

# Características hidráulicas dos métodos de operação dos filtros rápidos de gravidade

Luiz Di Bernardo (\*)

## RESUMO

Há alguns anos, os filtros rápidos de gravidade, de fluxo descendente, eram projetados para funcionar com taxa constante e geralmente providos de dispositivos automáticos de controle. Após os trabalhos realizados por Cleasby, no início da década de 70, a filtração descendente por gravidade pode ser realizada com taxa constante sem o uso do emprego de dispositivos de controle com taxa declinante. Recentemente, as pesquisas realizadas por Di Bernardo e Cleasby, Gregory e Ydav e Arboleda, forneceram dados que elucidaram muitas dúvidas existentes sobre a filtração com taxa declinante.

No presente trabalho, são apresentados fundamentos teóricos referentes ao funcionamento dos filtros rápidos de gravidade de fluxo descendente e discutidos os principais métodos de controle dos mesmos, destacando-se as vantagens e desvantagens de cada método.

## 1. INTRODUÇÃO

O método de operação dos filtros depende, essencialmente, da maneira como a carga hidráulica disponível é aplicada. Por outro lado, a utilização da carga hidráulica disponível está relacionada à perda de carga no meio filtrante e aos dispositivos de controle.

Há duas velocidades de interesse na filtração: velocidade de aproximação, também conhecida como taxa de filtração, que é igual à vazão afluente dividida pela área do filtro em planta; velocidade média intersticial, que é igual à velocidade de aproximação dividida pela porosidade média do meio filtrante.

$$V_i = \frac{V_a}{\epsilon} \quad (1)$$

$V_i$  = velocidade intersticial ( $LT^{-1}$ )  
 $V_a$  = velocidade de aproximação ( $LT^{-1}$ )

$\epsilon$  = porosidade média do meio filtrante

A porosidade média de um meio filtrante é dada por:

$$\epsilon = \frac{V_v}{V_v + V_g} \quad (2)$$

onde:

$\epsilon$  = porosidade  
 $V_v$  = volume de vazios ( $L^3$ )  
 $V_g$  = volume dos grãos do meio filtrante ( $L^3$ )

Durante a filtração, as partículas suspensas são retidas nos interstícios granulares, reduzindo o volume de vazios e de acordo com a equação 2, a porosidade também diminui. A velocidade intersticial aumenta e, conseqüentemente, a perda de carga aumenta no meio filtrante. O regime de escoamento é laminar durante a filtração e de acordo com a lei de Darcy, tem-se:

$$V_a = K \frac{h}{L} \quad (3)$$

$V_a$  = velocidade de aproximação ( $LT^{-1}$ )  
 $h$  = perda de carga no meio filtrante (L)  
 $L$  = espessura da camada filtrante (L)  
 $K$  = coeficiente de permeabilidade ( $LT^{-1}$ )

O coeficiente de permeabilidade  $K$  está relacionado com a resistência ao escoamento devida ao meio filtrante e partículas retidas, e diminui à medida que progride o tempo de funcionamento do filtro. No início da filtração, quando o meio filtrante encontra-se limpo, pode-se determinar o gradiente hidráulico  $h/L$  através da fórmula proposta por Fair Hatch (citado em 1)

$$\frac{h}{L} = \frac{180 \cdot v}{g} \cdot \frac{(1 - \epsilon_0)^2}{\epsilon_0^3} \cdot \frac{V_a}{C_e \epsilon^2} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i}{D_i^2} \right) \quad (4)$$

onde:

$h$  = perda de carga (L)  
 $L$  = espessura da camada filtrante (L)  
 $v$  = viscosidade cinemática da água ( $L^2T^{-1}$ )  
 $g$  = aceleração da gravidade ( $LT^{-2}$ )  
 $\epsilon_0$  = porosidade inicial  
 $V_a$  = velocidade de aproximação ( $LT^{-1}$ )  
 $C_e$  = coeficiente de esfericidade dos grãos do meio filtrante  
 $X_i$  = fração, em peso, do material filtrante retido entre duas peneiras consecutivas.

Em geral, o tamanho médio das aberturas das malhas de duas peneiras consecutivas é calculado por:

$$D_i = \sqrt{D_j \cdot D_k} \quad (5)$$

onde:

$D_i$  = tamanho médio das malhas de duas peneiras consecutivas de tamanhos iguais a  $D_j$  e  $D_k$  (L)  
 Combinando-se as equações 3 e 4, obtém-se o coeficiente de permeabilidade inicial  $K_0$ :

$$K_0 = \left[ \frac{180 \cdot v}{g \cdot C_e} \cdot \frac{(1 - \epsilon_0)^2}{\epsilon_0^3} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i}{D_i^2} \right) \right] \quad (6)$$

Uma vez conhecido o valor de  $K_0$  para um determinado meio filtrante, a perda de carga inicial do mesmo será:

(\*) — Professor Livre-Docente do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos — USP.

$$h_0 = \frac{V}{K_0} \cdot L \quad (7)$$

Além da perda de carga no meio filtrante limpo, têm-se as perdas devidas à retenção de partículas, camada suporte, sistema de drenagem, canalizações e acessórios. A perda de carga na camada suporte pode ser calculada de maneira semelhante à do meio filtrante limpo. Pode-se agrupar ambas as partes e denominá-las de  $h'_0$ .

A perda de carga no sistema de drenagem (1.º termo da equação 8) e canalizações e acessórios (2.º termo da equação 8) pode ser calculada por:

$$h_1 = \frac{1}{2g} (K_1 \cdot V_1^2 + K_2 \cdot V_2^2) \quad (8)$$

A perda de carga devida à retenção de partículas ( $h_2$ ) está relacionada com o depósito específico e com a porosidade inicial (19).

Em qualquer instante, durante o funcionamento do filtro, a condição básica para que se tenha a velocidade de aproximação  $V_a$  é que a carga hidráulica disponível iguale a perda de carga total ( $h'_0 + h_1 + h_2$ ).

Pode-se, portanto, escrever que:

$$\alpha = \frac{\text{Carga Hidráulica Disponível}}{\text{Resistência do Filtro}}$$

Com base nessa expressão, há quatro condições usualmente consideradas para descrever os métodos de operação dos filtros:

- Carga Hidráulica Disponível Constante e Resistência do Filtro Variável;
- Carga Hidráulica Disponível Constante e Resistência do Filtro Constante;
- Carga Hidráulica Disponível Variável e Resistência do Filtro Constante;
- Carga Hidráulica Disponível Variável e Resistência do Filtro Variável.

## 2. MÉTODOS DE OPERAÇÃO DOS FILTROS

### 2.1 — Carga Hidráulica Disponível Constante e Resistência do Filtro Variável

Neste caso, a carga hidráulica total disponível é mantida constante durante o período de filtração. No início, a resistência do filtro é pequena ( $h'_0 + h_1$ ) resultando, portanto, um valor elevado da taxa de filtração. Com o decorrer do tempo, aumenta a quantidade de partículas retidas nos interstícios granulares, a resistência ao escoamento ( $h_2$ ) torna-se maior e, conseqüentemente, a taxa de filtração diminui.

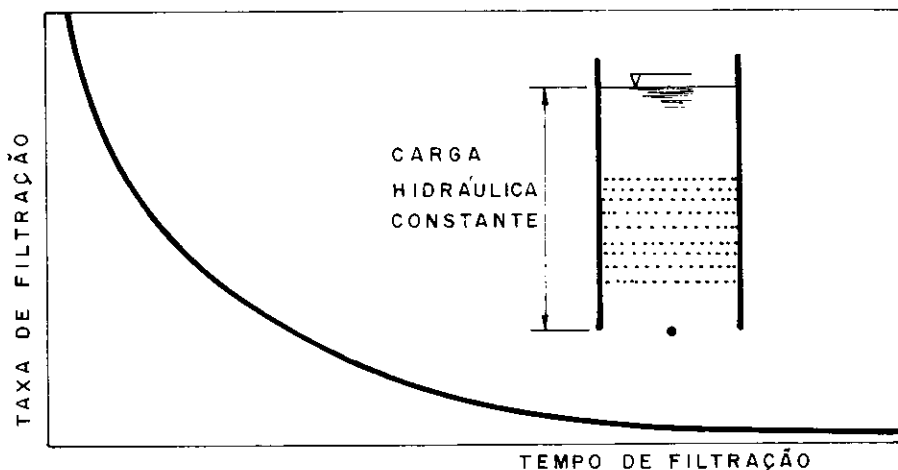


Figura 1 — Taxa de filtração em função do tempo

Este método de operação, também conhecido como "Taxa Declinante Verdadeira" é raramente empregado na prática da filtração, pois há a necessidade de capacidade de reserva para acomodar o excesso de água afluyente, quando a taxa de filtração é pequena, e fornecer água aos filtros, quando a taxa de filtração é elevada.

A figura 1 ilustra a variação da taxa de filtração em função do tempo, quando a carga hidráulica total disponível é mantida constante.

### 3.2 — Carga Hidráulica Disponível Constante e Resistência do Filtro Constante

Neste método de operação, o nível de água em filtros de gravidade varia muito pouco, podendo-se considerar que a carga hidráulica disponível seja aproximadamente constante. Mantendo-se constante a resistência do filtro, tem-se como resultado um valor aproximadamente constante da taxa de filtração.

No início da carreira de filtração, o meio filtrante está limpo e para que a resistência total do filtro seja mantida constante, há a necessidade de um dispositivo controlador que apresente um valor de perda de carga igual à diferença entre a carga hidráulica total disponível e a soma das perdas de carga ( $h_0 + h_1$ ). À medida que progride a carreira de filtração, aumenta a perda de carga ( $h_2$ ) no meio filtrante devido à retenção de partículas e, como resultado, a perda de carga introduzida pelo dispositivo controlador deve diminuir como mostra a figura 2.

Quando o dispositivo controlador apresentar o menor valor possível de perda de carga referente à taxa de filtração fixada, o filtro deverá ser lavado, pois daquele momento em diante, qualquer aumento de perda de carga no meio filtrante não será mais compensado pelo dispositivo controlador.

Normalmente, os dispositivos de controle são automáticos e podem ser instalados na entrada ou saída dos filtros. Há dois tipos de dispositivos:

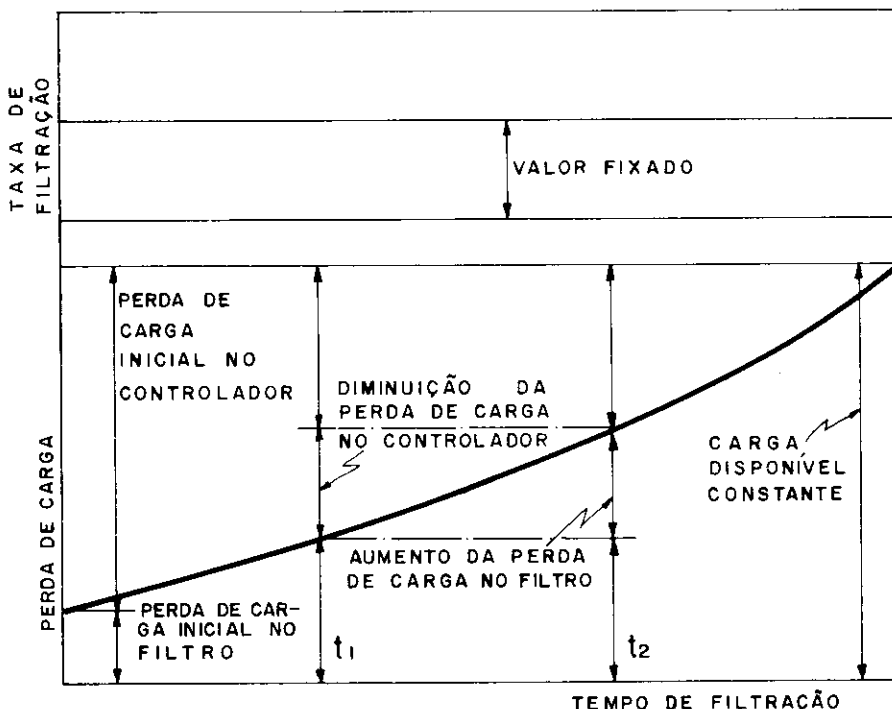


Figura 2 — Variação da perda de carga em função do tempo para a taxa de filtração constante e nível de água constante

controlador de vazão ou de vazão e nível. A instalação do controlador de vazão na canalização de efluente é mais comum na prática.

Se a vazão total afluyente à instalação de filtração for constante, o nível de água prefixado nos filtros permanecerá aproximadamente constante durante a carreira de filtração devido à ação do controlador de vazão, sofrendo acréscimos por ocasião da lavagem dos outros filtros da mesma bateria. Esse acréscimo de nível é proporcional ao número de filtros de uma mesma bateria e ao tempo que o filtro a ser lavado permanece fora de operação, pois a taxa de filtração nos filtros restantes permanece constante. Para que o nível volte à posição normal, o operador deverá, manualmente, aumentar a taxa de filtração durante um determinado intervalo de tempo. Em geral, é comum a existência de um extravasor no canal de alimentação dos filtros, evitando assim os acréscimos de nível. No primeiro caso, os ajustes manuais são normalmente efetuados em tempo pequeno, causando variações repentinas de vazão e prejudicando a qualidade do efluente. No segundo caso, tem-se um desperdício de água pré-tratada.

Se a soma das vazões dos filtros não for exatamente igual à vazão total afluyente, o nível de água no interior de alguns filtros subirá ou abaixará lentamente. Nestas condições, o operador tentará ajustar o controlador de modo a evitar transbordamento ou esvaziamento dos filtros. Normalmente, o operador ajustará um ou mais controladores de vazão de maneira que a soma das vazões dos filtros iguale a vazão total afluyente. Estes ajustes são normalmente realizados abruptamente, podendo prejudicar a qualidade dos efluentes dos filtros.

Geralmente, os controladores de vazão e nível utilizados na prática permitem uma variação relativamente pequena para ajustamento de nível. Assim, quando um filtro de uma bateria é retirado de operação para que seja efetuada a lavagem, o nível de água tenta subir nos demais e, em consequência, o dispositivo de controle de nível aciona o controlador de vazão, permitindo que uma vazão maior seja filtrada. Há possibilidade dessas variações de vazão serem bruscas e prejudicarem a qualidade dos efluentes dos filtros em operação.

Os dispositivos de controle de vazão instalados na canalização de efluente funcionam segundo o princípio de causa e efeito, isto é, nenhuma correção é feita a menos que ocorra variação da característica controlada. Basicamente, os dispositivos de controle dispõem de medidor de vazão, transmissor, válvula de controle e fixador de vazão. A conexão entre os constituintes dos equipamentos pode ser mecânica, pneumática, elétrica, hidráulica ou resulta da combinação

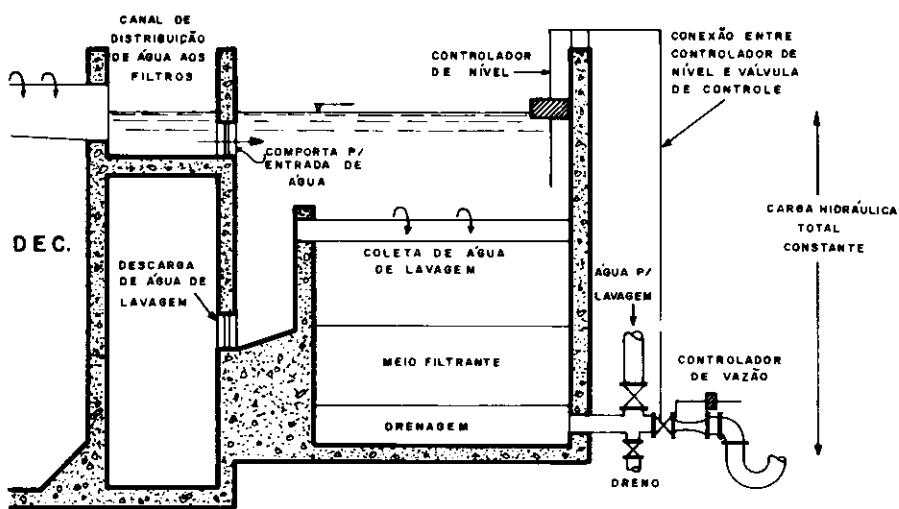


Figura 3 — Filtro com taxa e nível constantes

de dois ou mais meios de conexão. O medidor de vazão pode ser um Venturi, bocal ou orifício. Como a vazão nesses medidores é proporcional à diferença de pressão entre dois pontos característicos, a transmissão da diferença de pressão à válvula de controle permitirá que a vazão seja corrigida sempre que o valor medido for diferente daquele preestabelecido pelo fixador. Além desses constituintes, os dispositivos de controle de vazão e nível possuem um medidor de nível que também poderá acionar a válvula de controle.

A figura 3 apresenta o esquema de um filtro com controlador de vazão e nível, instalado na canalização de efluente.

Os principais inconvenientes dos filtros operados com carga hidráulica disponível constante e resistência do filtro constante são: (I) custo elevado de equipamentos; (II) custo elevado de operação e manutenção; (III) necessidade de controle de nível, automático ou manual; (IV) possibilidade da deterioração do efluente produzido devido aos ajustes de vazão de nível realizados pelos equipamentos.

### 3.3 — Carga Hidráulica Disponível Variável e Resistência do Filtro Constante

Este método de operação é semelhante ao descrito no item 3.2.2. No entanto, para que a vazão seja mantida constante, além da variação de perda de carga no meio filtrante devida à retenção de partículas, o controlador deverá compensar as variações de nível, pois o mesmo é variável.

### 3.4 — Carga Hidráulica Disponível Variável e Resistência do Filtro Variável

Dependendo das características de entrada e saída dos filtros, a taxa de filtração poderá ser constante ou decrescente quando a carga hidráulica disponível e a resistência do filtro forem variáveis.

### 3.4.1 — Taxa de Filtração Constante

Quando a entrada aos filtros for feita de modo que a vazão total afluyente seja dividida equitativamente e que o nível de água em cada filtro varie independentemente do nível dos demais, a vazão será constante se o aumento da resistência do filtro for acompanhado pelo aumento da carga hidráulica disponível. O nível de água variará desde um valor mínimo, quando o meio filtrante se encontrar limpo, até um valor máximo, quando o filtro deverá ser lavado. O nível de água será diferente entre os diversos filtros de uma bateria, dependendo somente do grau de colmatação do meio filtrante de cada um deles. No início da operação, o meio filtrante estará limpo, e, portanto, para evitar que o nível mínimo se localize abaixo do topo da camada filtrante, deverá ser prevista a instalação de uma válvula ou outro dispositivo qualquer na canalização de efluente para ajustar o nível mínimo. A conexão das saídas individuais dos filtros em um canal provido de vertedor também poderá ser usada para este fim. Cleasby (9) denominou este método de operação de "distribuição equitativa de vazão".

A figura 4 mostra as características principais do arranjo típico de entrada e saída dos filtros quando se emprega esse método de controle.

O sistema com distribuição equitativa de vazão apresenta diversas vantagens em relação aos anteriores: (I) considerando constante a vazão total afluyente, a taxa de filtração é mantida constante sem o emprego de equipamento de controle; (II) a vazão é distribuída igualmente entre os diversos filtros por meio de dispositivos simples, como um vertedor; (III) quando um filtro é retirado de operação para ser lavado, a vazão correspondente ao mesmo é distribuída igualmente entre os restantes da mesma bateria, de modo que o nível em cada filtro aumenta gradualmente até que haja carga suficiente para filtrar a nova vazão (assim, o aumento da filtração é gra-

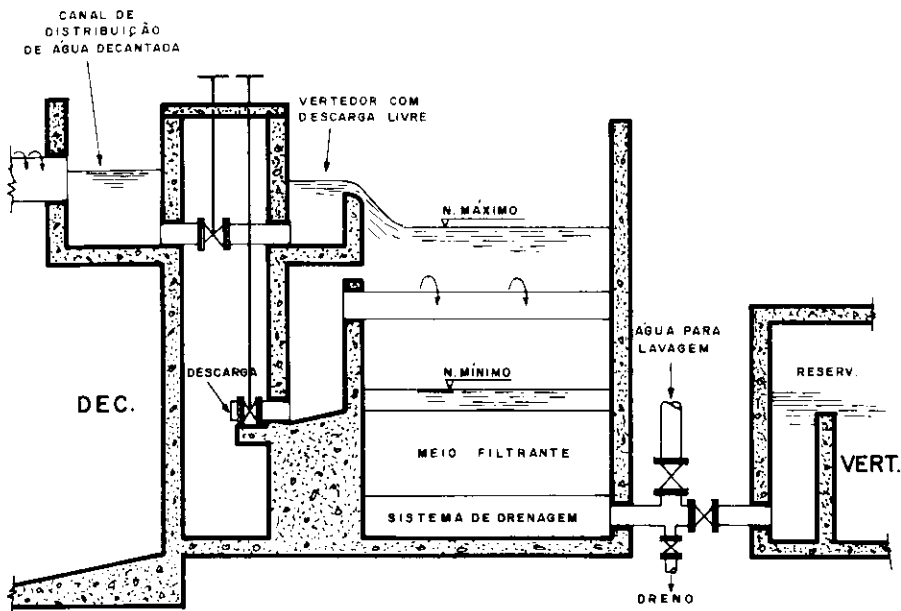


Figura 4 — Arranjo típico de entrada e saída dos filtros — taxa constante

gura 4, com a diferença da entrada que é feita abaixo do nível mínimo de água nos filtros. Como a distribuição de água aos diversos filtros da mesma bateria é feita por meio de tubulação ou canal de dimensões relativamente grandes para que a perda de carga possa ser considerada desprezível no mesmo, o nível de água é aproximadamente igual nos filtros. A figura 5 mostra as principais características do arranjo típico de entrada e saída do sistema com taxa declinante variável.

Com base em observações realizadas em Taipei (Taiwan) e Ames (Estados Unidos), Cleasby (8) apresentou uma figura ilustrando o comportamento geral dos filtros de taxa declinante variável. A figura 6, reproduzida do trabalho de Cleasby e apresentada a seguir, é importante para que se possa entender as variações de nível e vazão que ocorrem.

dual, sem prejuízo da qualidade do efluente); (IV) após o início de operação de um filtro lavado, a diminuição da taxa de filtração nos demais também é gradual, sem que ocorra prejuízo da qualidade do efluente; (V) a perda de carga de um filtro qualquer é visual e depende somente do operador a verificação da ocorrência do nível máximo permitido para que seja procedida a lavagem do mesmo; (VI) a localização da crista do vertedor de saída, acima do topo da camada filtrante, elimina a possibilidade da ocorrência de pressão inferior à atmosférica no interior do leito filtrante, fato comum nos sistemas descritos no item 3.2.2; (VII) a vazão em cada filtro é facilmente medida no vertedor de entrada.

A principal desvantagem deste sistema, em relação aos demais de taxa de filtração constante, é a altura adicional da caixa do filtro devida ao vertedor de entrada, que deve ter descarga livre. Ainda é questionável o efeito que a queda de água, existente neste sistema, acarreta na qualidade da água filtrada e carreira de filtração.

### 3.4.2 — Taxa de Filtração Declinante Variável

Apresentou-se, anteriormente, o sistema em que a carga hidráulica disponível é integralmente aplicada desde o início até o final da carreira de filtração, o que acarreta um decréscimo gradual de vazão filtrada com o tempo. Apresentaram-se, também, os resultados de pesquisa que mostraram ser superior a qualidade do efluente obtido com taxa declinante com carreiras de filtração mais longas em relação ao obtido com taxa constante. Algumas modificações introduzidas por Cleasby (8, 9) no sistema descrito no item 3.2.1 permitiram que se pudesse empregar com sucesso o sistema de taxa declinante. O sistema proposto por Cleasby é semelhante ao da figu-

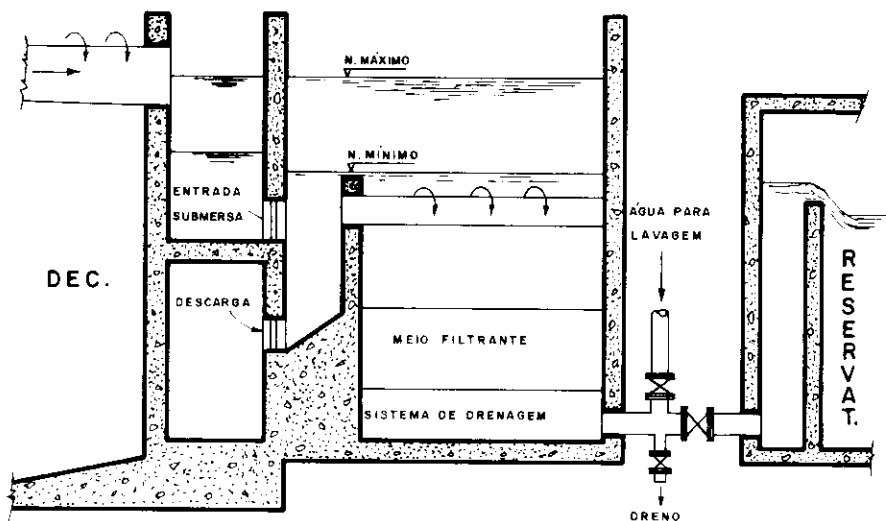


Figura 5 — Arranjo típico de entrada e saída dos filtros — taxa declinante variável

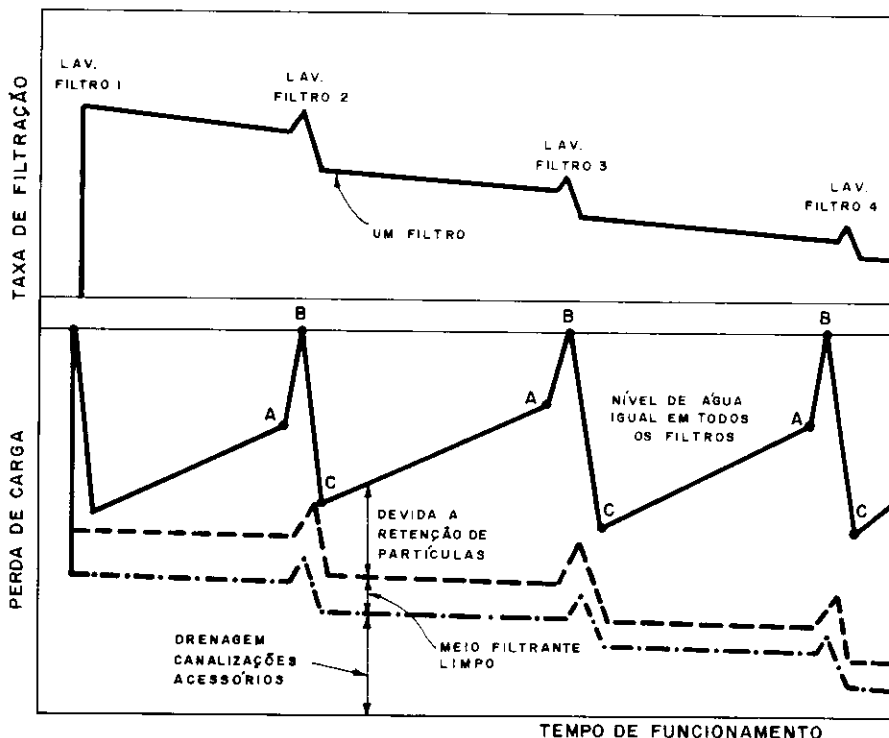


Figura 6 — Variação da taxa de filtração, perda de carga e nível d'água durante o funcionamento do filtro 1 fonte: (8)

O nível A corresponde ao instante em que um filtro da bateria deve ser lavado. Durante a lavagem de um filtro os restantes devem absorver a vazão do filtro retirado de operação e, assim, o nível de água sobe até um valor máximo B, quando o filtro recém-lavado é colocado em operação. O aumento de nível de A até B é função do nível de água A, da taxa de filtração, do número de filtros em operação e da duração da lavagem.

Finalmente, quando colocado em operação, o filtro recém-lavado filtra uma vazão superior àquela por ocasião de sua retirada para lavagem e, desse modo, a vazão total efluente supera a vazão total afluente e, em consequência, o nível de água decresce até atingir um valor mínimo, que é o nível C. Daí em diante, o nível de água sobe em todos os filtros devido à retenção de impurezas até que o nível A seja novamente alcançado quando outro filtro de bateria deve ser lavado.

De acordo com Cleasby (8), as principais vantagens do sistema de taxa declinante variável sobre o de taxa constante com controlador de vazão são: (I) quando um filtro é retirado de operação para que seja efetuada a lavagem, o nível de água sobe gradualmente nos demais e, como resultado, as variações das taxas de filtração são graduais; (II) a perda de carga é evidente ao operador pela simples observação do nível de água nos filtros; (III) a qualidade do efluente é melhor quando a taxa de filtração decresce do início para o final da carreira de filtração; (IV) o volume de água produzido por unidade de perda de carga devida à retenção de partículas é maior; (V) a carga hidráulica necessária é menor para se obter carreira de filtração da mesma duração; (VI) a ocorrência de pressão inferior à atmosférica no meio filtrante é evitada.

Muitas dessas observações foram decorrentes de comparações e verificações nas instalações de Taipei e Ames (8, 9). No entanto, é possível explicar a razão da carga hidráulica necessária em um sistema de taxa declinante variável ser inferior àquela necessária em um sistema de taxa constante, pois a perda de carga no sistema de drenagem, canalizações e acessórios decresce à medida que a taxa de filtração diminui do início para o final da carreira de filtração, como mostra a figura 7. Essa recuperação de carga hidráulica é suficiente para sustentar a carreira de filtração por um período de tempo maior do que aquele possível de se obter com taxa constante.

No início da carreira de filtração, a perda de carga no sistema de drenagem, canalizações e acessórios é o fator limitante e, portanto, controla a vazão máxima através do filtro. Com o decorrer do tempo, aumenta a quantidade de partículas retidas no meio filtrante, até um instante em que a

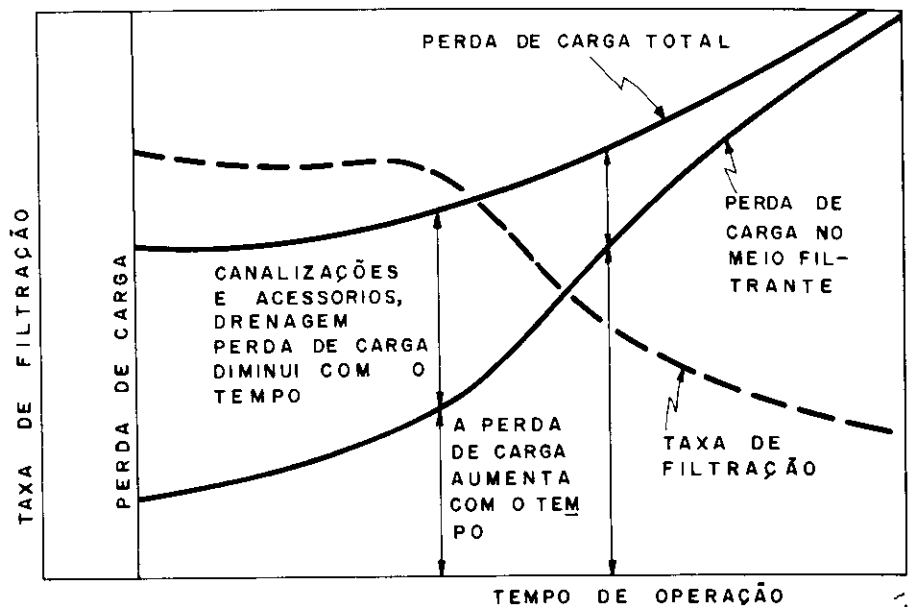


Figura 7 — Variação da perda de carga em um dos filtros do sistema de taxa declinante

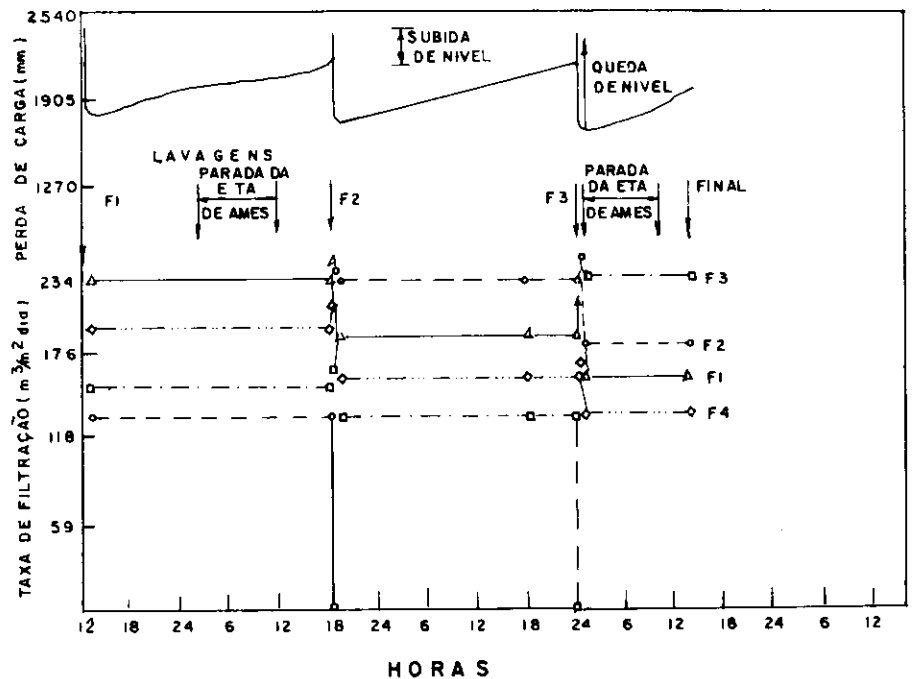


Figura 8 — Variação da perda de carga e taxa de filtração para a taxa média de 176 m³/m² . dia (15)

perda de carga no mesmo supera a perda de carga no sistema de drenagem, canalizações e acessórios; deste momento em diante, a perda de carga no meio filtrante controlará a taxa de filtração, a qual decrescerá do início para o final da carreira.

Entretanto, as pesquisas realizadas recentemente por Di Bernardo e Cleasby (15) mostraram que alguns conceitos constantes dos trabalhos pioneiros de Cleasby (8), não eram corretos e apresentaram novos detalhes sobre o funcionamento da filtração com taxa declinante. Essa pesquisa foi realizada com duas instalações-piloto operadas em paralelo, sendo uma de taxa constante e outra de taxa declinante.

Ao contrário do que se apresenta na figura 6, foi verificado que a taxa de filtração em cada filtro permanece constante entre lavagens sucessivas,

porém decresce em degraus, desde um valor inicial, quando o filtro recém-lavado entra em operação, até um valor final, ocasião em que é retirado de serviço para lavagem, conforme mostram as figuras 8 e 9. As variações de nível resultaram semelhantes às aquelas observadas por Cleasby (8, 9) conforme mostra a figura 6.

Esperavam-se resultados semelhantes aos apresentados nas figuras 10 e 11, já que ambas as instalações-piloto utilizadas nos estudos da referência (15), foram operadas com a mesma taxa média de filtração. Analisando-se tais figuras, nota-se que, para uma mesma duração da carreira de filtração do filtro de taxa constante e de um dos filtros do sistema de taxa declinante, é possível avaliar os aumentos de nível entre as lavagens sucessivas do último sistema, bastando, para isso, dividir-se a perda de carga total do

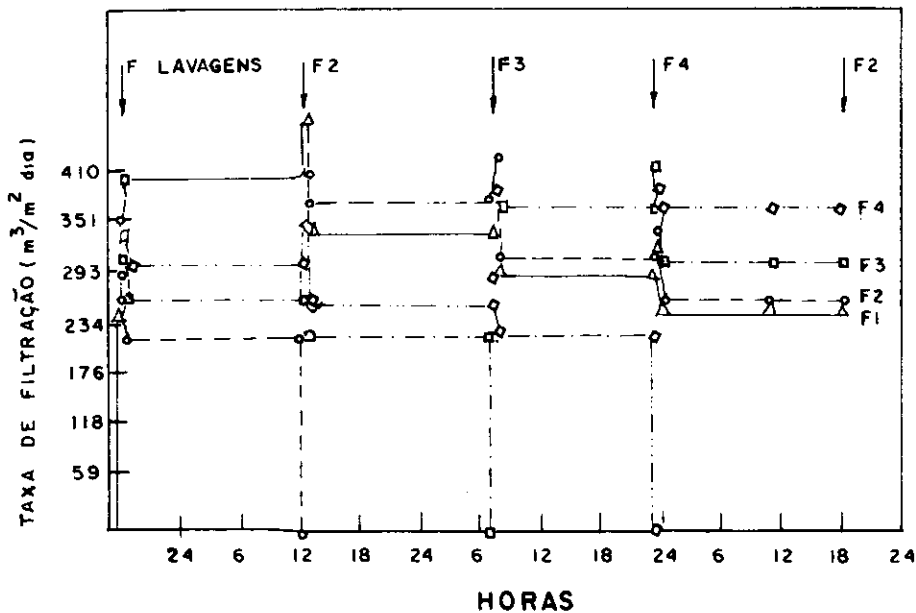


Figura 9 — Variação da perda de carga e taxa de filtração para a taxa média de 293 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup> . dia (15)

filtro de taxa constante, devido à retenção de partículas, pelo número de filtros da bateria da instalação de taxa declinante (10).

As figuras 10 e 11 mostram também que a qualidade do efluente global da instalação de filtração com taxa declinante é superior à do filtro de taxa constante. Essas figuras mostram ainda que o emprego da válvula limitado-

ra de vazão conduz a carreiras de filtração superiores às do caso em que tal dispositivo não é utilizado, porém, a carga hidráulica total necessária resulta muito maior.

Apesar de ter sido verificada a superioridade da filtração com taxa declinante, algumas questões são fundamentais, como: (I) qual a carga hidráulica total necessária que deve ser pre-

vista no projeto de um sistema de filtração com taxa declinante?; (II) quais são as variações de nível esperadas em um sistema de taxa declinante?

Recentemente, Di Bernardo e Cleasby (15), Cleasby e Di Bernardo (10), Gregory e Yadav (17) e Cleasby (11) apresentaram as principais características hidráulicas da filtração com taxa declinante e forneceram elementos para que aquelas questões pudessem ser respondidas a contento. É evidente que se torna mais simples a transformação de um sistema existente de filtração de taxa constante para um de taxa declinante, pois, ao contrário de uma instalação nova, a existente tem a altura da caixa do filtro fixada. É evidente, também, que a utilização de uma instalação-piloto fornecerá os elementos necessários para o projeto de uma instalação nova com taxa declinante.

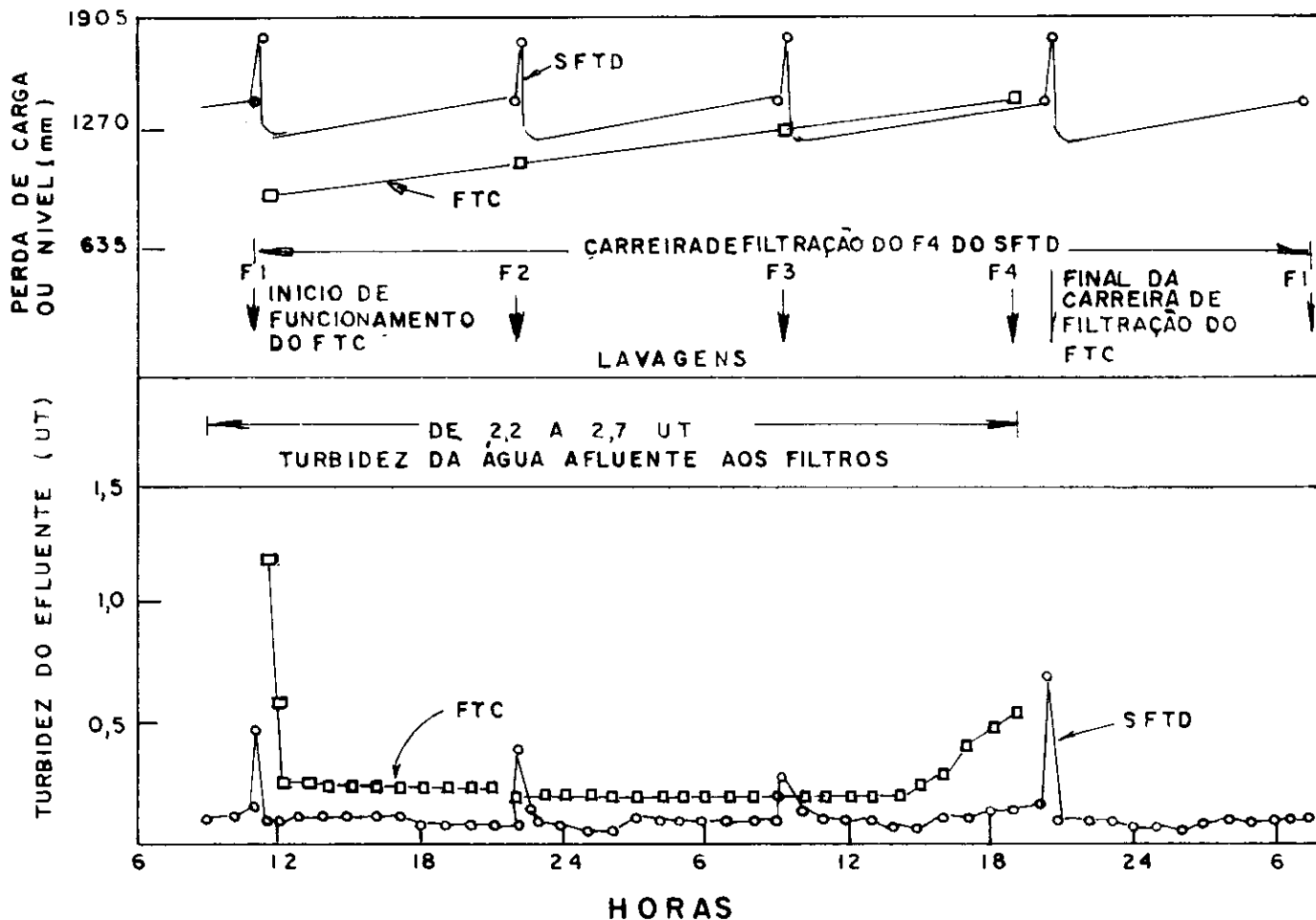


Figura 10 — Variação da perda de carga e turbidez dos efluentes das instalações-piloto para a taxa média de 293 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup> . dia — sem o emprego de válvula limitadora de vazão (15)

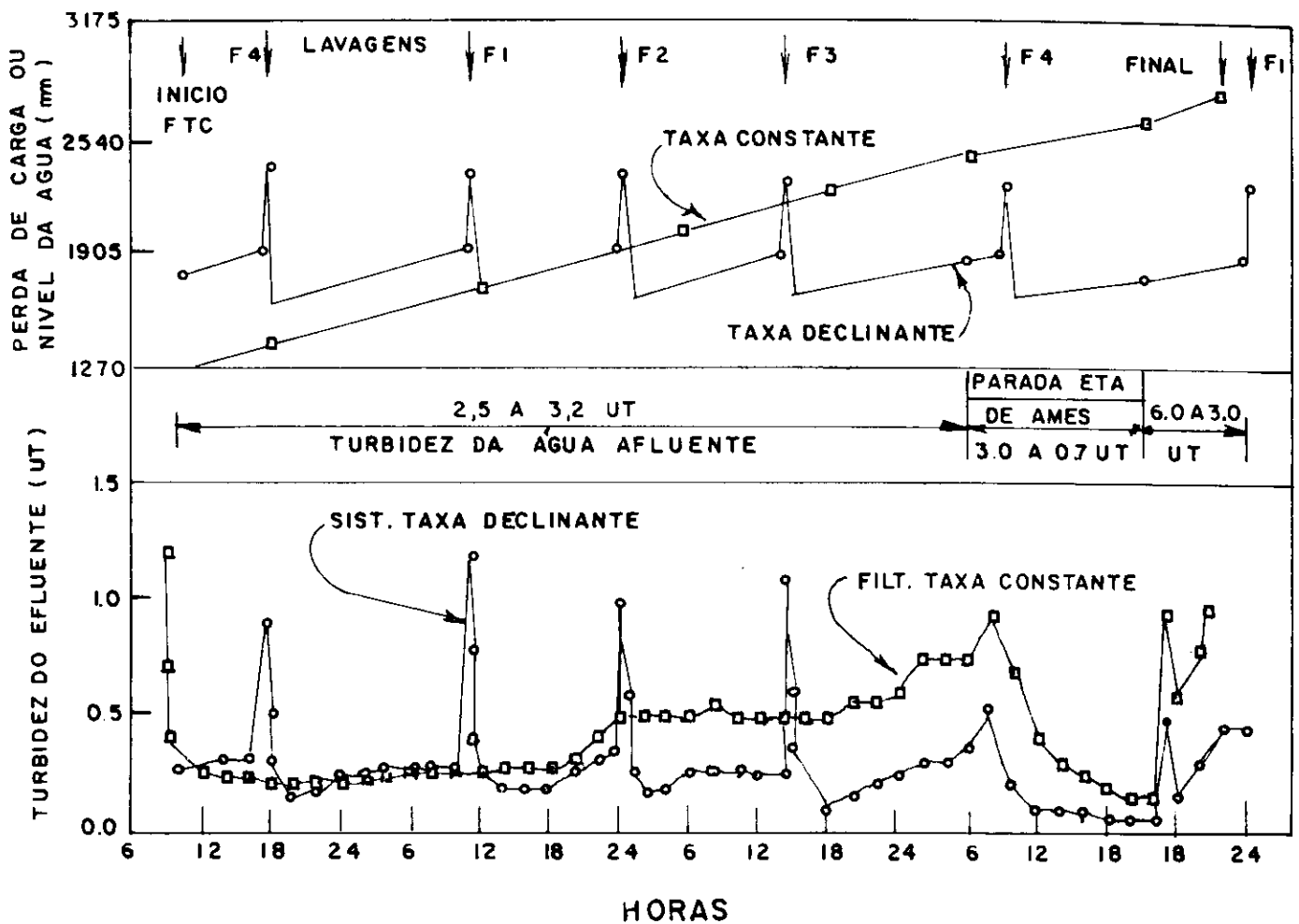


Figura 11 — Variação da perda de carga e turbidez dos efluentes das instalações piloto para a taxa média de 293 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>. dia — com o emprego de válvula limitadora de vazão (15)

## 6. BIBLIOGRAFIA

- 1 — ARBOLEDA, J. V. — Hydraulic Control System of Constant and Declining Flow Rate in Filtration Journal AWWA, p. 87-97, Feb. 1974.
- 2 — BAYLIS, J. R. — Seven Years of High Rate Filtration Journal AWWA, Vol. 48 (5), May 1956.
- 3 — BAYLIS, J. R. — A Ten Years Test on High Rate Filtration Pure Water, Vol. XI (6), June 1959.
- 4 — BAYLIS, J. R. — Surges in the Flow of Water Through Filters Pure Water, Vol. X (5), May 1958.
- 5 — BAYLIS, J. R. — Variable Rate Filtration Pure Water Vol. XI (5), 1959.
- 6 — CLEASBY, J. L. & BAUMANN, E. R. — Selection of Sand Filtration Rates Journal AWWA, Vol. 54 (5), May 1962.
- 7 — CLEASBY, J. L. e al. — Effect of Filtration Rate Changes in Quality Journal AWWA, Vol. 55 (7), July 1963.
- 8 — CLEASBY, J. L. — Filter Rate Control Without Rate Controllers Journal AWWA, Vol. 61 (4), April 1963.
- 9 — CLEASBY, J. L. — New Ideas in Filter Control Systems Symposium on Modern Water Treatment Methods Pan-American Health Organization, Asuncion, Paraguay, Aug. 1972.
- 10 — CLEASBY, J. L. & DI BERNARDO, L. — Hydraulic Considerations in Declining-Rate Filtration Journal EED, Proceedings ASCE, Vol. 106 (EE6), Dec. 1980.
- 11 — CLEASBY, J. L. — Declining-Rate Filtration Journal AWWA, Vol. 73 (9), sept. 1981.
- 12 — CONLEY, W. R. — Experience With Anthracite — Sand Filters Journal AWWA, p. 1473-1478, Dec. 1961.
- 13 — CONLEY, W. R. & HSIUNG, K. — Design and Applications of Multi-Media Filters Journal ASCE, vol. 92 (SA5), Oct. 1966.
- 14 — CONLEY, W. R. & HSIUNG, K. — Design of Multi Media Filters Journal AWW, Feb. 1969.
- 15 — DI BERNARDO, L. & CLEASBY, J. L. — Declining-Rate Versus Constant-Rate Filtration Journal EED, Proceedings ASCE, Vol. 106 (EE6), Dec. 1980.
- 16 — DI BERNARDO, L. — Relatório Final Sobre a Realização de Pesquisa nos Estados Unidos durante 1979. Biblioteca do SHS, EESC-USP, 1981.
- 17 — GREGORY, R. & YADAV, N. P. — Evaluation of Variable Declining Filtration Control for Rapid Gravity Filters Water Research Center-Treatment Division, Jan. 1979.
- 18 — HUDSON, H. E. Jr. — Filter Design-Declining Rate Filtration Journal AWWA, Vol. 51 (11), p. 1455-1463, Nov. 1959.
- 19 — IVES, K. J. — Mathematical Models of Deep Bed Filtration Nato Advance Study Institute Series, vol. 2 The Scientific Basis of Filtration, Noordhoff, Leyden, 1975.
- 20 — LEOPOLD, EQUIPAMENTOS PARA SANEAMENTO LTDA., Comunicação pessoal, maio 1982.
- 21 — MILLER, D. G. — Rapid Filtration Following Coagulation Including the Use of Multi-layer Beds Proceedings of Society of Water Treatment and Examination Vol. 16, p. 192-214, 1967.
- 22 — MOHANKA, S. S. — Multi-layer Filtrations Journal AWWA, Vol. 61, p. 504-511, 1969.
- 23 — MOHANKA, S. S. — Theory of Multi-layer Filtration Proceedings ASCE, Vol. 95 (SA6), 1969.
- 24 — ROBECK, G. & KREISSL, J. F. — Multi Media Filtrations: Principles and Pilot Experiments Transactions of the 17th Annual Conference on Water Treatment Lawrence, Kansas (EUA), 1967.
- 25 — SEGALL, B. A. & OKUN, D.A. — Effect of Filtration Rate on Filtration Quality Journal AWWA, Vol. 58 (3) p. 368-378, March 1966.
- 26 — TUEPKER, J. L. — Filter Performance under Varying Operating Conditions Proceedings of the Conference on Water Filtration University of Missouri at Rolla, April 1965.