

Fórmulas adequadas para aplicação de métodos iterativos nos cálculos analíticos de condutos em sistemas de abastecimento de água e esgotos sanitários(*)

Eng. Sérgio Rolim Mendonça, M. Sc. (**)

RESUMO

Esta publicação apresenta fórmulas adequadas para cálculos analíticos de condutos forçados de seção circular e de condutos livres de seção circular, trapezoidal, retangular e triangular, utilizando-se as fórmulas de Colebrook-White e Manning, respectivamente.

Poderão ser usadas no dimensionamento de adutoras, redes de distribuição, emissários e redes coletoras de esgotos e galerias de águas pluviais, de acordo com as exigências das normas brasileiras: P-NB-591, P-NB-594 e P-NB-567.

1 — INTRODUÇÃO

Com o advento das calculadoras programáveis e a introdução de micro-computadores no mercado, a preços relativamente acessíveis, teve início uma mudança brusca nos cálculos científicos, até há pouco tempo elaborados com o auxílio de imprecisos ábacos e tabelas.

Ocorre que, em alguns cálculos hidráulicos, certas equações terão de ser arranjadas adequadamente para que suas resoluções possam se processar de maneira possível. Este tipo de equação só poderá ser resolvido com a utilização de processo iterativo. Além disso, estas equações deverão ser preparadas para que haja rápida convergência no processo. Por isso, para cada aplicação, implicará análise do comportamento da função respectiva.

Nesse intuito, foram abordadas as equações utilizadas nos cálculos de condutos forçados e livres, como preconizam a P-NB-591 (Elaboração de Projetos de Sistemas de Adução de Água para Abastecimento Público), a P-NB-594 (Elaboração de Projetos Hidráulicos de Redes de Distribuição de Água Potável para Abastecimento Público) e a P-NB-567 (Elaboração de Projetos de

Redes de Esgotos Sanitários), respectivamente.

Para o cálculo de condutos forçados de seção circular foram usadas as equações universal (Darcy-Weisbach) e a de Colebrook-White.

As fórmulas de Chézy e Gauckler-Manning foram consideradas para canais de seção trapezoidal, retangular ou triangular e condutos livres de seção circular.

Através da utilização das fórmulas adequadas será possível o rápido e preciso dimensionamento de condutos usados em sistemas de abastecimento de água e esgotos sanitários.

2 — MÉTODOS ITERATIVOS

2.1 — Processos Adotados

Os métodos utilizados nos cálculos foram o método de iteração linear e o método de Newton-Raphson.

Procurou-se, sempre que possível, a adoção do método de iteração linear com a finalidade precípua da possibilidade de seu uso em calculadoras programáveis de pequena capacidade.

O estudo da resolução numérica de equações por este método, apesar de não ser o mais eficiente, se constitui em algoritmo extremamente simples.

O processo iterativo citado pode ser aplicável a equações do tipo $x = F(x)$. Por um artifício algébrico é sempre possível realizar esta transformação. $F(x)$ será a função de iteração. Poderá ser substituído por um processo iterativo mais geral como é o caso do método de Newton-Raphson.

O método iterativo linear apresenta, em geral, fracas propriedades de convergência enquanto que o segundo método é um dos processos mais eficientes para cálculo de raízes de equações, principalmente pelas suas propriedades de convergência e simplicidade de aplicação.

A fórmula de recorrência do método de Newton-Raphson é dada por:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)} \quad (2.1)$$

As figuras 2.1 e 2.2 exemplificam os dois métodos.

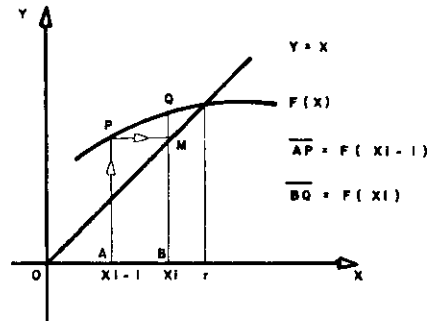


Figura 2.1 — Interpretação gráfica do Método Iterativo Linear.

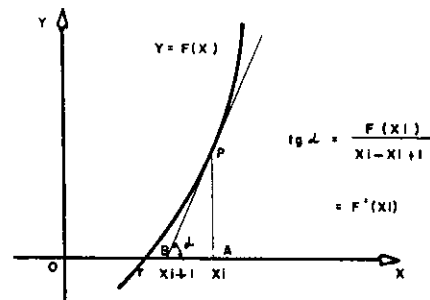


Figura 2.2 — Interpretação gráfica do Método Newton-Raphson.

2.2 — Descrição do Processo

Para a resolução do método iterativo linear ou método de Newton-Raphson adota-se a sequência apresentada por Quintela (1981):

- Arbitra-se um valor x_0 de x e determina-se, através da função F_2 , o correspondente valor de y ;
- Por inversão da função F_1 , obtém-se um novo valor de x , que se designa por x_1 ;
- Repetem-se os procedimentos **a** e **b** até que dois valores sucessivos de x_i e x_{i+1} sejam tão próximos quanto se deseje.

Para melhor clareza, a figura 2.3 exemplifica o processo.

Podemos adotar de maneira geral, para a tolerância, um valor $\epsilon = 0,0001$, tal que:

$$\epsilon > \frac{|x_{i+1} - x_i|}{x_i}$$

(*) XIX Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental — AIDIS/Abes — Santiago, Chile, 11 a 16-11-84.

(**) Engenheiro civil pela Escola de Engenharia da UFPB. Engenheiro sanitarista pela Faculdade de Saúde Pública da USP. "Master of Science" em Controle da Poluição Ambiental pela Universidade de Leeds, Inglaterra. Gerente de Obras da Cageda. Professor adjunto da UFPB. Consultor da Sudene.

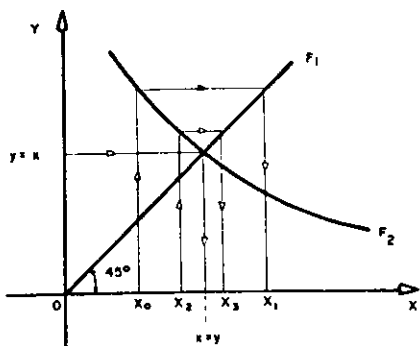


Figura 2.3 — Exemplificação do Processo Iterativo.

2.3 — Exemplo

2.3.1 — Resolva a equação: $x^{1,8} - x - 2 = 0$

A equação acima poderá se transformar no sistema:

$$y = x = F_1(x)$$

$$y = x^{1,8} - 2 = F_2(x)$$

A equação adequada poderia ser:

$$x_i + 1 = x_i^{1,8} - 2 \quad (2.2)$$

a qual conduz a uma série divergente da solução, $x = 2,228$, como mostram os seguintes valores de $x_i + 1$ obtidos a partir de diferentes valores arbitrados inicialmente, um superior e outro inferior à solução:

x_0	x_1	x_2	x_3
2,500	3,203	6,130	24,151
2,000	1,482	0,031	- 1,998

No caso da expressão

$$x_i + 1 = F_2(x_i)$$

fornecer uma solução divergente da solução, então:

$$x_i + 1 = F_2^{-1}(x_i)$$

que corresponde a função inversa de F_2 , pode fornecer uma sucessão de valores que convergem para a solução.

A equação 2.2 poderá ser escrita:

$$x_i + 1 = (x_i + 2)^{1/1,8} \quad (2.3)$$

Partindo de dois valores arbitrados inicialmente, um superior e outro inferior à solução, teremos:

3. — CONDUTOS FORÇADOS DE SEÇÃO CIRCULAR

3.1 — Fórmulas Utilizadas

— Fórmula de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(0,27 \frac{K}{D} + \frac{2,51}{R_s \sqrt{f}} \right) \quad (3.1)$$

— Área do conduto circular:

$$A = \pi D^2/4 \quad (3.2)$$

— Equação da continuidade:

$$Q = AV \quad (3.3)$$

— Número de Reynolds

$$R_s = VD/\nu \quad (3.4)$$

— Fórmula Universal ou de Darcy-Weisbach:

$$h_r = JL = f V^2 L / 2g D \quad (3.5)$$

onde:

f = coeficiente de perda de carga distribuída ou fator de resistência.

J = perda da carga unitária, em m/m

h_r = perda de carga total, em m

L = comprimento do conduto, em m

O valor da rugosidade equivalente para cada caso depende do tipo do material e do comprimento do conduto de acordo com a P-NB-591 e a P-NB-594 (Elaboração de Projetos Hidráulicos de Redes de Distribuição de Água Potável para Abastecimento Público). Os valores adotados por essas normas estão de acordo com a tabela da página seguinte.

É interessante observar que a equação de Colebrook White só deverá ser usada para valores de $R_s > 4.000$.

3.2 — Exemplos

3.2.1 — Estimar a perda de carga total em uma adutora de água tratada, por gravidade, em tubos de PVC, Defofo, classe 20, DN n° 200, para vazão de 25 l/s e 4.800 m de comprimento. A perda de carga disponível é

$$\Delta H / L = 0,00325 \text{ m/m.}$$

Observação: $D = 0,2042\text{m}$ (Mendonça, 1983),

$$K = 0,12 \text{ mm}$$

Adotando-se um valor inicial para $f = 0,03$ e tolerância $\epsilon > 10^{-4}$ e utilizando-se as equações (3.2), (3.3), (3.4), (3.1) e (3.5), sequencialmente, obtemos os seguintes resultados:

Velocidade	\approx	0,76 m/s
N° de Reynolds	\approx	155.881
Coef. de atrito	\approx	0,01969
Perda de carga unitária	\approx	0,00287m/m
Perda de carga total	\approx	13,76 m

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
2,500	2,306	2,250	2,234	2,230	2,228	2,228	2,228
2,000	2,160	2,208	2,222	2,226	2,227	2,227	2,228

Resposta: $x \approx 2,228$

Tabela 3.1 — Rugosidade Equivalente (K, mm)

PARTE DO SISTEMA	MATERIAL	f ₀ f ₁ f ₂	cimento amianto
	PVC	cimentado	
Rede de Distribuição	1	1	1
Aduutora, L ≤ 1000m	0,084	0,14	0,14
Aduutora, L > 1000m	0,12	0,20	0,20

Pelo resultado obtido podemos observar que houve apenas quatro iterações para a obtenção do coeficiente de atrito, f discriminadas a seguir:

f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄
0,03	0,01930	0,01971	0,01969	0,01969

3.2.2 — Se com os mesmos dados do exemplo anterior adotássemos para o valor inicial de f = 10⁷, quantas iterações haveria para se obter o mesmo resultado?

Resolvendo o problema de maneira análoga ao anterior, encontraríamos cinco iterações para o cálculo de f, quais sejam:

f ₀	f ₁	f ₂	f ₃	f ₄	f ₅
10 ⁷	0,01732	0,01982	0,01968	0,01969	0,01969

Podemos concluir com segurança que a equação de Colebrook-White (3.1) já está adequada, convergindo muito rapidamente, quaisquer que sejam os valores iniciais adotados para o coeficiente de atrito, f. Não há necessidade, portanto, de aplicação do método de Newton-Raphson.

4 — CONDUTOS LIVRES

4.1 — Canais de Seção Trapezoidal, Retangular ou Triangular

4.1.1 — Regime Uniforme

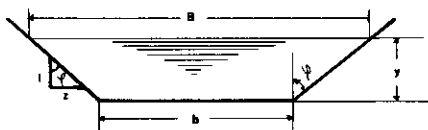


Figura 4.1 — Seção Trapezoidal

4.1.1.1 — Fórmulas Utilizadas

— Inclinação dos Taludes:

$$z = \text{tg } \gamma \tag{4.1}$$

— Fórmula de Chézy

$$V = C \sqrt{RI} \tag{4.2}$$

— Fórmula de Gauckler-Manning:

$$C = \frac{1,49}{n} \sqrt{R} \tag{4.3}$$

— Área Molhada:

$$A = y (b + zy) \tag{4.4}$$

— Perímetro Molhado:

$$P = b + 2y \sqrt{1+z^2} \tag{4.5}$$

— Raio Hidráulico:

$$R = A/P \tag{4.6}$$

— Equação da Continuidade:

$$Q = AV \tag{4.7}$$

Resolvendo o sistema apresentado pelas equações (4.2), (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7), encontramos:

$$y = \left(\frac{nQ}{\sqrt{I}} \right)^{0,6} \left[\frac{(b + 2y \sqrt{1+z^2})^{0,4}}{b + zy} \right] \tag{4.8}$$

que exprime a condição de escoamento em regime uniforme, cuja resolução pode ser obtida por processo iterativo.

Na seção retangular, z = 0 enquanto que na seção triangular, b = 0.

Após o cálculo do valor da lâmina, y, pela equação (4.8), a velocidade para o regime uniforme poderá ser calculada substituindo-se o valor de (4.4) em (4.7):

$$V = (Q/y) (b + zy) \tag{4.9}$$

4.1.2 — Regime Crítico

4.1.2.1 — Fórmulas Utilizadas

— Inclinação dos Taludes:

$$z = \text{tg } \gamma \tag{4.1}$$

— Condição de Regime Crítico

$$\frac{Q_c^2 B}{gA_c^3} = 1 \tag{4.10}$$

— Largura Molhada Crítica:

$$B = b + 2zy_c \tag{4.11}$$

— Fórmula de Chézy:

$$V_c = C \sqrt{R_c I} \tag{4.12}$$

— Fórmula de Gauckler-Manning:

$$C = \frac{1,49}{n} \sqrt{R_c} \tag{4.13}$$

— Área Molhada Crítica:

$$A_c = y_c (b + zy_c) \tag{4.14}$$

— Perímetro Molhado Crítico:

$$P_c = b + 2y_c \sqrt{1+z^2} \tag{4.15}$$

— Raio Hidráulico Crítico:

$$R_c = \frac{A_c}{P_c} \tag{4.16}$$

— Equação da Continuidade:

$$Q = A_c V_c \tag{4.17}$$

Resolvendo o sistema apresentado pelas equações (4.10), (4.11) e (4.14), encontramos:

$$y_c = \left(\frac{Q_c^2}{a} \right)^{1/3} \left[\frac{(b + 2zy_c)^{1/3}}{b + zy_c} \right] \tag{4.18}$$

que exprime a condição de escoamento em regime crítico, cuja resolução pode ser obtida por processo iterativo.

Na seção retangular, $z = 0$ enquanto que na seção triangular, $b = 0$.

Após o cálculo do valor da lâmina crítica, y_c , pela equação (4.18), a velocidade crítica poderá ser calculada substituindo-se o valor de (4.14) em (4.17):

$$V_c = (Q_c / y_c) (b + zy_c) \quad (4.19)$$

A declividade crítica é obtida através das equações (4.12), (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) e (4.18):

$$I_c = (nV_c)^2 \left[\frac{b + 2y_c \sqrt{1+z^2}}{y_c (b + zy_c)} \right] \quad (4.20)$$

onde:

- z = inclinação dos taludes
- b = largura da base menor da seção, em m.
- B = largura da base superior da seção, em m.
- y = lâmina ou altura molhada, em m
- I = declividade do canal, em m/m
- A = área molhada, em m^2
- P = perímetro molhado, em m
- R = raio hidráulico, em m
- V = velocidade de escoamento, em m/s
- Q = vazão, em m^3/s
- n = coeficiente de rugosidade
- c = coeficiente de Gauckler-Manning
- g = aceleração da gravidade = $9,8 \text{ m/s}^2$

No caso do regime crítico, as variáveis são semelhantes às de regime uniforme.

4.1.3 — Exemplos

4.1.3.1 — Um canal de seção trapezoidal com largura da base igual a 6,10 m, inclinação dos taludes 1:2, declividade de 0,0016 m/m, rugosidade 0,025, deverá fornecer vazão de 11.328 l/s. Calcular: lâmina líquida, velocidade, lâmina crítica, velocidade crítica e declividade crítica.

Adotando-se para tolerância $\epsilon > 10^{-4}$ e utilizando-se as equações (4.8), (4.9), (4.18), (4.19) e (4.20), sequencialmente, obteremos:

lâmina líquida	\cong	1,024 m
velocidade	\cong	1,36 m/s
lâmina crítica	\cong	0,655 m
velocidade crítica	\cong	2,34 m/s
declividade crítica	\cong	0,00780 m/m

Para o cálculo das lâminas líquida e crítica houve apenas cinco iterações para cada uma.

4.1.3.2 — Calcular a lâmina líquida, velocidade, lâmina crítica, velocidade e declividade críticas, correspondentes ao escoamento de 2,3 m^3/s de água bruta em um canal de tijolos cimentado ($n = 0,012$), com talude lateral de

3 na horizontal para 1 na vertical e declividade de 0,0027 m/m.

Adotando-se as mesmas equações anteriores e idêntica tolerância, encontraremos:

lâmina líquida	\cong	0,630 m
velocidade	\cong	1,93 m/s
lâmina crítica	\cong	0,654 m
velocidade crítica	\cong	1,79 m/s
declividade crítica	\cong	0,00220 m/m

Houve 18 iterações no cálculo da lâmina líquida e 17 na estimativa da lâmina crítica.

Observação: Em ambos os casos, o valor inicial adotado para y foi de 0,50 m. O valor inicial de y_c foi sempre considerado igual ao valor de y obtido.

4.2 — Condutos Livres de Seção Circular

4.2.1 — Regime Uniforme

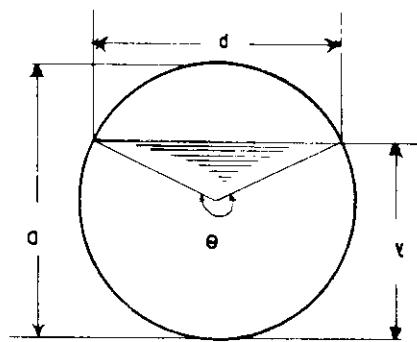


Figura 4.2 — Seção Circular

4.2.1.1 — Fórmulas Utilizadas

— Fórmula de Chézy:

$$V = C \sqrt{RI} \quad (4.2)$$

— Fórmula de Gauckler-Manning:

$$C = \sqrt{R}/n \quad (4.3)$$

— Área Molhada:

$$A = D^2 (\Theta - \text{sen}\Theta) / 8 \quad (4.21)$$

— Raio Hidráulico:

$$R = \frac{D}{4} \left(1 - \frac{\text{sen}\Theta}{\Theta} \right) \quad (4.22)$$

— Equação da Continuidade:

$$Q = AV \quad (4.7)$$

Substituindo os valores de (4.2), (4.3), (4.21) e (4.22) em (4.7), vem:

$$\Theta = \text{sen}\Theta + 22,6 \left(\frac{nQ}{\sqrt{T}} \right)^{0,6} D^{-1,6} \Theta^{0,4} \quad (4.23)$$

que exprime a condição de escoamento em regime uniforme, cuja resolução pode ser obtida por processo iterativo.

Este tipo de resolução deve limitar-se ao intervalo $1,59 \text{ rad} \leq \Theta \leq 4,43 \text{ rad}$ ou seja $0,15 \leq y/D \leq 0,80$.

Após o cálculo de Θ , em radianos, o valor da lâmina líquida relativa poderá ser obtido pela expressão (4.24):

$$\frac{Y}{D} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\Theta}{2} \right)$$

A velocidade para o regime uniforme poderá ser calculada substituindo-se os valores das equações (4.3) e (4.23) em (4.2):

$$V = \frac{\sqrt{T}}{n} \left[\frac{D}{4} \left(1 - \frac{\text{sen}\Theta}{\Theta} \right) \right]^{2,3} \quad (4.25)$$

4.2.2 — Regime Crítico

4.2.2.1 — Fórmulas Utilizadas

— Condição de Regime Crítico:

$$\frac{Q^2 b}{g A^3} = 1 \quad (4.26)$$

— Corda Molhada Crítica

$$b = D \text{sen} (\Theta_c / 2) \quad (4.27)$$

— Fórmula de Chézy:

$$V_c = C \sqrt{R_c I_c} \quad (4.12)$$

— Fórmula de Gauckler Manning:

$$C = \sqrt{R_c} / n \quad (4.13)$$

— Área Molhada Crítica:

$$A_c = D^2 (\Theta_c - \text{sen}\Theta_c) / 8 \quad (4.28)$$

— Raio Hidráulico Crítico

$$R_c = \frac{D}{4} \left(1 - \frac{\text{sen}\Theta_c}{\Theta_c} \right) \quad (4.29)$$

— Equação da continuidade:

$$Q_c = A_c V_c \quad (4.17)$$

Substituindo os valores de (4.27) e (4.28) em (4.26), encontraremos:

$$\Theta_c = \text{sen}\Theta_c + 8 \left(\frac{Q_c^2}{g} \right)^{1/3} D^{-5/3} \left(\text{sen} \frac{\Theta_c}{2} \right)^{1/3} \quad (4.30)$$

que exprime a condição de escoamento em regime crítico, cujo resolução pode ser obtida através de métodos iterativos.

Este tipo de resolução deve limitar-se ao intervalo $1,59 \text{ rad} \leq \Theta_c \leq 4,43 \text{ rad}$ ou seja $0,15 \leq y_c/D \leq 0,80$.

Após o cálculo de Θ_c , em radianos, o valor da lâmina crítica relativa poderá ser obtida pela expressão (4.31):

$$\frac{y_c}{D} = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\Theta_c}{2} \right) \quad (4.31)$$

A velocidade para o regime crítico poderá ser obtida substituindo-se os valores de (4.27), (4.28) e (4.17) em (4.26):

$$V_c = \left[\frac{gD}{8 \sin \frac{\Theta_c}{2}} \left(\Theta_c - \sin \Theta_c \right) \right]^{1/2} \quad (4.32)$$

A declividade crítica é obtida substituindo-se os valores de (4.13), (4.29) e (4.32) em (4.12):

$$i_c = \frac{n^2 g}{\sin \frac{\Theta_c}{2}} \left[\frac{\Theta_c}{2D \left(\Theta_c - \sin \Theta_c \right)} \right]^{1/3} \quad (4.33)$$

onde:

Θ = complemento, suplemento ou replemento do ângulo do setor circular, em rad.

b = corda molhada crítica, em m

D = diâmetro interno do conduto circular, em m

As demais unidades são análogas às anteriores para ambos os regimes.

4.2.3 — Exemplos

4.2.3.1 — Um emissário de esgotos foi projetado para escoamento a 3/4 de seção com vazão de 300 l/s, declividade 0,0005 m/m, diâmetro 1,20 m e rugosidade 0,015.

Determinar: Θ_c , y_c/d , y_c , V_c , Θ_c , y_c/D , y_c/V_c e i_c .

Utilizando-se as equações (4.23), (4.24), (4.25), (4.30), (4.31), (4.32) e (4.33), e $\epsilon > 10^{-4}$, teremos:

Teta	$\cong 2,89$ rad
Lâmina Líquida Relativa	$\cong 0,44$
Lâmina Líquida	$\cong 0,526$ m
Velocidade	$\cong 0,63$ m/s
Teta Crítico	$\cong 2,06$ rad
Lâmina Crítica Relativa	$\cong 0,24$
Lâmina Líquida Crítica	$\cong 0,291$ m
Velocidade Crítica	$\cong 1,42$ m/s
Declividade Crítica	$\cong 0,00477$ m/m

Houve 14 iterações no cálculo do teta e oito na estimativa do teta crítico.

4.2.3.2 — Modificando-se os dados do problema anterior para vazão de 92,84 l/s, declividade 0,011 m/m, diâmetro 300 mm e coeficiente de rugosidade igual a 0,013, qual seria o novo resultado?

Teta	$\cong 4,20$ rad
Lâmina Líquida Relativa	$\cong 0,75$
Lâmina Líquida	$\cong 0,226$ m
Velocidade	$\cong 1,63$ m/s
Teta Crítico	$\cong 4,38$ rad
Lâmina Crítica Relativa	$\cong 0,79$
Lâmina Líquida Crítica	$\cong 0,237$ m
Velocidade Crítica	$\cong 1,55$ m/s
Declividade Crítica	$\cong 0,00989$ m/m

Neste caso o cálculo foi bastante lento, pois tivemos cinco iterações para a obtenção de teta e em compensação 161 iterações para o cálculo de teta crítico.

Observação: Em ambos os casos, o valor inicial adotado para Θ foi de 3 rad. O valor inicial de Θ_c foi sempre considerado igual ao valor de Θ obtido.

5. MÉTODO DE NEWTON - RAPHSON

5.1 — Condutos Livres de Seção Trapezoidal, Retangular ou Triangular, Escoando em Regimes Uniforme e Crítico.

De acordo com os exemplos 4.1.3.1 e 4.1.3.2 apresentados, verificamos que as equações (4.8) e (4.18) são de rápida convergência. A maior ou menor rapidez nos cálculos dependerá também do valor inicial adotado para y . Vide observação após a resolução dos problemas citados.

Além disso, para a aplicação do Método de Newton-Raphson, as equações (4.8) e (4.18), teriam que ser modificadas.

5.2 — Condutos Livres de Seção Circular Escoando em Regimes Uniforme e Crítico.

Os exemplos 4.2.3.1 e 4.2.3.2 nos mostram que, na prática, haverá sempre casos em que a resolução das equações (4.23) e (4.30) será bastante lenta, como pode ser confirmado no último exemplo (4.2.3.2).

Considerando-se a fórmula de recorrência do método de Newton-Raphson, equação (2.1), a equação (4.23) poderá ser modificada para:

$$\Theta_c - \sin \Theta_c - 22,6 \left(\frac{nQ}{\sqrt{T}} \right)^{0,6} D - 1,6 \Theta_c^{0,4} \quad (4.34)$$

$$\Theta = \Theta_c - \frac{1 - \cos \Theta_c - 24,6 \cdot 10^{-1} \left(\frac{nQ}{\sqrt{T}} \right)^{0,6} D - 1,6 \Theta_c - 0,6}{nQ}$$

Enquanto que a equação (4.30) terá a seguinte forma:

$$\Theta_c - \sin \Theta_c - 8 \left(\frac{Qc^2}{g} \right)^{1/3} D^{-5/3} \left(\sin \frac{\Theta_c}{2} \right)^{1/3} \quad (4.35)$$

$$\Theta_c = \Theta_c - \frac{4 \left(\frac{Qc^2}{g} \right)^{1/3} D^{-5/3} \left(\sin \frac{\Theta_c}{2} \right)^{-2/3} \left(\cos \frac{\Theta_c}{2} \right)}{1 - \cos \Theta_c - \frac{4}{3} \left(\frac{Qc^2}{g} \right)^{1/3} D^{-5/3} \left(\sin \frac{\Theta_c}{2} \right)^{-2/3} \left(\cos \frac{\Theta_c}{2} \right)}$$

Resolvendo-se o problema do exemplo 4.2.3.2 novamente e aplicando-se desta vez as equações (4.34) e (4.35) em substituição às equações (4.23) e (4.30), obteremos idênticos resultados.

A grande diferença é que haverá quatro iterações para o cálculo de Θ_c , em vez de cinco, e três iterações para o cálculo de Θ_c no lugar de 161 iterações.

Quem dispuser de calculadoras programáveis de certa capacidade, deverá utilizar as equações (4.34) e (4.35), pois, a convergência será muito mais rápida, com a aplicação do Método de Newton-Raphson.

6. — REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 — ABNT/P-NB-591. *Elaboração de Projetos de Sistemas de Adução para Abastecimento Público*, Cetesb, São Paulo, Jun/1977.
- 2 — ABNT/P-NB-594. *Elaboração de Projetos Hidráulicos de Redes de Distribuição de Água Potável para Abastecimento Público*, Cetesb, São Paulo, Jun. 1977.
- 3 — ABNT/P-NB-567. *Elaboração de Projetos de Redes de Esgotos Sanitários*, Rio de Janeiro, 1975.
- 4 — CHOW, V. T. *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill International Book Co., Tóquio, 1959.
- 5 — QUINTELA, A. C. *Hidráulica*, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1981.
- 6 — MENDONÇA, S. R. *Tabelas para Simplificação de Cálculos de Condutos Circulares em Sistemas de Abastecimento de Água e Esgotos Sanitários*, XII Congresso Bras. de Eng. Sanitária e Ambiental, Camboriú, 20 a 25/11/1983.
- 7 — RAJU, K. G. R. *Flow Through Open Channels*, Tata McGraw-Hill Publishing Co. Ltd., New Delhi, 1981.
- 8 — SANTOS, V. R. B. *Curso de Cálculo Numérico*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 4.ª Ed., Rio de Janeiro, 1982.
- 9 — SILVESTRE, P. *Hidráulica Geral*, Livros Técnicos e Científicos Editora, Rio de Janeiro, 1973.