Análises de circuitos hidráulicos com bombas centrífugas – Método para estimativa analítica do ponto de funcionamento (vazão × altura manométrica)

Eng. Milton J. Nielsen (1)

O desempenho e o ponto de funcionamento de uma bomba centrífuga relativos a uma tubulação podem ser determinados a partir de sua curva característica ($H_m \chi Q$) e a curva de cano da tubulação — curva de resistência por atrito do circuito hidráulico ou perda de carga.

A solução gráfica é extremamente simples, e o ponto de encontro das duas curvas é o ponto de funcionamento ou ponto de operação.

Expressando-se as curvas matematicamente, obteremos o ponto de funcionamento pela solução simultânea das equações da curva característica da bomba e curva de cano da tubulação. O ponto comum a ambas equações é o ponto de funcionamento.

Não obstante a solução gráfica ser simples é também bastante trabalhosa, o que torna a solução matemática vantajosa por ser apenas simples, mormente em se tratando de uma só bomba a um circuito hidráulico simples.

Ainda no caso de circuitos hidráulicos complicados (com ramais, diferentes desníveis etc.) para as quais a solução gráfica se torna mais trabalhosa, também a solução matemática será mais complicada, porém poderá ser programada para se ter o auxílio de computadores.

Este artigo oferece uma introdução ao uso da solução matemática que permite uma estimativa analítica do ponto de funcionamento ($H_r \chi Q_r$) de uma bomba em relação a uma tubulação ou circuito hidráulico.

Para tanto consideraremos os casos clássicos:

— resistências (ou perdas de carga) em série (sem desnível geométrico)

— resistências (ou perdas de carga) em paralelo (sem desnível geométrico)

— resistências (ou perdas de carga) em série com desnível geométrico fixo

— resistências (ou perdas de carga) em paralelo com desnível geométrico fixo

(1) Sanepar

Curva de bomba e curva de cano (ou de resistência por atrito)

Para se analisar os circuitos hidráulicos com bombas centrífugas, necessitamos de equações descrevendo a curva característica da bomba ($H_m \chi Q$) e a curva de cano ou de resistência ou perda de carga (H_{p_a} x Q ou R_t x Q).

No caso da curva característica de uma bomba centrífuga a relação entre a altura manométrica (H_m) e a vazão (Q) pode ser expressa por uma equação quadrática ou de 2.º grau, como segue:

$H_m = a + b.Q + cQ^2$

e são as três constantes **a**, **b** e **c** que identificam a curva característica da bomba. Tais constantes ou equação podem ser fornecidas pelo fabricante da bomba ou podem ser obtidas a partir da curva característica da própria bomba. Sendo esta última hipótese a mais comum, a seguir damos um exemplo de como proceder em casos semelhantes.

Exemplo:

Bomba W tipo D-1 (mod. 4 x 3 x 3) — mod 3DBE/63 — 1750

A partir da curva característica obtemos alguns pontos identificados por pares de coordenadas ($H_m \chi 2$).

Ponto	A	B	C	D	E	F
H_m (m)	15	14,8	14,3	13	11,7	10,3
Q (m^3/h)	0	20	40	60	70	80

Para o ponto A a equação

$H_m = a + bQ + cQ^2$

e igual a $15 = a + b.(0) + c(0)^2$

$\therefore a = 15$ m

Para os pontos C e F temos as equações

$14{,}3 = 15 + b(40) + c(40)^2$

$10{,}3 = 15 + b(80) + c(80)^2$

que resolvidas simultaneamente fornecem

$b = 0{,}0225$ m/(m^3/h)

$c = -0{,}0010$ m/$(m^3/h)^2$

então temos que a curva característica (H_m x Q) desta bomba pode ser expressa pela equação seguinte:

$H_m = 15 + 0{,}0225\ Q - 0{,}001\ Q^2$

A representação gráfica ou analítica da somatória do desnível geométrico com as perdas de carga ao longo de uma tubulação em função da vazão é chamada curva de cano da tubulação ou curva de resistência por atrito do circuito hidráulico.

$$H_r = H_g + H_{p_a} \left\{ \begin{array}{l} H_g = \text{desnível geométrico} \\ H_{p_a} = \text{perda de carga por atrito} \end{array} \right.$$

Quando o fluxo é turbulento a perda de carga por atrito na tubulação pode ser expressa como segue:

$$H_{p_a} = f.\frac{L}{D_H}.\frac{V^2}{2g} \text{ (ou } H_{p_a} = (\lambda)\ f.L\frac{Q^2}{D^5} \qquad \text{onde:}$$

f = coeficiente de perda de carga* (vide diagrama de Moody e ou fórmula de Colebrook) adimensional

L = comprimento da tubulação (m)

D_H = diâmetro (hidráulico (m)

V = velocidade média (m/s)

g = aceleração da gravidade (m/s^2)

Portanto, para um diâmetro constante, a resistência ou perda de carga por atrito de uma determinada tubulação de comprimento L pode ser escrita como:

$H_{p_a} = KQ^2 = (R_t)$

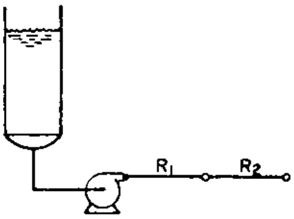
O valor de K pode ser obtido empiricamente através de medidas de perda de carga em tubulação(ões) existente(s) ou ainda a partir de valores (H_{p_a} x Q) obtidos de tabelas ou da representação gráfica da curva de cano da tubulação.

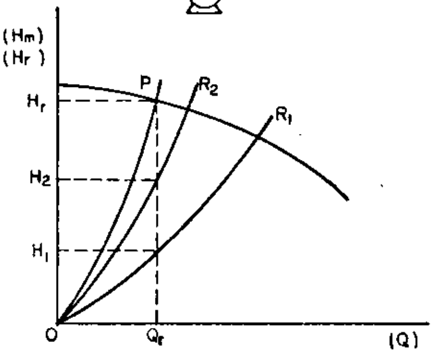
Temos então que a curva de cano será expressa por uma equação da forma:

$H_r = H_g + KQ_r^2$ ou $H_r = H_g + R_t$

O ponto de funcionamento é aquele em que para uma mesma vazão Q ou Q_r, $H_m \doteq H_r$

Caso 1 — Resistência em série





equações da tubulação	$H_{r1} = R_1 = K_1Q_1^2 \quad H_{r2} = R_2 = K_2Q_2^2$
	$Q_r = Q_1 = Q_2$
	$H_r = R_1 + R_2 = (K_1 + K_2)\,Q_r^2$
equação da curva caracteristica da bomba	$H_m = a + b.Q + cQ^2$
ponto de funcionamento	$H_m = H_r$ $Q = Q_r$

logo:

$$a + b.Q_r + cQ_r^2 = (K_1 + K_2)\,Q_r^2$$

$$\therefore Q_r = \frac{-b \pm [b^2 - 4a\,(c - K_1 - K_2)]^{0.5}}{2\,(c - K_1 - K_2)}$$

Uma vez que conhecemos Q_r, podemos determinar o H_r calculando-se através da equação da curva característica da bomba e temos então as coordenadas (H_r, Q_r) do ponto de funcionamento.

Exemplo:

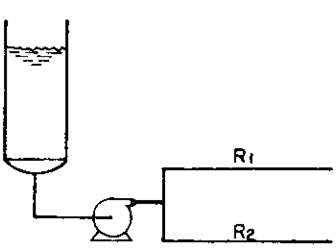
equação da curva caracteristica da bomba	$H_m = 104 - 0{,}08\,Q - 0{,}005\,Q^2$
Parâmetros de tubulação	$K_1 = 0{,}015$ e $K_2 = 0{,}02$

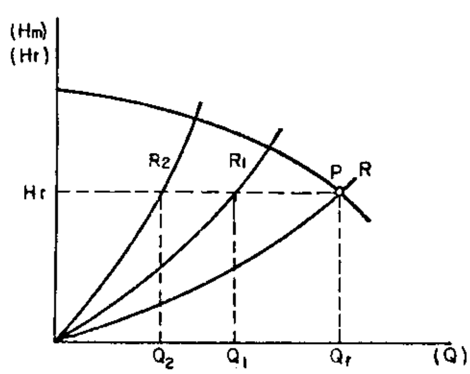
Qual o ponto de funcionamento da bomba?

Aplicando-se as equações para Q_r e H_r temos

$Q_r = 50$ m³/h e $H_r = 87{,}5$ m

Caso 2 — Resistências em paralelo





equações da tubulação	$H_{r1} = R_1 = H_{r2} = R_2 = K_1Q_1^2 = K_2Q_2^2$
	$Q_r = Q_1 + Q_2$
	$H_r = R_1 = R_2 = K_1Q_1^2 = K_2Q_2^2$
equação da curva caracteristica da bomba	$H_m = a + bQ + cQ^2$
ponto de funcionamento	$H_m = H_r$ $Q = Q_r$

A partir das equações de Q_r e H_r temos que

$$H_r = (1/K_1^{0.5} + 1/K_2^{0.5})^{-2}\;Q_r^2$$

$$\therefore a + b\,.\,Q_r + cQ_r^2 = (1/K_1^{0.5} + 1/K_2^{0.5})^{-2}\,.\,Q_r^2$$

logo:

$$Q_r = \frac{-b \pm \{b^2 - 4a\,[c - (1/K_1^{0.5} + 1/K_2^{0.5})^{-2}]\}^{0.5}}{2\,[c - (1/K_1^{0.5} + 1/K_2^{0.5})^{-2}]}$$

Uma vez que temos Q_r, obtemos H_r da equação da curva característica da bomba, tendo-se então determinadas as coordenadas Q_r e H_r do ponto de funcionamento.

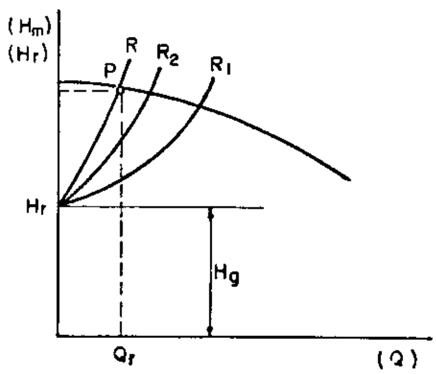
Exemplo:

Utilizando-se os mesmos dados do exemplo do caso 1 e considerando-se que as tubulações estão em paralelo, pergunta-se qual o ponto de funcionamento da bomba?

Aplicando-se as equações para Q_r e H_r temos

$Q_r = 101{,}5$ m³/h e $H_r = 44{,}4$ m

Caso 3 — Resistências em série com desnível fixo



equações da tubulação	$H_r = H_g + R_1 + R_2$ $Q_r = Q_1 = Q_2$ $R_1 = K_1Q_1^2 \quad R_2 = K_2Q_2^2$
equações da curva caracteristica da bomba	$H_m = a + b.Q + cQ^2$
ponto de funcionamento	$H_m = H_r$ $Q = Q_r$

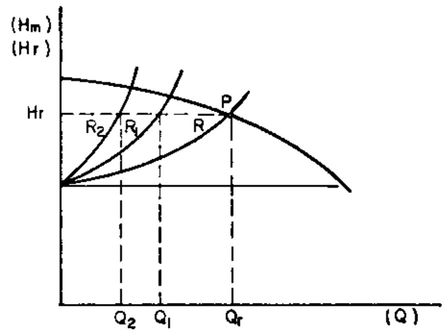
logo: $a + bQ_r + cQ_r^2 = H_g + K_1Q_r^2 + K_2Q_r^2$

e portanto:

$$Q_r = \frac{-b \pm [b^2 - 4\,(a - H_g)\,(c - K_1 - K_2)]^{0.5}}{2\,(c - K_1 - K_2)}$$

e H_r é obtido a partir da equação da curva característica da bomba, tendo-se então determinadas as coordenadas Q_r e H_r do ponto de funcionamento.

Caso 4 — Resistência em paralelo com desnível fixo igual



equações da tubulação	$H_r = H_g + R_1 = H_g + K_1Q_1^2$ $H_r = H_g + R_2 = H_g + K_2Q_2^2$ $Q_r = Q_1 + Q_2$
equações da curva caracteristica da bomba	$H_m = a + bQ + cQ^2$
ponto de funcionamento	$H_m = H_r$ $Q = Q_r$

logo:

$$H_r = H_g + (1/K_1^{0,5} + 1/K_2^{0,5})^{-2}\,.\,Q_r^2 = a + bQ_r + cQ_r^2 = H_m$$

e portanto:

$$Q_r = \frac{-b \pm \{b^2 - 4\,(a - H_g)\,[c - (1/K_1^{0,5} + 1/K_2^{0,5})^{-2}]\}^{0,5}}{2\,[c - (1/K_1^{0,5} + 1/K_2^{0,5})^{-2}]}$$

e H_r é obtido a partir da equação da curva característica da bomba, tendo-se então determinadas as coordenadas Q_r e H_r do ponto de funcionamento.

Bibliografia

1. Internal Fluid Flow — A. J. Ward-Smith/Claredon Press — Oxford 1980.
2. The Planning of Centrifugal Pumping Plants — Sulzer/Pump Division.
3. Analysing Centrifugal-pump Problems — Mahesh Talwar Chemical Engineering/McGraw Hill — aug 1983.
4. Elaboração de projetos de sistemas de bombeamento de água para abastecimento público — ABNT/NB 590 — jun 1977.