Verificação experimental da relação entre o fator de atrito (f) e o número de Reynolds (Rey) para escoamento permanente, estabelecido em duto de secção circular

Dante Contin Neto [1]

1 Introdução

No cálculo da perda de carga (Δh) em escoamentos estabelecidos ao longo de tubulações de secção circular, a fórmula mais comumente utilizada é a chamada fórmula universal de perda de carga:

$$\Delta h = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}.$$ Para emprego desta fórmula é necessária a determinação do fato de atrito **f**. Para tanto pode-se utilizar o gráfico de Moody ou fórmulas empíricas que, em última instância, buscam reproduzir o diagrama de Moody. Dessas fórmulas a mais conhecida é a fórmula de C. F. Colebrook [1]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log_{10} \left(0{,}27 \frac{\varepsilon}{D} + \frac{2{,}51}{Rey \sqrt{f}} \right) \quad (1)$$

onde ε é a rugosidade equivalente da tubulação. Outras fórmulas foram ultimamente propostas, com o mesmo intuito. Citam-se duas delas particularmente bem-sucedidas.

— Fórmula proposta por Haaland (2)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1{,}8 \log_{10} \left[\frac{6{,}9}{Rey} + \left(\frac{\varepsilon}{3{,}7\, D} \right) \right]^{10/9}$$

Para $4 \times 10^3 \leqslant Rey \leqslant 10^8$ e

$$0 \leqslant \frac{\varepsilon}{D} \; 5 \times 10^{-2}$$

— Fórmula proposta por Churchill (3)

$$f = 8 \left[\left(\frac{8}{Rey} \right)^{12} + \frac{1}{(A + B)^{3/2}} \right]^{1/12}$$

$$A = \left[2.457 \ln \left(\frac{1}{\left(\frac{7}{Rey} \right)^{0,9} + 0.27\, (\varepsilon/D)} \right) \right]^{16}$$

$$B = \left(\frac{27.530}{Rey} \right)^{16}$$

Dessa forma, o uso do gráfico de Moody ou o uso de qualquer dessas fórmulas produz resultados equivalentes. Nas aplicações práticas, porém, o uso das fórmulas é muito mais confortável, principalmente quando se leva em conta a facilidade de cálculo propiciada pelas calculadoras programáveis, microcomputadores etc.

2 Verificação experimental

2.1 Descrição do Experimento

O Laboratório de Hidráulica do SHS dispõe de um módulo experimental concedido com a finalidade de produzir escoamentos com configurações geométricas variáveis nos quais se podem medir as perdas de carga em tubulações.

Com o intuito de se verificar experimentalmente a relação f x Rey, montou-se uma tubulação retilínea na qual se produziram escoamentos estabelecidos. Para cada corrida mediu-se a vazão e a perda de carga e calculou-se os valores de f e Rey.

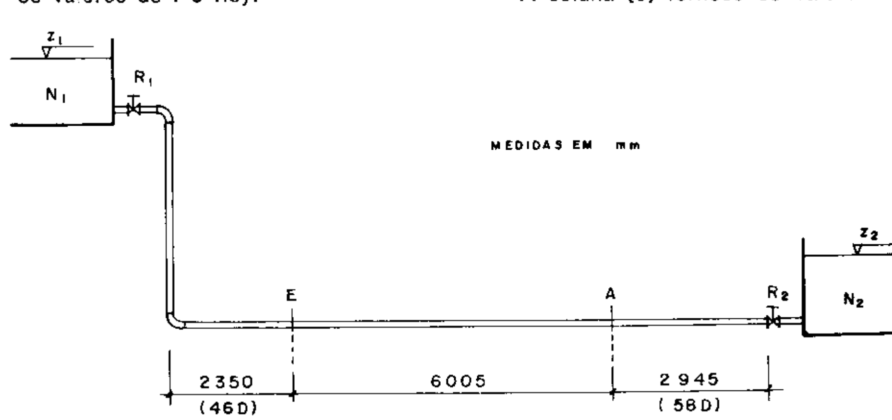

Figura 1

A montagem experimental é mostrada na figura 1.

A tubulação utilizada é de PVC rígido, com diâmetro interno de 50,7 mm.

Durante as medidas o registro R_1 é mantido totalmente aberto e a vazão controlada pelo registro R_2.

A vazão é produzida pelo desnível ($z_1 - z_2$) que é mantido com o valor de 3.012 mm ± 3 mm.

As vazões são medidas pelo método gravimétrico e as pressões nas secções E e A através de piezômetros.

2.2 Resultados

Os resultados obtidos são apresentados na tabela 1.

A tabela 2 fornece os valores de f e Rey. As colunas (1) e (2) dão os valores de f e Rey calculados através dos valores de vazão e perda de carga medidos, enquanto que a coluna (3) fornece os valores de f calculados pela fórmula de Colebrook considerando-se tubo rugoso com o valor de ε = 0,06 mm. A coluna (4) fornece os valores de f calculados supondo tubo liso, ou seja,

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{Rey \sqrt{f}}{2{,}51} \quad (2)$$

A coluna (5) fornece os valores de f calculados através de interpolação potencial do tipo $f = a\, Rey^b$ que, pelo método dos mínimos quadrados, forneceu:

$$f = 0{,}472.\ Rey^{-0{,}286} \quad (3)$$

A coluna (6) fornece os valores de

(1) Professor do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos — USP.

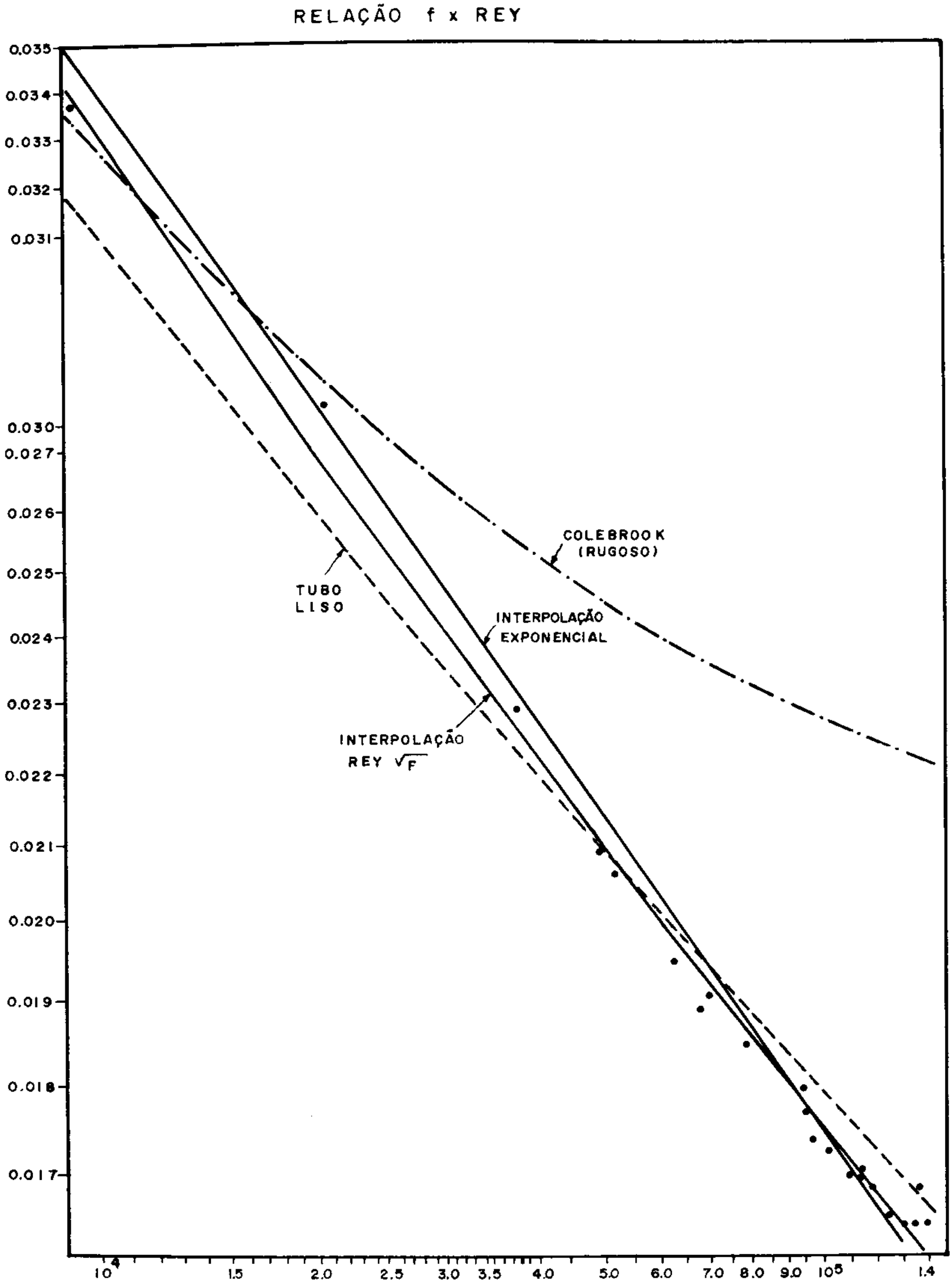

Figura 2

f calculados por uma expressão do tipo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \alpha \left[\log \text{Rey} \sqrt{f}\right]^{\beta}$$

que, pelo método dos mínimos quadrados, forneceu:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1{,}125 \left[\log \text{Rey} \sqrt{f}\right]^{1{,}344} \quad (4)$$

As colunas (7), (8), (9) e (10) fornecem os desvios dos valores de f em relação aos valores medidos, em porcentagem.

Tabela 1 — Resultados das Medidas

NÚMERO DA CORRIDA	PE/γ (mmca)	PA/γ (mmca)	(T) kg	(B) kg	(θ) s	(Q) ℓ/s	(Δh) mmca
1	2077	1378	84,5	408,0	60,52	5,35	699
2	2203	1550	81,9	404,2	62,35	5,17	653
3	2391	1803	83,5	383,5	61,37	4,89	588
4	2980	2600	84,8	383,1	77,68	3,84	380
5	3161	2840	107,3	387,6	81,36	3,44	321
6	3473	3271	82,3	450,4	137,14	2,68	202
7	2720	2250	119,4	412,5	67,87	4,32	470
8	3970 3971	3964 3964	83,9	175,7	254,49	0,36	6,5
9	2614 2615	2105 2107	108,4	431,10	71,80	4,49	508,5
10	1909 1910	1157 1158	75,4	412,2	60,1	5,55	752
11	2010 2008	1282 1282	80,5	401,0	59,4	5,40	727
12	3294 3292	3024 3025	80,0	388,6	98,5	3,13	268,5
13	3678 3672	3540 3542	83,3	355,2	132,2	2,06	134
14	3932	3904 3905	106,6	228,6	149,4	0,82	30,5
15	3705 3704	3587 3585	82,5	325,5	124,3	1,95	118,5
16	3815	3738 3738	82,1	360,0	184,3	1,51	77
17	3540 3540	3361 3360	82,0	370,3	115,6	2,49	179,5
18	2620 2620	2115 2115	84,7	393,5	69,1	4,47	505
19	3003	2631	87,6	422,6	88,9	3,77	372
20	3003	2628	82,1	307,8	60,2	3,75	375
21	3437	3218,5	81,0	375,1	105,89	2,78	218,5
22	2510	1964,5	81,2	355,4	58,76	4,67	545,5
23	2362,5	1765	84,9	440,9	72,27	4.93	597,5
24	2878	2461	82,2	410,1	81,25	4,04	417

PE/γ = pressão estática na seccão E, PA/γ = pressão estática na secção A, T = tara, B = peso bruto, φ = tempo, Q = vazão, Δh = perda de carga entre as secções E — A

Tabela 2 Valores de Rey, f e desvios

NÚMERO DE ORDEM	Rey $\times 10^{-5}$	$f_m \times 10^2$	FÓRMULA (1)		FÓRMULA (2)		FÓRMULA (3)		FÓRMULA (4)	
			f $\times 10^2$	δ %	f $\times 10^2$	δ %	f $\times 10^2$	δ %	f $\times 10^2$	δ %
1	1,34	1,65	2,22	34,7	1,69	2,51	1,61	-2,4	1,63	-1,1
2	1,30	1,65	2,23	35,2	1,70	3,3	1,63	-1,4	1,65	-0,2
3	1,23	1,66	2,24	34,8	1,72	3,8	1,65	-0,5	1,67	0,5
4	0,96	1,74	2,28	31,3	1,81	4,2	1,78	1,8	1,77	1,8
5	0,87	1,83	2,31	26,3	1,85	1,57	1,83	0,1	1,82	-0,3
6	0,67	1,89	2,37	25,0	1,96	3,4	1,96	3,7	1,94	2,4
7	1,09	1,70	2,26	32,9	1,77	4,0	1,71	0,7	1,72	1,12
8	0,09	3,37	3,34	-1,0	3,17	-6,0	3,48	3,3	3,40	0,9
9	1,13	1,70	2,25	32,7	1,75	3,2	1,69	-0,3	1,70	0,2
10	1,39	1,65	2,22	34,9	1,68	2,1	1,59	-3,1	1,62	-1,7
11	1,36	1,69	2,22	31,9	1,69	0,2	1,61	-4,7	1,63	-3,4
12	0,79	1,85	2,33	26,1	1,89	2,5	1,88	1,7	1,86	0,9
13	0,52	2,06	2,44	18,5	2,07	-3,0	2,12	2,8	2,08	-2,9
14	0,21	2,78	2,82	1,1	2,57	-7,60	2,76	-0,9	2,67	-4,0
15	0,49	2,09	2,46	17,4	2,10	0,2	2,15	2,7	2,11	0,6
16	0,38	2,29	2,55	11,3	2,22	-2,7	2,31	1,2	2,26	-1,3
17	0,63	1,95	2,39	22,5	1,99	2,0	2,01	2,9	1,98	1,4
18	1,12	1,71	2,26	32,1	1,76	2,9	1,70	-0,6	1,71	-0,1
19	0,95	1,77	2,29	29,4	1,82	2,9	1,78	0,7	1,78	0,62
20	0,94	1,80	2,29	27,1	1,82	1,1	1,78	-1,0	1,78	-1,1
21	0,70	1,91	2,36	23,3	1,94	1,5	1,94	1,6	1,92	0,5
22	1,17	1,69	2,25	32,9	1,74	2,93	1,69	-0,9	1,69	-0,2
23	1,24	1,66	2,24	34,6	1,72	3,6	1,65	-0,8	1,67	0,2
24	1,02	1,73	2,27	31,6	1,79	3,8	1,75	1,0	1,75	1,2

3 Interpretação dos Resultados e Conclusões

A relação entre o fator ou coeficiente de atrito (f) e o número de Reynolds (Rey) expressa pelas fórmulas (1), (2), (3) e (4) é mostrada graficamente na figura 2. Nota-se claramente que a fórmula de Colebrook, para tubo rugoso (fórmula 1), quando se adota a rugosidade ε = 0,06 mm para o PVC rígido, produz resultados altamente insatisfatórios, com um erro médio de 26% em relação aos valores medidos.

A fórmula para tubos hidraulicamente lisos (fórmula 2) produz resultados satisfatórios observando-se que 95% dos resultados apresentam um desvio percentual em relação aos valores medidos menor que 7%.

As fórmulas (3) e (4) apresentam resultados muito bons. A fórmula (3) produz 95% dos valores de f com desvio percentual menor que 4,2% ao passo que a fórmula (4) produz 95% dos valores de f com desvio percentual inferior a 3,2%.

A constatação mais importante é que o uso da fórmula de Colebrook para o caso do PVC rígido, quando se adota para a rugosidade o valor recomendado pela ABNT através da P-NB-591/77 (ε = 0,06 mm) produz resultados muito insatisfatórios. Os resultados das medidas aqui apresentadas levam a concluir que o PVC rígido novo se comporta como um tubo hidraulicamente liso cuja resposta, em termos de perda de carga, se aproxima bastante da equação proposta por Prandtl — Von Karmán (fórmula 2) para tubos lisos.

As fórmulas (3) e (4) embora forneçam resultados mais próximos dos medidos têm aplicação restrita à tubulação utilizada nos ensaios, na faixa de valores de Rey utilizados nos experimentos, sendo impossível prever sua aplicabilidade para outros valores.

Bibliografia

1 — HAALAND. Simple and explicit formulas for fricition factor. Journal of Fluid Engineering, vol. (105/89), — March, 1983.

2 — CHURCHILL. Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes. Journal of Chemical Engineering, vol. (91), 1977.

3 — COLEBROOK, C. F., Turbulent Flow in Pipes, with particular reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws. Journal of Institution of Civil Engineers, vol. (12) 4, pág. 133-156, 1939.

4 — ASSOCIACÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Elaboração de Projetos de Sistemas de Abastecimento de Água. Coletânea de Projetos de Normas Brasileiras, Cetesb, São Paulo, junho 1977.