 262.0 \text{ kg.m}$$

● - Resultados finais

a) Quadro geral dos resultados (Valores  $\delta$ )

PONTOS		MOMENTOS	PONTOS DE MOMENTO NULO
Lage Superior	C	- 151.3	$x_0 = \begin{cases} 0.23 \text{ m} \\ e \\ 1.698 \text{ m} \end{cases}$
	1	- 151.3	
	2	- 151.3	
Lage Vertical	A	- 151.3	
	3	+ 3.2	
	4	+ 128.0	
	5	+ 215.9	
	6	+ 258.8	
	7	+ 242.2	
	8	+ 179.4	
Lage Inferior	9	+ 41.7	
	B	- 171.8	
	10	- 171.8	
	11	- 171.8	
D	- 171.8	Não ha	

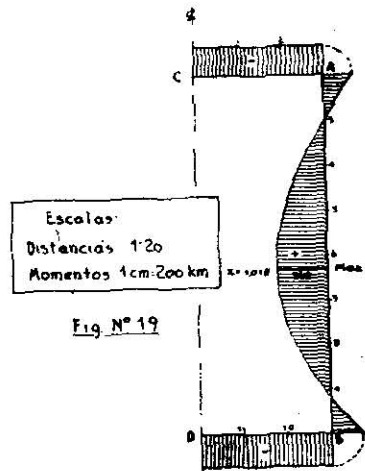
Ponto de momento máximo

$$x_m = 1.018 \text{ m}$$

Momento máximo

$$M_{m\acute{a}x} = 262 \text{ kg. m}$$

b) Diagrama dos momentos



**E — Determinação dos esforços máximos e mínimos**

**1 — Considerações preliminares**

Conhecidos os momentos em todos os pontos, devidos a cada uma das cargas, podemos agora calcular os momentos devidos a todas as possíveis combinações.

Para tal fim fazemos notar, préviamente, o seguinte:

1.º Os esforços devidos à carga permanente (Valores  $\alpha$ ) entram em todas as combinações.

2.º Os esforços devidos à sobrecarga eventual só poderão ocorrer quando, estando o aqueduto em córte, o empuxo da terra estiver efetivamente atuando. Portanto os valores de  $\beta$  e  $\gamma$  devem ser considerados em conjunto. Teremos, pois, as seguintes combinações a considerar:

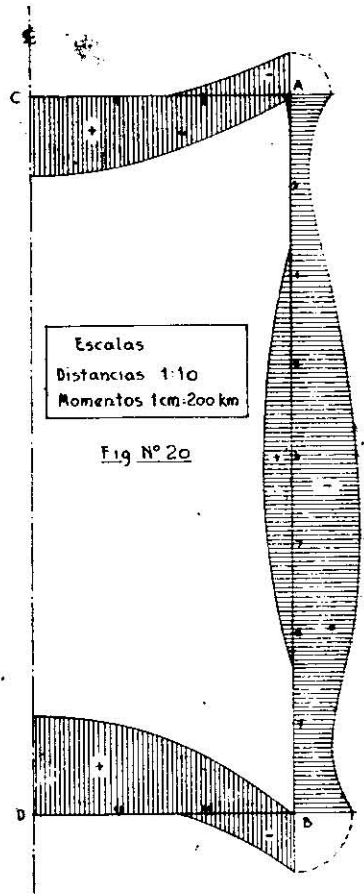
$$\alpha \quad \alpha + \beta + \gamma \quad \alpha + \delta \quad \alpha + \beta + \gamma + \delta$$

Para facilitar, este cálculo será disposto em fórmula de tabela.

**2 — Quadro Geral dos Momentos**

PONTOS	CASOS DE CARGA				COMBINAÇÕES DE CARGA				CASOS MAIS DESFAVORAVEIS	
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\alpha$	$\alpha + \beta + \gamma$	$\alpha + \delta$	$\alpha + \beta + \gamma + \delta$	Máximos	Mínimos
C	+231.8	+67.6	+114.6	-151.3	+231.8	+414.0	+ 80.5	+262.7	+414.0	+ 80.5
1	+198.2	+57.1	+114.6	-151.3	+198.2	+369.9	+ 46.9	+218.6	+369.9	+ 46.9
2	+ 97.2	+25.3	+114.6	-151.3	+ 97.2	+237.1	- 54.1	+ 85.8	+237.1	- 54.1
A	- 71.1	-27.6	+114.6	-151.3	- 71.1	+ 15.9	-222.4	-135.4	+ 15.9	-222.4
3	- 80.4	-27.2	+ 13.9	+ 3.2	- 80.4	- 93.7	- 77.2	- 90.5	- 77.2	- 93.7
4	- 89.8	-26.7	- 82.3	+128.0	- 89.8	-193.8	+ 38.2	- 70.8	+ 38.2	-198.8
5	- 99.1	-26.2	-161.6	+215.9	- 99.1	-286.9	+116.6	- 71.0	+116.6	-286.9
6	-108.5	-25.8	-211.0	+258.8	-108.5	-345.3	+150.3	- 86.5	+150.3	-345.3
7	-117.8	-25.4	-217.7	+249.2	-117.8	-360.9	+131.4	-111.7	+131.4	-360.9
8	-127.2	-24.9	-168.4	+179.2	-127.2	-320.5	+ 52.0	-141.3	+ 52.0	-320.5
9	-136.5	-24.5	- 50.9	+ 41.7	-136.5	-211.9	- 94.8	-170.2	- 94.8	-211.9
B	-145.9	-24.0	+149.0	-171.8	-145.9	- 20.9	-317.7	-192.7	- 20.9	-317.7
10	+120.3	+26.0	+149.0	-171.8	+120.3	+295.3	- 51.5	+123.5	+295.3	- 51.5
11	+264.4	+52.9	+149.0	-171.8	+264.4	+466.3	+ 92.6	+294.5	+466.3	+ 92.6
D	+309.6	+61.3	+149.0	-171.8	+309.6	+519.9	+137.7	+348.1	+519.9	+137.8

3 — Traçado das curvas envolventes



TERCEIRA PARTE

Dimensionamento

A — Secção de Concreto

Por se tratar de uma estrutura hiperestática, a secção de concreto foi inicialmente estabelecida. A escolha, como lembramos, foi feita tendo em vista obras já projetadas, de igual natureza, e levando em conta a condição especificada de se obter máxima impermeabilidade possível.

Foi escolhida uma espessura única de 13 cm. Cumpre-nos agora verificar a secção.

Para tensões permissíveis de  $\sigma_c = 40 \text{ kg/cm}^2$  para o concreto, e  $\sigma_f = 1200 \text{ kg/cm}^2$ , para o aço, a altura útil (normal) necessária, seria obtida pela fórmula:

$$h = r \sqrt{\frac{M}{b}}$$

onde r, para as dadas taxas de trabalho, é igual a 0.411

Para o momento *maximum maximorum* ( $M = 52000$  kg. m, no ponto  $D$ ) o valor da altura util seria

$$h = 0.411 \sqrt{\frac{52000}{100}} = 0.411 \times 22.8 = 9.4 \text{ cm.}$$

Por conseguinte, somando-se a este valor uma altura de 2.6 cm., correspondente ao cobrimento especificado, mais o raio da barra, teremos uma espessura total de 12 cm. Observamos, pois, que sob o ponto de vista de estabilidade ha uma folga de um cm. Essa folga, porém, é justificada pela condição de se obter maior impermeabilidade.

Para reforçar os cantos internos da secção, julgamos conveniente ampliar a secção introduzindo uma curva de concordancia entre as paredes. A curva adotada tem raio de 14 cm.

Além disso, a lage inferior levará um revestimento de cimento, de 2 cm de espessura, aproximadamente, com ligeira inclinação para o centro.

## B — Projeto da Armadura.

### 1 -- Considerações preliminares

Neste problema a armadura deverá ser subordinada à dada altura util da secção e deverá ser calculada (por m. l. de profundidade) de conformidade com as curvas envolventes dos momentos.

Por se tratar de uma secção folgada, devemos, neste problema, prefixar a tensão permíssivel do aço, que será de  $\sigma_f = 1200$  kg/cm<sup>2</sup> (aço comercial 37 CA).

Outrossim, foi recomendado o emprego de barras de 3/8".

Para o cálculo da armadura empregaremos a fórmula

$$S_f = \frac{M}{\sigma_f \cdot z}$$

O valor de  $z$ , que representa o braço da alavanca das forças internas, não é constante na realidade. Contudo, para os efeitos da escolha da armadura, podemos considerá-lo como tal, com valor aproximado de  $0.9 h$  (sendo  $h$  a altura util).

Em nosso problema, o valor de  $h$  será igual à espessura total menos o cobrimento especificado e menos o raio da barra (3/8"). Portanto:

$$h = 13 - 1.5 - 0.5 = 11 \text{ cm}$$

A fórmula direta para o cálculo da armadura será:

$$S_f = \frac{M}{1200 \times 0.9 \times 11} = \frac{M}{11880} \text{ cm}^2 \text{ (sendo } M \text{ em kg. cm)}$$

Após a fixação definitiva da armadura, convém fazer-se o cálculo de verificação em algumas secções duvidosas, empregando as fórmulas exatas.

2 — Cálculo do número de barras necessárias nas várias secções.

Fazendo um estudo das curvas envolventes chegamos às seguintes conclusões:

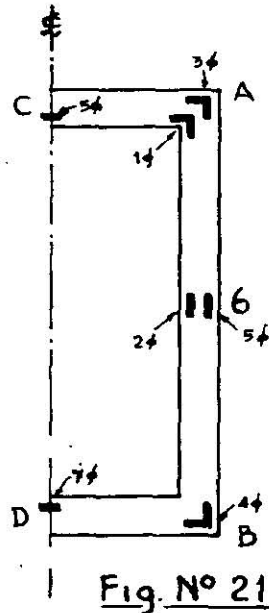
a) *Para as lajes longitudinais:* Calculamos as barras internas para a secção C e D (momento máximo positivo). Serão cortadas ou dobradas em dois pontos, segundo a curva. E calculamos as barras externas na secção A e B (momento máximo negativo), que também podem ser dobradas ou cortadas em um ou dois pontos.

b) *Para as lajes verticais.* Serão calculadas as barras internas e externas para os respectivos momentos máximos correspondentes à secção 6. Tais barras não serão cortadas ou dobradas em pontos algum, apesar de não haver momentos positivos nas extremidades.

Podemos, pois, calcular o número de barras de necessárias nas secções acima referidas.

Laje horizontal superior	{	Secção C — Barras internas	$M = + 414 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{41400}{11880}$	$= 3.49 \text{ cm}^2$	$n = 5$		
		Secção A —	Barras internas	$M = + 16 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{1600}{11880}$	$= 0.14 \text{ cm}^2$	$n = 1$	
			Barras externas	$M = - 222.4 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{22240}{11880}$	$= 1.88 \text{ cm}^2$	$n = 3$	
Laje vertical	{	Secção 6		Barras internas	$M = + 150.3 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{15030}{11880}$	$= 1.27 \text{ cm}^2$	$n = 2$
				Barras externas	$M = - 345.3 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{34530}{11880}$	$= 2.91 \text{ cm}^2$	$n = 5$
Laje horizontal inferior	{	Secção B	Barras externas	$M = - 317.7 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{31770}{11880}$	$= 2.67 \text{ cm}^2$	$n = 4$	
		Secção D	Barras internas	$M = + 519.9 \text{ kg.m}$	$S_f = \frac{51990}{11880}$	$= 4.38 \text{ cm}^2$	$n = 7$	

Resulta o esquêma ao lado:



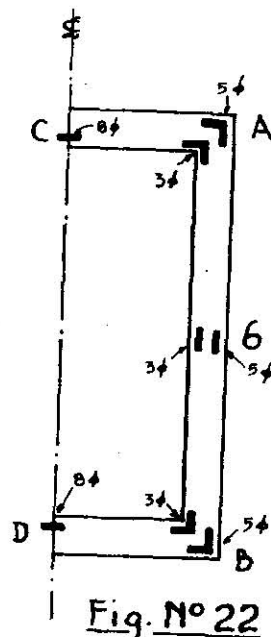
### 3 — Plano de distribuição das barras

Em primeiro lugar, afim de facilitar o cóрте e dobramento das barras, convém adotar número par de barras na secção D (onde o número é máximo). Fazemos  $n=8$ ; resultará um espaçamento máximo de 12,5 cm.

Pelo esquêma acima é facil fazer-se o estudo de distribuição das barras. Das 8 barras totais, colocaremos 5 no lado externo e 3 no lado interno da lage vertical, satisfazendo, assim, com folga, toda a lage vertical, inclusive os cantos A e B.

Nos trechos AC e DB, as cinco barras externas serão curvadas, passando para o lado interno, onde se vão juntar às 3 barras dispostas no lado interno (vindas da lage vertical), perfazendo um total de 8 barras, necessárias (com folga) para as secções C e D.

Temos, então o esquêma definitivo:



Notamos pelo esquêma acima que a distribuição estudada satisfaz com folga às condições de resistência e sem excessivo sacrifício da parte econômica. Além disso apresenta a vantagem de simetria, o que facilita o estudo dos tipos das barras.

Para completar o plano de distribuição, resta apenas estudar os pontos onde deverão ser dobradas as barras nas lages horizontais.

#### 4 — Dobramento das barras

Esta operação é feita mediante as curvas envolventes dos momentos.

Convém dobrar as barras em 2 pontos em cada trecho, sendo 3 de uma vez e 2 noutra.

Para traçar o diagrama dos momentos correspondentes à armadura fornecida devemos calcular os momentos de resistência de 1 barra de 3/8".

Podemos aplicar a mesma fórmula anterior.

$$M = S_f \sigma_f z$$

Portanto, para 1 barra de 3/8",  $S_f = 0.713 \text{ cm}^2$

$$M_{1\phi} = 0.713 \times 1200 \times 9.9 = 8470 \text{ kg. cm}$$

$$M_{3\phi} = 3 \times 8470 = 25400 \text{ kg. cm}$$

$$M_{5\phi} = 5 \times 8470 = 42400 \text{ kg. cm}$$

$$M_{8\phi} = 8 \times 8470 = 67800 \text{ kg. cm}$$

O gráfico da página seguinte (fig. 23) mostra a curva envolvente dos momentos e o diagrama dos momentos de resistência das secções.

#### 5 — Verificação de algumas secções duvidosas

Para esta verificação admitiremos que as armaduras trabalhem independentemente, isto é, que as barras internas resistam aos momentos positivos e as extremas, aos momentos negativos. Portanto devemos adotar as fórmulas da secção retangular com simples armadura. Nestas fórmulas temos os seguintes valores constantes:

$$h = 11 \text{ cm} \quad b = 100 \text{ cm} \quad n = 15$$

a) Na lage horizontal superior

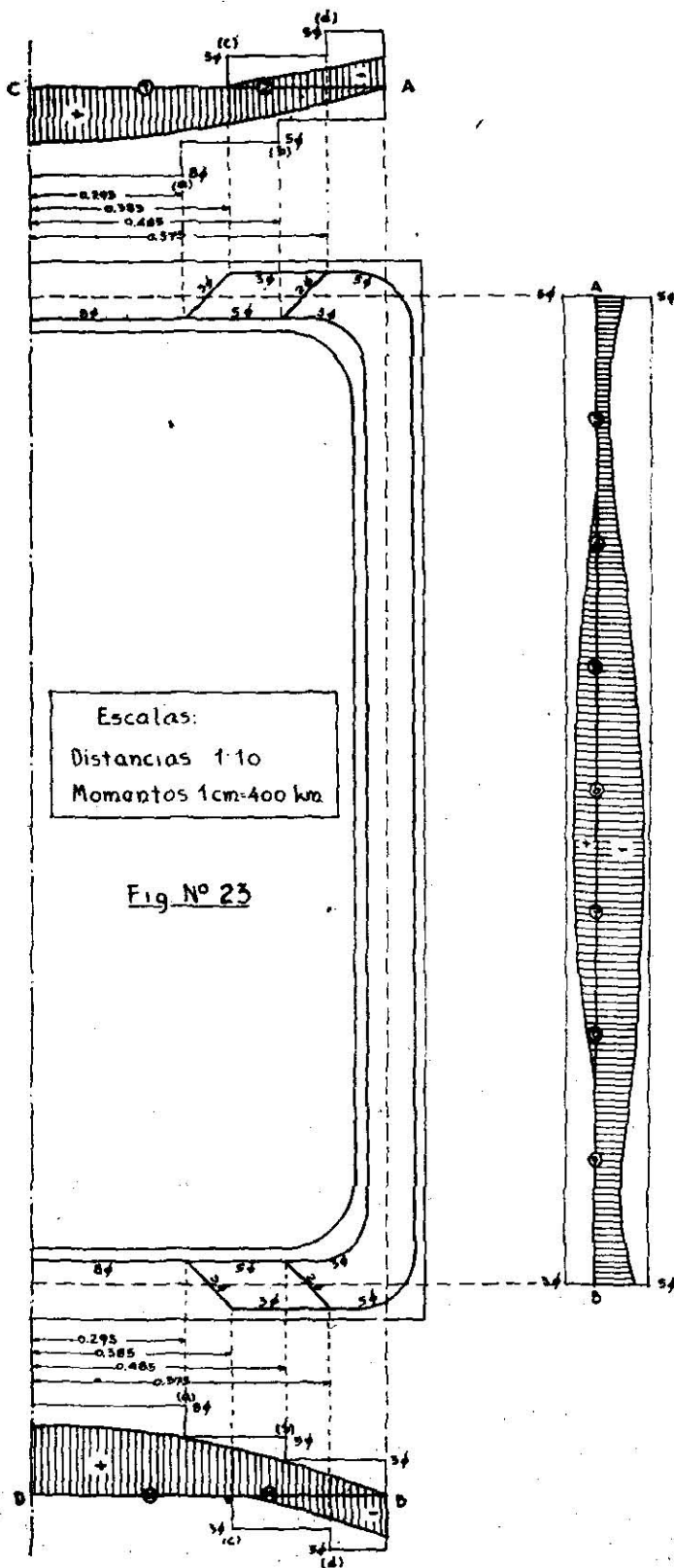
Secção (b) (a 0.205 m. da extremidade A)

$M = + 22000 \text{ kg. cm}$  (dado extraído da curva)

$S_f = 3 \phi 3/8' = 2.14 \text{ cm}^2$

$$x = \frac{nf}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2bh}{nf}} \right]$$

$$= \frac{15 \times 2.14}{100} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 100 \times 11}{15 \times 2.14}} \right]$$



Diagramas dos Momentos



$$= 0.321 \left[ -1 + \sqrt{1 + 68.54} \right] = 2.34$$

$$z = h - \frac{x}{3} = 11 - 0.78 = 10.22 \text{ cm}$$

$$\sigma_c = \frac{2M}{bxy} = \frac{2 \times 22000}{100 \times 2.34 \times 10.22} = 18.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_f = \frac{M}{fz} = \frac{22000}{2.14 \times 10.22} = 1010 \text{ kg/cm}^2$$

b) Na lage vertical

Secção 7

$$M = -36100 \text{ kg.cm}$$

$$S_f = 5 \phi 3/8'' = 3.56 \text{ cm}^2$$

$$x = \frac{15 \times 3.56}{100} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 100 \times 11}{15 \times 3.50}} \right]$$

$$= 0.534 \left[ -1 + \sqrt{1 + 41.2} \right] = 2.94 \text{ cm}$$

$$z = 11 - 0.98 = 10.02 \text{ cm}$$

$$\sigma_c = \frac{2 \times 36100}{100 \times 2.94 \times 10.02} = 24.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_f = \frac{36100}{3.56 \times 10.02} = 1010 \text{ kg/cm}^2$$

c) Na lage horizontal superior

Secção (a) (a 0.995 da extremidade A)

$$M = 44000 \text{ kg.cm (dado extraído da curva)}$$

$$S_f = 5 \phi 3/8'' = 3.56 \text{ cm}^2$$

$$x = 2.94 \text{ cm} \quad z = 10.02 \text{ cm}$$

$$\sigma_c = \frac{2 \times 4400}{100 \times 2.94 \times 10.02} = 30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_f = \frac{44000}{3.56 \times 10.02} = 1230 \text{ kg/cm}^2 \text{ (aceitavel)}$$

#### 6 — Tipos de armadura

Em primeiro lugar, sendo acima de 12 metros ambos os perímetros totais do quadro, as barras devem ser compostas de 2 metades.

Para facilitar a mão de obra, ambas as partes devem ser absolutamente iguais em comprimento e formato. E, finalmente, para fazer cair as emendas em secções menos perigosas, as barras serão cortadas segundo um plano inclinado, como mostra o esquema seguinte (fig. 24).

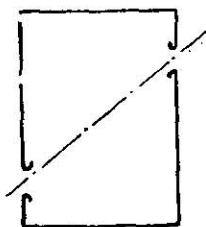


Fig. N° 24

Na obra, as barras deverão ser colocadas de fôrma a que as emendas cáiam, alternadamente, em cima e em baixo. Outrosim, é conveniente curvar as barras nas quatro extremidades, com um raio de curvatura pouco menor ao adotado para a secção de concreto. Adotaremos um raio de 10 cm. Assim, tendo em vista estas sugestões, foram estudados os tres tipos de barras, desenhados na Prancha Geral (que acompanha este artigo), de fôrma a fornecer em todas as secções o número de barras necessárias, por metro linear.

Como podemos notar pelo desenho das secções, as tres posições foram colocadas de tal fôrma na secção de modo a apresentar a mais uniforme distribuição possível, e com espaçamentos não muito elevados.

### 7 — Barras de distribuição

Não obedecem a cálculo de especie alguma. Empregaremos barras de  $1/4''$ . As nórmas alemãs especificam um mínimo de 3 barras por metro de comprimento da lage.

Segundo as especificações americanas o espaçamento deverá ser subordinado à condição de se fornecerem, por metro de comprimento, barras de distribuição cuja secção total não seja inferior a 0.2% da secção de concreto.

No caso em apreço, a secção do concreto, por metro de comprimento é de  $100 \times 13 = 1300 \text{ cm}^2$ .

Portanto a secção total necessária seria de  $0.002 \times 1300 = 2.6 \text{ cm}^2$ , que corresponde a  $9 \phi 1/4'' (= 2.85 \text{ cm}^2)$ .

Empregaremos, pois,  $10 \phi 1/4''$ , sendo 5 para cada lado (interno e externo), com espaçamento de 20 cm.

Convém colocar as barras internas alternadas com as externas.

## C — Resultados definitivos

### 1 — Detalhes

A prancha anexa apresenta os seguintes desenhos.

a) Secção transversal do aqueduto mostrando a armadura principal e as barras de distribuição.

b) Quatro córtes longitudinais da lage, mostrando a distribuição da armadura horizontal em quatro secções.

c) Tipos de armaduras.

### 2 — Quadro da ferragem

Este foi organizado para um metro de comprimento do aqueduto.

3 — Relações da armadura

O volume de concreto por metro linear de aqueduto é igual a

$$V = 2(1.88 + 1.38) 0.13 = 0.847 \text{ m}^3$$



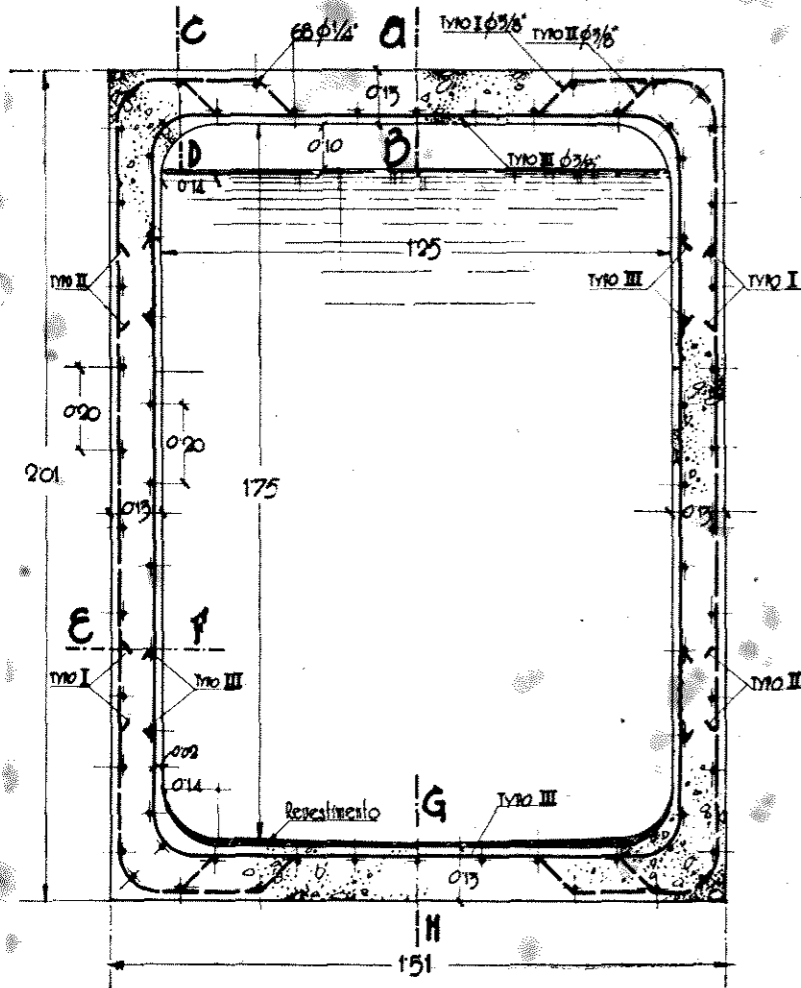
Construção do Aqueduto da Adutora Superior — Colocação das Armaduras

R.O.E.

# Adductora do Rio Claro

## Projecto de Aqueducto Adductora superior

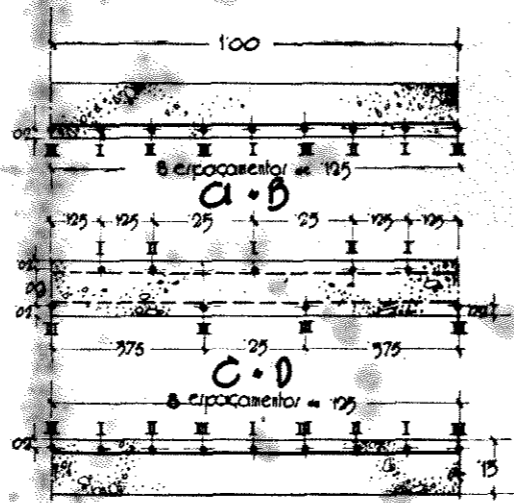
Typo I - aqueducto em corte  
Carga simétrica



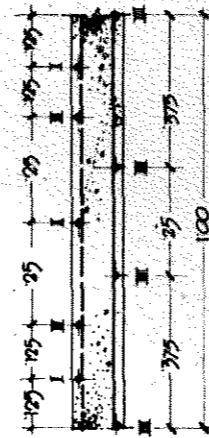
Secção Transversal

Eng. Ajudante: *[Signature]*  
 Visto: Eng. Chefe: *[Signature]*  
 Visto: *[Signature]*  
 N.º Director: *[Signature]*

Escala = 1:10



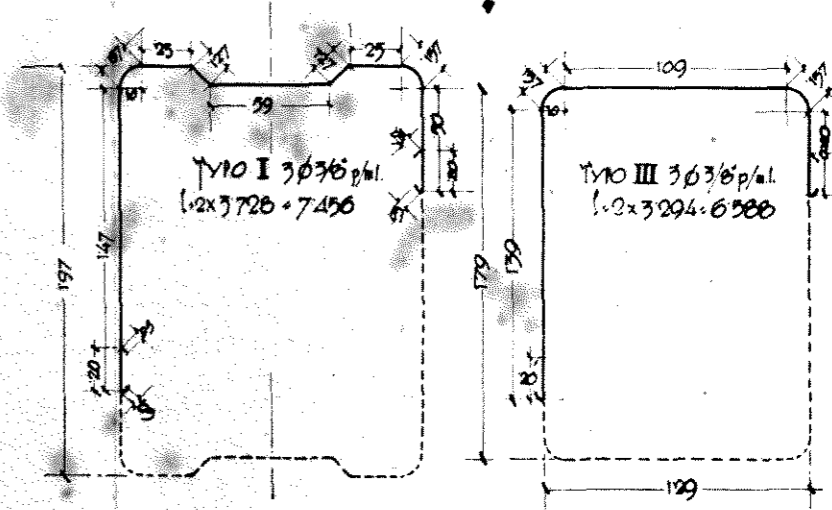
G · H



E · F

Cortes

### Typos de Armaduras



### Quadro da ferragem por m./l.

TYPO	φ	Quant.	Comprimento		Peso K.
			Unitario	Total	
I	3/8	3	7.456	22.368	12.41
II	3/8	2	7.456	14.912	8.28
III	3/8	3	6.588	19.764	10.97
M.T.	1/4	68		68.00	16.80
			total.		48.46

### Volume de concreto p.m./l.

$$2(188+138) \times 0.13 = 0.847 \text{ m.c.}$$

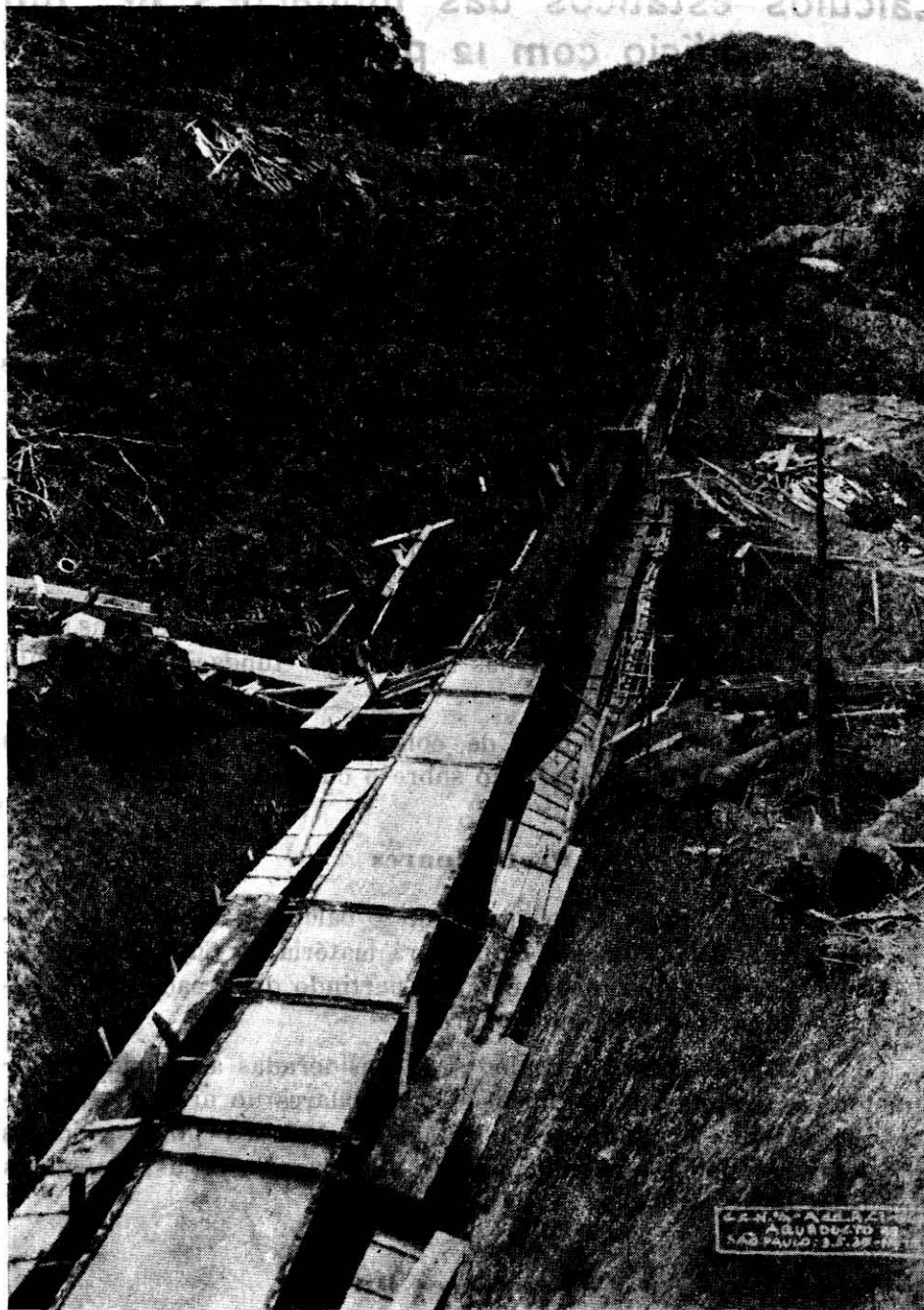
### Relações

ferragem p.m.<sup>3</sup> de concreto =  $\frac{48.46}{0.847} = 57.3 \text{ kg/m}^3$   
 porcentagem do ferro por volume =  $\frac{57.3}{7800} = 0.73\%$

Portanto:

$$\text{A armadura por m}^3 \text{ de concreto} = \frac{48.5}{847} = 57.3 \text{ kg/m}^3$$

Esta relação é satisfatória sob ambos os pontos de vista — de estabilidade e economia.



Construção do Aqueduto da Adutora Superior — Concretagem