

Hidráulica da filtração com taxa declinante

Lutz Di Bernardo⁽¹⁾

Resumo

Embora seja aceita a comprovada superioridade da filtração com taxa declinante sobre a de taxa constante, o projeto de instalações de filtros de taxa declinante tem sido efetuado de forma empírica ou com base em estudos realizados em instalações-piloto cujos resultados não são reproduzidos em protótipos. Tem-se observado que os sistemas de filtração com taxa declinante dependem fundamentalmente das condições existentes a jusante e a montante dos mesmos, o que, de certa forma, tem gerado grande confusão entre investigadores e projetistas.

Nesse trabalho, é discutida a influência das condições de montante e jusante no comportamento dos filtros, apresentando-se um método racional para o dimensionamento de sistemas de filtração com taxa declinante.

O autor deseja expressar seu agradecimento à Fapesp-Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pela concessão de bolsa de pós-doutoramento (Processo n.º 78/1120) no exterior, para o desenvolvimento de uma investigação experimental que gerou condições para a elaboração deste trabalho.

1 Introdução

A filtração tem sido intensivamente estudada nas três últimas décadas e, como resultado, algumas teorias foram propostas para relacionar o desempenho dos filtros com suas principais características hidráulicas.

A taxa ou velocidade de filtração é um parâmetro que permaneceu inalterado durante muito tempo e igual a $120 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ dia}$. Provavelmente, devem-se a Baylis (3,4) os estudos iniciais com taxas mais elevadas em filtros de areia, chegando-se a valores próximos de $300 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ dia}$, sem contudo ter havido uma deterioração substancial do efluente. Utilizando diferentes

tipos de afluente a filtros-piloto de areia, Cleasby e Baumann (7) mostraram que a filtração com a taxa de $120 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ dia}$ não assegurava, necessariamente, a produção de efluente de qualidade boa e notaram a existência de um valor ótimo da taxa de filtração, que proporcionava um volume maior de água produzida por carreira de filtração. Durante a década 60, foram estudados novos materiais filtrantes e, a partir dos trabalhos de Conley e colaboradores (14,15,16), Miller (26), Mohanka (27,28) e Robeck e Kreissl (29), foram introduzidos os filtros de duas camadas (antracito e areia) e três camadas (antracito, areia e granada). Além da qualidade do efluente desses filtros resultar superior à dos filtros de areia, tornou-se possível utilizar taxas de filtração até $480 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ dia}$.

Aceitava-se, antigamente, que a taxa de filtração deveria permanecer constante ao longo da carreira de filtração, seja pelo controle manual ou pelo emprego de dispositivos automáticos de controle de vazão e nível. Ao estudar as possíveis causas das variações momentâneas de pressão no meio filtrante, Baylis (5) observou que tais distúrbios prejudicavam a qualidade da água filtrada e verificou ser o medidor de vazão tipo Venturi o responsável por estes efeitos. Os estudos realizados por Cleasby e colaboradores (8), Robeck e Kreissl (29), Segall e Okun (30) e Tuepker (31) também mostraram que as variações instantâneas da taxa de filtração influíam negativamente no desempenho dos filtros.

Com o objetivo de eliminar as variações de pressão no meio filtrante, Baylis (6) e Hudson (23) desenvolveram pesquisas com filtros operados sem controladores de vazão, permitindo que a taxa de filtração variasse desde um valor máximo, quando o meio filtrante se encontrava limpo, até um valor mínimo, quando o filtro deveria ser lavado. Em comparação com os filtros de taxa constante, os estudos realizados com taxa declinante mostraram que, além do volume de água filtrada ser maior, era melhor a qualidade do efluente produzido.

No final da década de 60 Cleasby (9) publicou os resultados de suas experiências realizadas em Taipel (Taiwan), onde os controladores de vazão e nível de oito filtros de uma estação de tratamento foram retirados, permitindo que os filtros fossem operados com taxa declinante. No início da década de 70, Cleasby (10) referiu-se a algumas estações de tratamento dos Estados Unidos, que tiveram suas instalações de filtração alteradas para o sistema de taxa declinante. Embora Cleasby (9,10) ressaltasse a importância de um dispositivo limitador de vazão, instalado na canalização de efluente, Arboleda (1) referia-se à construção de algumas instalações na América do Sul, onde não tinham sido utilizados os limitadores.

Os trabalhos experimentais realizados em instalações-piloto de taxa constante e de taxa declinante por Gregory e Yadav (22) e Di Bernardo e Cleasby (17) mostraram que a filtração com taxa declinante era superior à de taxa constante, pois, além da qualidade resultar melhor, era menor a carga hidráulica requerida para proporcionar carreiras de filtração de mesma duração. Além disso, Di Bernardo e Cleasby (17) mostraram que a taxa de filtração em um sistema de taxa declinante decrescia na forma de degraus e permanecia constante entre lavagens sucessivas, ao contrário do que haviam relatado Cleasby (8, 10) e Arboleda (1), com base em observações efetuadas em protótipos.

Fundamentados no trabalho experimental realizado em instalações-piloto, Cleasby e Di Bernardo (11) propuseram um método analítico para se determinar a carga hidráulica de que deve ser provido um sistema de taxa declinante e para se avaliarem as variações de nível esperadas em tal sistema a partir da carga hidráulica total fixada para um filtro de taxa constante. Entretanto, como nesse método era previsto que um filtro da bateria do sistema de taxa declinante teria a mesma duração da carreira de filtração que o filtro de taxa constante, Cleasby (12) mostrou que a

(1) Professor adjunto da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

hipótese inicial assumida não era válida. Conhecendo-se a taxa de filtração mínima (filtro mais sujo da bateria no instante em que deve ser lavado) e multiplicando-a pelo coeficiente de resistividade, deveria resultar a perda de carga devida à retenção de impurezas no filtro de taxa constante para que se obtivesse a mesma duração, o que não ocorria, pois a variação do coeficiente de resistividade no sistema de taxa declinante (devido à retenção de impurezas) não cresce linearmente com a diminuição da taxa de filtração.

Para fornecer dados adicionais sobre o funcionamento da filtração com taxa declinante, comparada à de taxa constante, Hillmoe (25) executou uma investigação experimental, com filtração direta, utilizando sulfato de alumínio e polieletrólito catiônico, comprovando mais uma vez a superioridade do sistema de taxa declinante.

Há pouco tempo, Di Bernardo (19) efetuou um levantamento em uma estação de tratamento de água (vazão de 200 l/s), que possui quatro filtros operados com taxa declinante. Foi observado que a taxa em um filtro decrescia na forma de degraus; porém, como havia pequena (mas não desprezível) capacidade de armazenamento no canal comum de distribuição de água aos filtros, o período decorrido entre o início de funcionamento de um filtro recém-lavado e o instante em que a vazão total efluente igualava à afluyente era bem maior que aquele resultante em instalação-piloto (17) para uma mesma taxa média de filtração. Durante esse intervalo de tempo (cerca de 2 horas), a vazão decrescia gradualmente, em cada filtro, até que a situação de equilíbrio era alcançada, quando então as taxas permaneciam constantes.

Considerando que os transientes nos filtros remanescentes da bateria, quando um deles é lavado, não alteram significativamente as características do meio filtrante (com impurezas), Di Bernardo (20) propôs um modelo matemático que permite determinar as taxas de filtração e o aumento de nível entre lavagens sucessivas para uma certa carga hidráulica, que fornecesse uma relação de 1,3 a 1,5 entre a taxa máxima e a média de filtração. Nessa mesma época, Arboleda (2) propunha um modelo matemático para o dimensionamento de filtros de taxa declinante utilizando os dados experimentais de Gregory e Yadav (2) e a equação de variação do coeficiente do filtro, λ , proposta por Ives (24).

Mais recentemente, Di Bernardo (21) complementou o método anterior (20), possibilitando a determinação do

aumento de nível nos remanescentes quando um filtro é retirado para lavagem e, com base em levantamento efetuado em diversas estações de tratamento de água, forneceu dados complementares sobre o funcionamento de sistemas de filtração com taxa declinante, desde o início de operação até o momento em que se obtém o processo repetitivo.

2 Características hidráulicas da filtração com taxa declinante

A filtração com taxa declinante pode ser dividida em dois casos gerais: (i) com armazenamento substancial a montante dos filtros; (ii) com pequena capacidade de armazenamento a montante dos filtros. Possivelmente, muita confusão que surgiu sobre o funcionamento dos filtros de taxa declinante pode ter resultado da falta de esclarecimento sobre as condições de montante, conforme será discutido posteriormente.

2.1 Filtração com taxa declinante e capacidade de armazenamento substancial a montante dos filtros

As observações efetuadas nas instalações de Taipei (China) e Ames

(USA) levaram Cleasby (9, 10) a imaginar que as variações da taxa de filtração em um filtro da bateria e do nível de água no canal comum de distribuição ocorriam conforme mostrado na figura 1. Segundo Cleasby (9, 10), a taxa de filtração diminuiria gradativamente do início ao final da carreira, exceto nos instantes em que um filtro fosse retirado de operação para lavagem. Nessa mesma figura, notam-se as variações acentuadas de nível do canal de distribuição a montante dos filtros. Resultados de pesquisas realizadas por Di Bernardo e Cleasby (17) em instalação-piloto, onde era praticamente desprezível a capacidade de armazenamento a montante dos filtros (figura 2), evidenciam que as variações de nível são semelhantes às da figura 1, porém, as taxas de filtração são constantes entre lavagens sucessivas, contrariando o que Cleasby (9, 10) concebera.

O levantamento realizado por Di Bernardo (19) em uma estação com capacidade de 200 l/s, cujos resultados parciais são apresentados na figura 3, mostram, mais uma vez, que a variação de nível no canal a montante dos filtros é semelhante à apresentada na figura 1; porém, as taxas de filtração decrescem gradativamente durante um certo período de tempo e, posteriormente, permanecem constantes até que um outro filtro seja lavado.

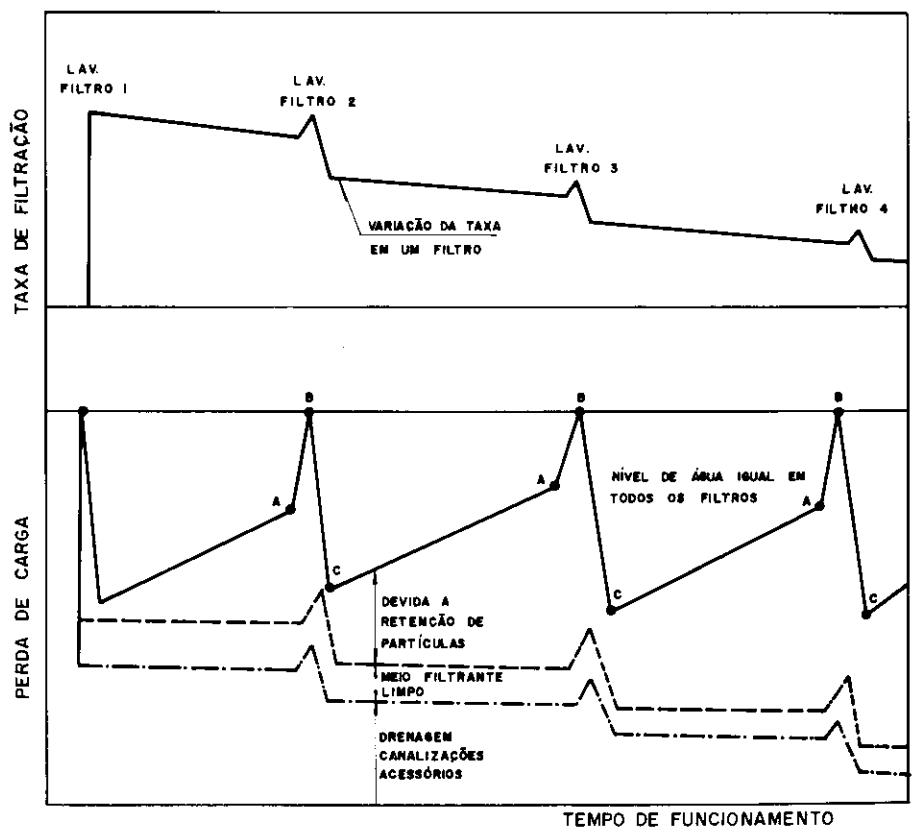


Figura 1 — Variação da taxa de filtração, perda de carga e nível d'água durante o funcionamento do filtro 1 — Fonte: (9,10)

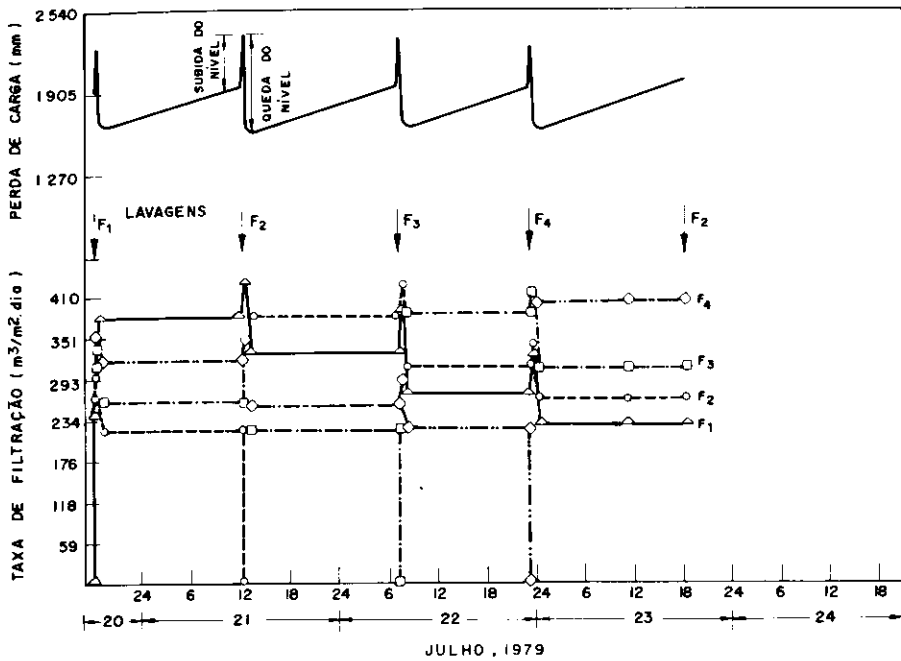


Figura 2 — Variação da perda de carga e taxa de filtração para a taxa média de 293 m³/m²/dia

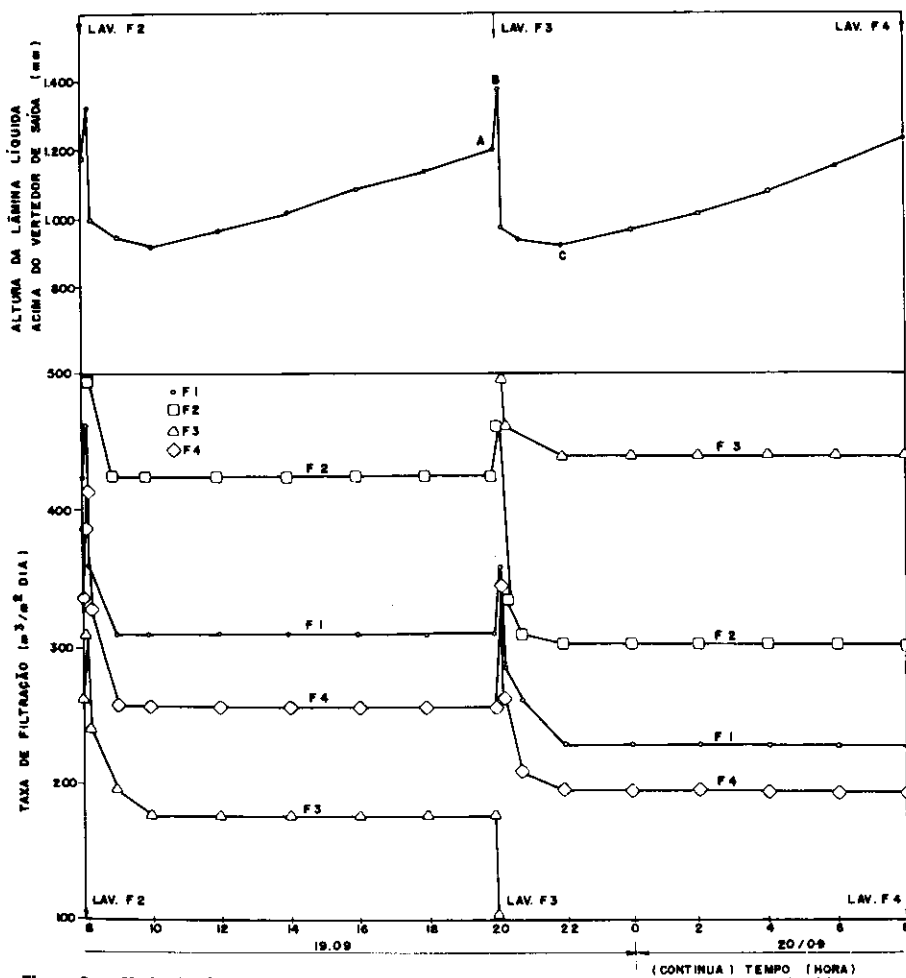


Figura 3 — Variação de nível no canal comum de distribuição de água e das taxas de filtração (q med. = 292 m³/m²/dia)

Comparando-se os resultados das referências 17 e 19, a principal diferença reside no fato de que a capacidade de armazenamento a montante dos filtros era praticamente des-

prezível na instalação-piloto, fazendo com que o período de transiência (após um filtro recém-lavado entrar em operação) resultasse curto, geralmente inferior a 30 minutos para uma

taxa média de filtração da ordem de 290 m³/m² dia. No caso do protótipo (19), o período de tempo em que a vazão decrescia gradativamente era superior, cerca de 2 horas, para uma taxa média de filtração igual à da instalação-piloto (17). Outro aspecto interessante que merece destaque está relacionado com o aumento de nível no canal de montante durante a lavagem de um filtro, que resultou bem menor na instalação-protótipo que na piloto, para uma mesma taxa média de filtração, conseqüente da maior capacidade de armazenamento na instalação-protótipo.

Considere-se o esquema apresentado na figura 4, onde a coleta de água decantada é feita através de canalizações perfuradas com saídas submersas no canal comum de distribuição de água aos filtros. Apesar de não se ter notícias de comprovação experimental, acredita-se que as variações das taxas de filtração e nível no canal de distribuição resultem semelhantes ao que se apresenta na figura 5 para uma bateria constituída de quatro filtros.

Como se tem uma capacidade relativamente grande de armazenamento a montante dos filtros, englobando o canal comum de distribuição, decantadores e floculadores, as variações de nível entre lavagens sucessivas e durante a lavagem de um filtro resultam tão pequenas que podem dificultar a operação, requerendo que sejam instalados dispositivos para medição de perda de carga. A grande vantagem que o sistema parece oferecer está relacionada com a possível ausência de picos acentuados de turbidez no efluente global quando um filtro é retirado de operação, fato comum observado em instalação-piloto (17).

É de se esperar que ocorram duas taxas médias de filtração durante o período compreendido entre duas lavagens sucessivas (figura 5). Após o filtro recém-lavado entrar em operação, tem-se a taxa média máxima (q_{m1}), correspondente ao ponto B na parte superior da figura 5; e a partir desse momento, ocorre uma diminuição gradual de nível a montante dos filtros e das taxas de filtração até um instante em que a vazão total efluente iguala a vazão afluente, tendo sido esgotado o volume armazenado. A partir do ponto A (que corresponde a essa condição de igualdade da vazão afluente com a efluente global), as taxas de filtração decrescem de forma menos acentuada, com armazenamento de água a montante dos filtros até o instante correspondente ao ponto B, quando se tem a taxa média mínima de filtração.

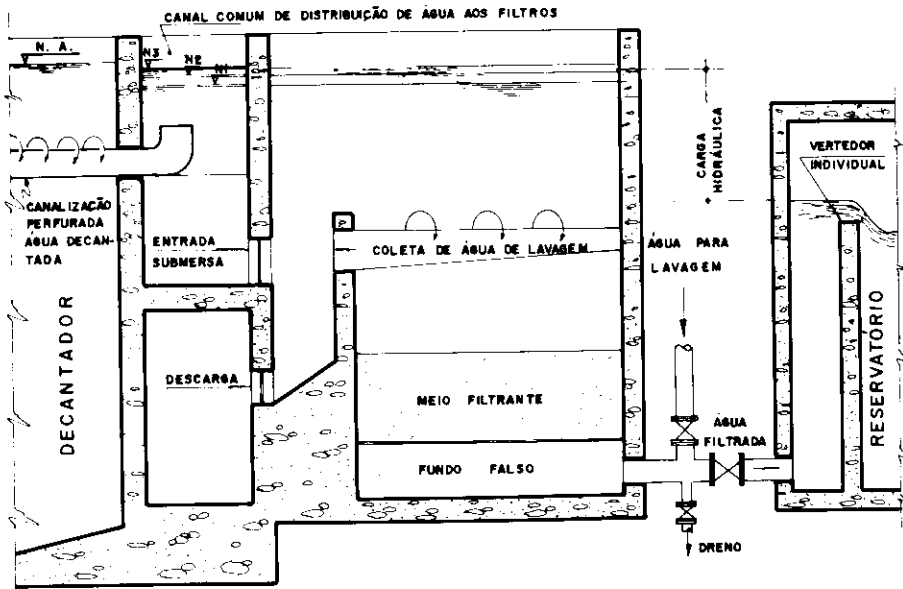


Figura 4 — Esquema de um sistema de filtração com taxa declinante com armazenamento substancial a montante dos filtros

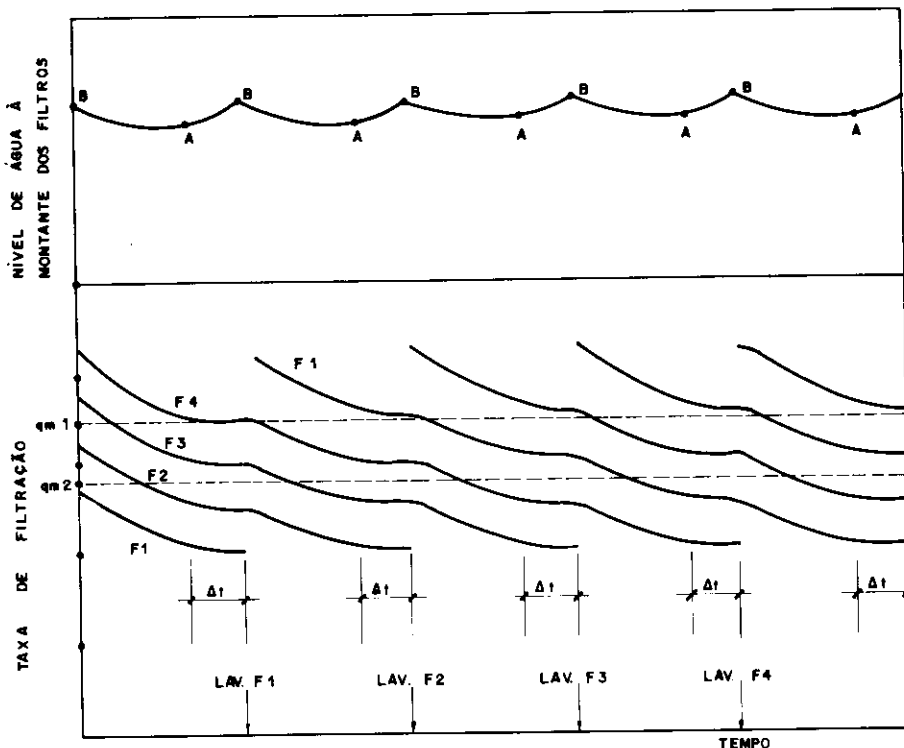


Figura 5 — Variação de nível e taxa em um sistema de taxa declinante com capacidade de armazenamento a montante dos filtros

montante dos mesmos. As variações de nível e taxas de filtração em uma bateria constituída de quatro filtros resulta semelhante à apresentada na figura 7, onde são pequenos os intervalos de tempo compreendidos entre a retirada de um filtro para lavagem e o instante em que a vazão total efluente iguala à do afluente.

As variações de nível e taxas de filtração também podem ser visualizadas na figura 8. O nível N_1 corresponde ao nível mínimo dinâmico após o filtro recém-lavado entrar em operação e ocorrer a igualdade entre a vazão afluente e a total efluente; como será visto posteriormente, o filtro recém-lavado é quem estabelece o nível N_1 . O nível N_2 refere-se ao nível em que o filtro mais sujo da bateria deve ser retirado de operação para que seja efetuada a lavagem do mesmo; assim, a diferença de nível ($N_2 - N_1$) corresponde ao aumento de nível (h_c) entre lavagens sucessivas. O nível máximo N_3 ocorre no canal de distribuição a montante dos filtros, imediatamente antes de o filtro recém-lavado entrar em operação; conseqüentemente, a diferença de nível ($N_3 - N_2$) refere-se ao aumento de nível no canal comum de distribuição de água aos filtros se não houver um filtro de espera limpo que possa ser colocado em operação quando o filtro mais sujo é retirado para lavagem.

A figura 8 mostra, também, as curvas de perda de carga no meio filtrante limpo e camada suporte (laminar) e no sistema de drenagem, canalizações e acessórios (turbulenta). O ponto 0 refere-se à crista dos vertedores individuais de saída dos filtros. Considerando que os filtros sejam idênticos e que a qualidade do afluente não mede sensivelmente, os filtros funcionam como numa sucessão de estágios, isto é, o recém-lavado (F_1) trabalha com a taxa q_{max} no intervalo $(t_0 - t_1)$, q_a e m $(t_1 - t_2)$, q_b em $(t_2 - t_3)$ e q_{min} em $(t_3 - t_4)$ conforme mostrado na figura 7. As diferenças de tempo $(t_1 - t'_1)$, $(t_2 - t'_2)$, $(t_3 - t'_3)$ e $(t_4 - t'_4)$ correspondem aos momentos em que ocorrem os transientes, com aumento da taxa de filtração nos remanescentes (no início) e taxas constantes (no final dos períodos).

O Quadro 1 mostra o processo repetitivo mencionado anteriormente, conforme figuras 7 e 8.

Como se pode observar no Quadro 1, é assumido que o valor da constante de resistividade, devido à retenção de impurezas, se mantém constante durante o período de transferência. Essa hipótese baseia-se no fato de que a quantidade de matéria

requerendo a lavagem do filtro mais sujo da bateria.

2.2 Filtração com taxa declinante sem capacidade de armazenamento a montante dos filtros

2.2.1 Método de Dimensionamento

Trabalhando em instalação-piloto, onde o armazenamento a montante dos filtros era praticamente desprezível, Di Bernardo e Cleasby (17) ve-

rificaram que a retirada do filtro mais sujo para lavagem ocasionava alterações rápidas nos remanescentes, com aumento sensível de nível e das taxas de filtração. Os aumentos absolutos das taxas de filtração eram maiores nos filtros mais limpos dentre os remanescentes e, quanto maior a taxa média de filtração, mais elevado resultava o acréscimo de nível a montante dos filtros.

Considere-se o caso da figura 6, onde é apresentado um esquema de filtros de taxa declinante com pequena capacidade de armazenamento a

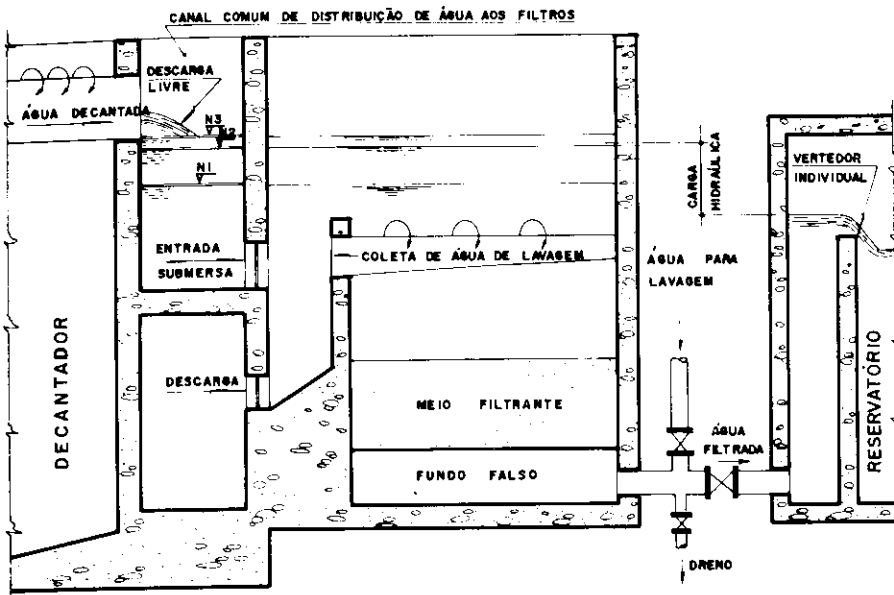


Figura 6 — Esquema de um sistema de filtração com taxa declinante sem armazenamento substancial a montante dos filtros

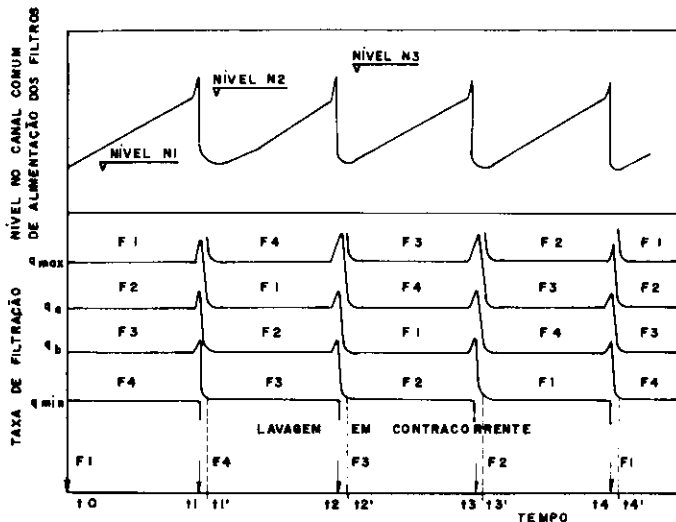


Figura 7 — Configuração típica de um sistema de filtração com taxa declinante

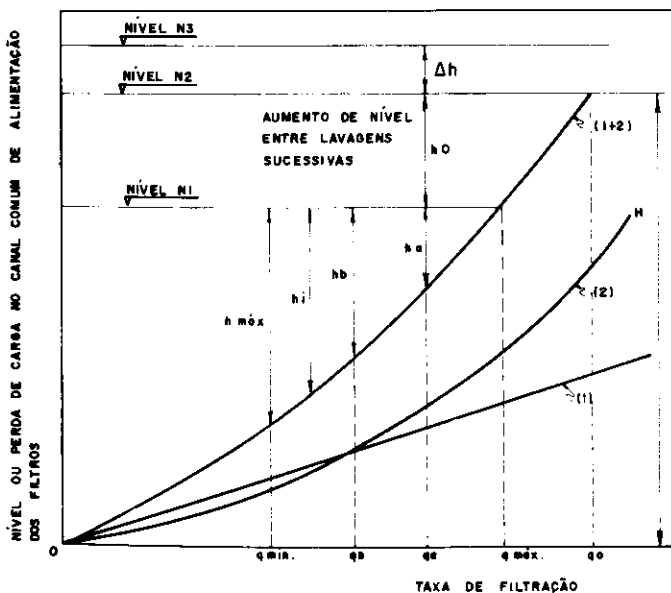


Figura 8 — Variação do nível ou perda de carga no interior do canal comum de alimentação de água decantada aos filtros de taxa declinante

retirada dos filtros remanescentes nesse período não é significativa, pois também ocorre retenção de im-

purezas. Logo, a constante K_0 , devida à retenção de impurezas no filtro F_1 no nível N_2 será considerada a

mesma nesse filtro quando o nível N_1 for novamente atingido (após o filtro F_4 , recém-lavado, entrar em operação).

Como o escoamento no meio filtrante é laminar, mesmo em estágios elevados de colmatação, conforme verificado por Cleasby e Baumann (7), Conley e Hsiung (16), Robeck e Kreissl (29) e muitos outros investigadores, as seguintes equações resultam apresentadas no Quadro 2.

Se o nível N_2 for conhecido é possível iniciar-se um processo de cálculo que permite conhecer as taxas de filtração e as perdas de carga envolvidas. Muitos pesquisadores (17, 19, 22) mostraram que, quando a relação entre a taxa máxima e a média de filtração estiver compreendida entre 1,3 e 1,5, as carreiras de filtração resultam com duração satisfatória. Assim, pode-se fixar "a priori" o nível N_2 e no final verificar se a relação q_{max}/q_{med} resulta próxima daqueles valores. Entretanto, a fixação de N_2 , ou seja, da carga hidráulica para a filtração, deve obedecer a um certo critério, pois a taxa de filtração (q_0) sem a retenção de impurezas pode ser calculada por:

$$H = K' \cdot q_0^\alpha + K'' \cdot q_0 \quad (12)$$

A equação 12 está apresentada de forma simplificada; o primeiro membro representa a perda de carga turbulenta e, o segundo, a laminar. É evidente que o filtro recém-lavado não pode iniciar em N_2 , fazendo com que q_{max} seja inferior a q_0 , pois:

$$H = h_0 + K' \cdot q_{max}^\alpha + K'' \quad (13)$$

Assumindo-se o valor de q_{max} para o filtro F_1 (menor que q_0), determina-se h_0 pelo uso da equação 13, permitindo o cálculo de K_0 (equação 2). Após o filtro recém-lavado, F_4 , entrar em operação e o nível N_1 for atingido, tem-se:

$$H - h_0 = K' \cdot q_0^\alpha + K'' \cdot q_0 + h_a \quad (14)$$

Combinando-se as equações (14) e (3) ou (4) obtém-se h_a e q_a . Com o uso da equação (5) determina-se K_a e assim sucessivamente, até que todas as taxas sejam conhecidas. Se a soma ($q_{max} + q_a + q_b + q_{m10}$) resultar igual a $4 \times q_{med}$, o problema está resolvido. Caso contrário, outro valor de q_{max} ou H deve ser escolhido, repetindo-se os cálculos até que essa condição seja atendida.

O mesmo procedimento pode ser repetido para a determinação do nível N_3 e das taxas de filtração nos remanescentes quando um filtro está

Nível	Filtro	Taxa de Filtração	Perda de Carga Devida à Retenção de Impurezas	Coefficiente de Resistividade Devido a Retenção de Impurezas	Observações
N ₁	F ₁	q _{máx}	zero	zero	condição inicial
	F ₂	q _a	h _a	k _o	
	F ₃	q _b	h _b	k _a	
	F ₄	q _{min}	h _{máx}	k _b	
N ₂	F ₁	q _{máx}	h _o	k _o	antes da lavagem de F ₄
	F ₂	q _a	h _a + h _o	k _a	
	F ₃	q _b	h _b + h _o	k _b	
	F ₄	q _{min}	h _{máx} + h _o	k _{máx}	
N ₁	F ₄	q _{máx}	zero	zero	após F ₄ entrar em operação, na condição de equilíbrio
	F ₁	q _a	h _a	k _o	
	F ₂	q _b	h _b	k _a	
	F ₃	q _{min}	h _{máx}	k _b	

Quadro 1 — Taxas de filtração e perdas de carga no processo repetitivo

Tempo	Nível	Condição	Equação
t _o	N ₁	início	$h_o = 0$ (1)
t ₁	N ₂	antes da lavagem de F ₄	$h_o = k_o \cdot q_{máx}$ (2)
t' ₁	N ₁	após F ₄ (limpo) entrar em operação	$\begin{cases} h_a = k_o \cdot q_a \\ \text{de (2) e (3) obtém-se:} \end{cases}$
			$h_a = h_o \cdot \frac{q_a}{q_{máx}}$ (4)
t ₂	N ₂	antes da lavagem de F ₃	$h_a + h_o = k_a \cdot q_a$ (5)
t' ₂	N ₁	após F ₃ (limpo) entrar em operação	$\begin{cases} h_b = k_a \cdot q_b \\ \text{de (5) e (6) resulta:} \end{cases}$
			$h_b = (h_o + h_a) \cdot \frac{q_b}{q_a}$ (7)
t ₃	N ₂	antes da lavagem de F ₂	$h_b + h_o = k_b \cdot q_b$ (8)
t' ₃	N ₁	após F ₂ (limpo) entrar em operação	$h_{máx} = k_b \cdot q_{min}$ (9)
			De 8 e 9 tem-se: $h_{máx} = (h_b + h_o) \cdot \frac{q_{min}}{q_b}$ (10)
t ₄	N ₂	final da carreira de filtração de F ₁	$(h_{máx} + h_o) = k_{máx} \cdot q_{min}$ (11)

Quadro 2 — Equações do escoamento laminar no filtro F₁

sendo lavado. Em instalação-piloto, Di Bernardo e Cleasby (17) verificaram que, devido à ausência de armazenamento a montante dos filtros, a vazão total efluente se aproxima da afluente, no final da lavagem de um filtro da bateria, resultando valores consideráveis da diferença (N₃ - N₂). Entretanto, nas estações em escala real tem-se observado que essa situação raramente ocorre, pois o tempo necessário para essa igualdade, entre a vazão total efluente e a afluente, é geralmente superior ao tempo destinado à lavagem de um filtro, aliado ao fato de que sempre ocorre um certo armazenamento no canal comum de distribuição de água aos filtros (19). Assim sendo, o nível N₃, obtido a partir da hipótese de que a vazão total efluente iguale a afluente, é a condição mais desfavorável que poderá ocorrer nas instalações em escala real.

Assumindo-se que a constante de resistividade para cada filtro permaneça inalterada durante a lavagem de um filtro, obtém-se as equações conforme mostra o Quadro 3.

2.2.2 Verificação do Método proposto

Utilizando-se de dados de operação obtidos em instalação-piloto (17) e em escala real (19), e as equações de perda de carga, apresentadas a seguir, foi preparado o Quadro 4, que mostra os resultados obtidos com o uso do método proposto e os experimentais.

a) Escala-Piloto (17)

- perda de carga turbulenta: $5 \times 10^{-4} \cdot q^{1,22}$
- perda de carga laminar: $1,45 \times 10^{-3} \cdot q$
- número de filtros: 4

b) Escala Real (19)

- perda de carga turbulenta: $2,6 \times 10^{-6} \cdot q^{1,9}$
- perda de carga laminar: $1,5 \cdot 10^{-3} \cdot q$
- número de filtros: 4

2.2.3 Discussão

Com base na hipótese de que o escoamento através do meio filtrante é laminar desde o início até o fim da carreira de filtração, é possível determinar as taxas de filtração e as variações de nível em um sistema de taxa declinante, pois no Quadro 4 nota-se que os valores determinados são muito próximos dos obtidos experimentalmente.

Os valores teóricos de Δh e das taxas de filtração nos filtros remanes-

Nível	Condição	Equação
N ₂	antes do filtro sujo ser retirado de operação	$K' q_{\max}^* + (K'' + K_o) q_{\max} = H$ (15)
		$K' q_a^* + (K'' + K_a) q_a = H$ (16)
		$K' q_b^* + (K'' + K_b) q_b = H$ (17)
		$K' q_{\min}^* + (K'' + K_{\max}) q_{\min} = H$ (18)
		$q_{\max} + q_a + q_b + q_{\min} = 4 q_{\text{med}}$ (19)
N ₃	vazão total efluente igual à vazão afluyente	$K' q_{\max}^{**} + (K'' + K_o) q_{\max}^* = H + \Delta h$ (20)
		$K' q_a^{**} + (K'' + K_o) q_a^* = H + \Delta h$ (21)
		$K' q_b^{**} + (K'' + K_b) q_b^* = H + \Delta h$ (22)
		$q_{\max}^* + q_a^* + q_b^* = 3 q_{\text{med}}^*$ (23)
		$q_{\text{med}}^* = \frac{4}{3} q_{\text{med}}$ (24)

Quadro 3 — Determinação do nível N₂ e das taxas de filtração nos remanescentes durante a lavagem de um filtro de bateria

tração, o que também seria previsível, pois a perda de carga turbulenta influi nas variações de nível e taxas de filtração.

No caso da instalação em escala real, na época do levantamento de dados, as carreiras de filtração eram da ordem de 60 horas, resultando de uma relação da ordem de 1,5 entre a taxa máxima de filtração e a média, o que justifica o intervalo proposto de 1,3 a 1,5. Relações maiores poderão propiciar carreiras de filtração mais longas, porém, as caixas dos filtros serão maiores e haverá a possibilidade de se produzir água com qualidade inferior.

2.2.4 Generalização do Método

Cleasby e Di Bernardo (11) e Arboleda (2) discutiram com detalhes a influência do número de filtros e da taxa média de filtração, o que poderá ser verificado mediante a generalização do modelo, conforme mostrado a seguir:

a) Durante a Filtração — Conhecidos K', K'', α, H, q_{med}, N

$$q_{\max} = F \cdot q_o \quad (25)$$

$$0,7 \leq F \leq 1,0$$

Taxa Média de Filtração (m/dia)	Discriminação	Taxa Durante a Filtração (m/dia)				Taxa no Final da Lavagem de um Filtro (m/dia)				h _o (m)	Δ h (m)	H (m)
		q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	q ₁ *	q ₂ *	q ₃ *	Média	(N ₂ - N ₁)	(N ₃ - N ₂)	
Escala Piloto												
176	Experimental	227.0	185.0	158.0	134.0	257.0	218.2	191.8	222.3	0.107	0.203	0.811
	teórico	220.4	188.0	159.9	135.7	272.3	233.0	198.7	234.7	0.130	0.212	
Escala Piloto												
293	Experimental	375.0	319.0	264.0	214.0	427.8	372.1	319.4	373.1	0.234	0.328	1.469
	teórico	371.3	313.8	264.5	224.4	456.9	387.6	327.7	390.7	0.248	0.378	
Escala Piloto												
411	Experimental	481.0	432.0	386.0	345.0	563.1	513.8	468.5	515.1	0.220	0.486	1.853
	teórico	482.3	431.6	385.6	344.3	608.5	546.5	489.5	548.2	0.216	0.540	
Escala Real												
292	Experimental	435.0	321.0	245.0	167.0	481.8	365.0	273.2	373.3	0.360	0.141	1.28
	teórico	432.4	324.0	238.5	173.1	503.6	381.6	282.7	389.3	0.366	0.256	

Quadro 4 — Comparação entre resultados teóricos e experimentais

centes durante a lavagem de um filtro da bateria resultaram maiores que os experimentais, o que era de se esperar, já que foi suposto que a vazão total efluente seria igual à vazão afluyente. Nota-se que, no caso da instalação-piloto, os valores teóricos são mais próximos dos experimentais

em relação ao caso da escala real, pelo fato de ocorrer armazenamento, em pequena quantidade, no canal comum de distribuição de água aos filtros.

Um resultado muito interessante é a variação exponencial da constante de resistividade com a taxa de fil-

$$K_o = \frac{h_o + h_1}{2 q_{\max}} \quad \text{para } i = \text{zero} \quad (26)$$

$$H = K' \cdot q_{a_i} + K'' \cdot q_i + h_o + h_1 \quad \text{para } 1 \leq i \leq (N - 1) \quad (27)$$

$$h_1 = K_1 \cdot 1 \cdot q_i \quad (28)$$

Número de Filtros	Carga Hidráulica (m)	Taxa de Filtração (m/dia)										h ₀ (m)
		q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	q ₅	q ₆	q ₇	q ₈	q ₉	q ₁₀	
4	0.8	325.1	270.5	211.5	181.5							0.161
	1.0	359.4	276.7	208.7	155.2							0.271
6	0.8	341.5	300.4	262.5	228.2	197.5	170.2					0.119
	1.0	384.6	320.7	264.2	215.6	174.6	140.7					0.203
8	0.8	350.9	317.9	286.9	258.0	231.3	206.7	184.3	164.0			0.094
	1.0	399.2	347.4	299.9	257.2	219.3	186.1	157.4	132.8			0.162
10	0.8	357.0	329.5	303.3	278.5	255.1	233.2	212.8	193.8	176.3	160.1	0.078
	1.0	408.8	365.3	324.7	287.2	252.9	221.9	194.1	169.4	147.5	128.2	0.135

Quadro 5 — Resultados para 250 m/dia

Número de Filtros	Carga Hidráulica (m)	Taxa de Filtração (m/dia)										h ₀ (m)
		q ₁	q ₂	q ₃	q ₄	q ₅	q ₆	q ₇	q ₈	q ₉	q ₁₀	
4	0.8	349.3	314.9	282.7	252.8							0.098
	1.0	386.4	324.1	268.6	220.6							0.198
6	0.8	359.4	334.1	309.9	286.9	265.0	244.3					0.071
	1.0	405.1	358.3	314.9	275.2	239.4	207.4					0.145
8	0.8	365.1	345.1	325.8	307.1	289.2	271.9	255.4	239.6			0.056
	1.0	415.7	378.3	342.9	309.8	278.9	250.3	224.1	200.2			0.115
10	0.8	368.8	352.3	336.3	320.7	305.5	290.8	276.6	262.9	249.6	236.9	0.046
	1.0	422.6	391.5	361.8	333.4	306.6	281.3	257.5	235.4	214.8	195.8	0.095

Quadro 6 — Resultados para 300 m/dia

Número de Filtro	Carga Hidráulica (m)	Taxa Média de Filtração (m/dia)		Taxa de Filtração nos Remanescentes no Final da Lavagem de um Filtro da Bateria (m/dia)										Δ h (m)
		Antes da Lavagem	No Final da Lavagem	q* ₁	q* ₂	q* ₃	q* ₄	q* ₅	q* ₆	q* ₇	q* ₈	q* ₉		
4	0.8	250	333.3	412.1	348.6	239.2							0.279	
	1.0	250	333.3	421.3	328.4	250.4							0.218	
6	0.8	300	400.0	439.0	399.5	361.6							0.275	
	1.0	300	400.0	468.5	397.8	333.6							0.281	
8	0.8	250	333.3	381.5	337.7	296.4	259.1	224.9					0.122	
	1.0	250	333.3	420.7	353.0	292.2	239.4	194.6					0.121	
10	0.8	300	400.0	412.8	385.3	359.0	333.6	309.4					0.159	
	1.0	300	400.0	453.6	403.3	356.4	313.2	273.5					0.159	
8	0.8	250	333.3	379.5	344.9	312.6	281.8	252.9	226.6	202.3			0.085	
	1.0	250	333.3	424.6	370.9	321.2	276.3	236.2	200.9	169.8			0.084	
10	0.8	300	400.0	403.3	382.2	361.6	341.4	322.3	303.8	285.5			0.111	
	1.0	300	400.0	449.9	411.2	373.7	338.7	305.5	274.9	246.6			0.110	
10	0.8	250	333.3	379.2	250.5	323.4	297.5	272.6	249.8	228.1	208.0	189.3	0.064	
	1.0	250	333.3	428.4	383.9	341.9	302.7	267.3	234.8	205.5	179.6	156.4	0.063	
10	0.8	300	400.0	398.1	380.8	364.0	348.1	332.0	316.5	301.4	286.5	272.6	0.085	
	1.0	300	400.0	449.0	417.0	386.2	356.5	328.4	301.7	276.6	253.3	231.2	0.084	

Quadro 7 — Resultados durante a lavagem

$$K_i = \frac{h_0 + h_i}{q_i} \text{ para } i \neq \text{zero} \quad (29)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} q_i = N \cdot q_{m+e} \quad (30)$$

b) Durante a Lavagem

$$K' \cdot q\alpha_i + K'' \cdot q_i + K_i = H \text{ para } 1 \leq i \leq N \quad (31)$$

$$\sum_{i=1}^N q_i = N \cdot q_{m+e} \quad (32)$$

$$K' \cdot q^*\alpha_i + K'' \cdot q^*_i = H + \Delta h \text{ para } 1 \leq i \leq N-1 \quad (33)$$

$$\sum_{i=1}^{N-1} q^*_i = (N-1) \cdot q^*_{m+e} \quad (34)$$

$$\frac{Nq_{m+e}}{(N-1)} = q^*_{m+e} \quad (35)$$

3 Exemplo de cálculo

Seja uma instalação de filtração de taxa declinante, onde $\alpha = 2$, $K' = 1,8 \times 10^{-6}$, $K'' = 1,38 \cdot 10^{-3}$. Para valores de H iguais a 0,8 e 1,0 m, determinar as taxas de filtração h_0 e Δh para duas taxas médias de filtração (250 e 300 m/dia) para baterias constituídas de 4, 6, 8 e 10 filtros.

Através do uso de microcomputador foram obtidos os valores constantes dos Quadros 5, 6 e 7. Alguns aspectos sobre o funcionamento de filtros de taxa declinante observados na prática podem ser vistos ao se analisarem os quadros, como:

- para uma certa taxa média de filtração e carga hidráulica disponível, a taxa máxima aumenta, a mínima diminui e a variação de nível entre lavagens sucessivas diminui com o aumento do número de filtros da bateria, com conseqüente aumento da duração da carreira de filtração;
- para uma mesma carga hidráulica disponível e mesmo número de filtros na bateria, a taxa máxima e a mínima aumentam e a variação de nível entre lavagens sucessivas diminui à medida que a taxa média de filtração aumenta;

— para um mesmo número de filtros na bateria e mesma taxa média de filtração, a taxa máxima aumenta e a mínima diminui com o aumento da carga hidráulica disponível, com conseqüente aumento da carreira de filtração;

— para uma certa taxa média de filtração e uma certa carga hidráulica disponível, o aumento de nível durante a lavagem de um filtro da bateria é menor quanto maior o número de filtros da bateria.

4 Bibliografia

- (1) ARBOLEDA, J. V. — Hydraulic Control Systems of Constant and Declining Flow Rate in Filtration, Journal AWWA, p: 87-97, Feb. 1974.
- (2) ARBOLEDA, J. V. et alii — Hydraulic Behavior of Declining-Rate Filtration, JAWWA, vol. 77 [12], p: 67-74, Dec. 1985.
- (3) BAYLIS, J. R. — Seven Years of High Rate Filtration, Journal AWWA, Vol. 48(5), May 1956.
- (4) BAYLIS, J. R. — A Ten Years Test on High Rate Filtration Pure Water, Vol. XI (6), June 1959.
- (5) BAYLIS, J. R. — Surges in the Flow of Water Through Filters Pure Water, Vol. X (5), May 1958.
- (6) BAYLIS, J. R. — Variable Rate Filtration Pure Water, Vol. XI (5), 1959.
- (7) CLEASBY, J. L. & BAUMANN, E. R. Selection of Sand Filtration Rates, Journal AWWA, Vol. 54 (5), May 1962.
- (8) CLEASBY, J. L. et al. Effect of Filtration Rate Changes in Quality, Journal AWWA, Vol. 55 (7), July 1963.
- (9) CLEASBY, J. L. Filter Rate Control Without Rate Controllers, Journal AWWA, Vol. 61 (4), April 1969.
- (10) CLEASBY, J. L. — New Ideas in Filter Control Systems Symposium on Modern Water Treatment Methods Pan-American Health Organization, Asuncion, Paraguay, Aug., 1972.
- (11) CLEASBY, J. L. & DI BERNARDO, L. Hydraulic Considerations in Declining-Rate Filtration, Journal EED, Proceedings ASCE, Vol. 106 (EE6), Dec. 1980.
- (12) CLEASBY, J. L. — Declining-Rate Filtration Journal AWWA, Vol. 73 (9), sept. 1981.
- (13) CLEASBY, J. L. — Personal Communication, January, 1986.
- (14) CONLEY, W. R. — Experience With Anthracite — Sand Filters, Journal AWWA; p: 1473-1478, Dec. 1961.
- (15) CONLEY, W. R. & HSIUNG, K. — Design and Application of Multi-Media Filters Journal ASCE, Vol. 92 (SA5), oct. 1966.
- (16) CONLEY, W. R. & HSIUNG, K. — Design of Multi-Media Filters, Journal AWWA, feb. 1969.
- (17) DI BERNARDO, L. & CLEASBY, J. L. Declining-Rate Versus Constant-Rate Filtration, Journal EED, Proceedings ASCE, Vol. 106 (EE6), Dec. 1980.
- (18) DI BERNARDO, L. — Características Hidráulicas dos Métodos de Operação de Filtros Rápidos de Gravidade, Revista DAE, ano XLIV, n.º 135, dez. 1983.
- (19) DI BERNARDO, L. — Proposição de um Método para o Dimensionamento de Sistema de Filtração com Taxa Declinante Variável, Tese de Livre-Docência, Biblioteca da EESC-USP, julho 1982.
- (20) DI BERNARDO, L. — Proposição de um Modelo Matemático para Projeto de Sistemas de Filtração com Taxa Declinante. 13.º Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental. Maceió, Alagoas, ag. 1985.
- (21) DI BERNARDO, L. A. — Rational Method to the Design of Declining-Rate Filters, World Filtration Congress IV, Ostend, Belgium, Apr. 1986.
- (22) GREGORY, R. & YADAV, N. P. — Evaluation of Variable Declining Filtration Control for Rapid Gravity Filters, Water Research Center-Treatment Division, Jan. 1979.
- (23) HUDSON Jr., H. E. — Filter Design-Declining Rate Filtration, Journal AWWA, Vol. 51 (11), p: 1455-1463, Nov. 1959.
- (24) IVES, K. J. — Mathematical Models of Deep Bed Filtration, Nato Advanced Study Institute Series, Vol. 2. The Scientific Basics of Filtration, Noordhoff, Leyden, 1975.
- (25) HILMOE, D. J. A. — Comparison of Constant-Rate and Declining-Rate Direct Filtration of a Surface water Supply, Phd Thesis Iowa State University, USA, 1983.
- (26) MILLER, D. G. — Rapid Filtration Following Coagulation Including the Use of Multi-layer Beds. Proceedings of Society of Water Treatment and Examination Vol. 16, p: 192-214, 1967.
- (27) MOHANKA, S. S. — Multi-layer Filtration, Journal AWWA, Vol. 61, p: 504-511, 1969.
- (28) MOHANKA, S. S. — Theory of Multi-layer Filtration. Proceedings ASCE, Vol. 95 (SA6), 1969.
- (29) ROBECK, G. & KREISSL, J. F. — Multi-media Filtration: Principles and Pilot Experiments. Transaction of 17th Annual Conference on Water Treatment, Lawrence, Kansas (USA), 1967.
- (30) SEGALL, B. A. & OKUN, D. A. — Effect of Filtration Rate on Filtration Quality, Journal AWWA, Vol. 58 (3), p: 368-378, March, 1966.
- (31) TUEPKER, J. L. — Filter Performance Under Varying Operating Conditions, Proceedings of the Conference on Water Filtration. University of Missouri at Rolla, April, 1965.