

# Torre d'água de Sant'Ana

*J. M. Toledo Malta e Antonio Luiz Ippolito*

Eng.º Chefe

Eng.º Ajudante

da 3.ª S. T.

---

## Sumário

### 1.ª Parte: Estudo Preliminar

- I. — Generalidades
- II. — Capacidade do reservatório
- III. — Forma e dimensões da estrutura.
  - A — *Reservatório*
    - 1) Fixação dos elementos principais
    - 2) Determinação das demais dimensões
    - 3) Resumo das dimensões do reservatório.
  - B — *Fuste*
  - C — *Embasamento.*

### 2.ª Parte: Projeto da Estrutura

- I. — Projeto do reservatório
  - A — *Cobertura*
    - 1.º — Cupula
      - a) Determinação dos esforços
      - b) Dimensionamento
      - c) Detalhes.
    - 2.º — Base da cupula (anel)
      - a) Determinação dos esforços
      - b) Dimensionamento
      - c) Detalhes.

3.º — Beiral

B — *Caixa d'água*

1.º — Parede externa

- a) Determinação dos esforços
- b) Dimensionamento
- c) Detalhes.

2.º — Base (anel)

- a) Determinação dos esforços
- b) Dimensionamento
- c) Detalhes.

3.º — Parede interna (chaminé)

- a) Determinação dos esforços
- b) Dimensionamento
- c) Detalhes.

4.º — Base (anel)

- a) Determinação dos esforços
- b) Dimensionamento
- c) Detalhes.

C — *Fundo do reservatório*

1.º — Geratriz externa

- a) Determinação dos esforços
- b) Dimensionamento
- c) Detalhes.

2.º — Geratriz interna

- a) Determinação dos esforços
- b) Dimensionamento
- c) Detalhes
- d) Verificação das cargas.

3.º — Base (Viga circular)

- a) Determinação dos esforços
  - 1) Esforço axial
  - 2) Flexão.
- b) Dimensionamento
  - 1) Cálculo da armadura principal
  - 2) Verificação das fadigas

- 3) Córte e dobramento das barras
- 4) Cálculo da armadura transversal
- 5) Verificação á torção.

c) Detalhes.

## II. — Projeto do fuste

### A — *Estudo geral dos esforços devidos á pressão do vento*

- 1.º — Intensidade do vento
- 2.º — Fórmula para a determinação das pressões totais
- 3.º — Distribuição das pressões
- 4.º — Determinação das pressões totais
- 5.º — Fórmulas para a determinação dos momentos.
  - a) Convenções
  - b) Considerações preliminares
  - c) Dedução das fórmulas.
- 6.º — Determinação dos momentos
- 7.º — Fórmulas para a determinação das forças cortantes.
  - a) Forças cortantes horizontais
  - b) " " verticais.
- 8.º — Determinação das forças cortantes
  - a) Horizontais
  - b) Verticais.
- 9.º — Fórmulas para a determinação dos esforços axiais
  - a) Nas barras horizontais
  - b) Nas barras verticais.
- 10.º — Determinação dos esforços axiais
  - a) Nas barras horizontais
  - b) Nas barras verticais.
- 11.º — Diagramas dos momentos, forças cortantes e esforços axiais devidos á pressão do vento
- 12.º — Quadro geral dos resultados.

### B — *Estudo geral dos esforços devidos ás cargas verticais*

- 1.º — Cargas e sobrecargas verticais
  - a) Fixação das dimensões
  - b) Determinação das cargas verticais totais
    - 1) Cargas provenientes do reservatório
    - 2) Cargas do proprio fuste
    - 3) Quadro das cargas e sobrecargas, por pavimento.

2.º — Determinação dos esforços nos pilares, devidos ás cargas verticais.

3.º — Determinação dos esforços nos contraventamentos, devidos ás cargas verticais.

- a) Dedução das fórmulas para a determinação dos momentos de engastamento
- b) Determinação dos valores de  $\delta$  nas barras horizontais
- c) Fórmulas para a determinação dos momentos flectores e forças cortantes nos contraventamentos
- d) Cálculo das cargas uniformes que atúam sobre os contraventamentos
- e) Determinação dos momentos e forças cortantes.

C — *Determinação dos esforços e momentos totais*

1.º — Hipóteses das cargas mais desfavoráveis

- a) Convenções
- b) Hipóteses possíveis de carga
- c) Investigação dos esforços máximos e mínimos
  - 1) Relativos aos pilares
  - 2) Relativos aos contraventamentos.

2.º — Determinação dos esforços máximos e mínimos

- a) Nos pilares
- b) Nos contraventamentos.

D — *Dimensionamento dos elementos do fuste*

1.º — Dimensionamento dos pilares

- a) Discussão
- b) Estabelecimento das fórmulas
- c) Considerações preliminares
  - 1) Relativas ao cambamento
  - 2) » á tensão permíssivel no concreto
  - 3) » aos coeficientes  $m$  e  $r$
  - 4) » ás dimensões das secções
  - 5) » ao cobrimento de concreto
  - 6) » á armadura transversal
  - 7) » » longitudinal
  - 8) » ás condições de armadura.
- d) Cálculos definitivos
- e) Quadro geral dos resultados
- f) Detalhes.

2.º — Dimensionamento das lages (pavimentos)

- a) Pavimento do 6.º andar
- b) » » 2.º andar
- c) Detalhes.

3.º — Dimensionamento dos contraventamentos transversais

a) Armadura principal

- 1) Discussão
- 2) Cálculo de verificação
- 3) Conclusões
- 4) Córte e dobramento das barras

b) Armadura transversal

- 1) Esforços tangenciais
- 2) Escolha dos estribos

c) Resumo dos resultados

d) Detalhes.

4.º — Dimensionamento do contraventamento lateral

a) Esforços

b) Armadura principal

c) Armadura transversal

d) Detalhes.

III. — Projeto das fundações

A — Cargas

1.º — Cálculo das cargas verticais

- a) Peso proprio de toda a estrutura
- b) Sobrecargas.

2.º — Escolha do tipo de fundações

3.º — Distribuição da pressão na base

- a) Momento total na base
- b) Tensões máxima e mínima, incluindo as sobrecargas
- c) Tensões máxima e mínima, excluindo as sobrecargas
- d) Conclusões.

B — Projeto da lage de fundação

1.º — Distribuição das cargas

- a) Caso de vãos internos
- b) Caso de vãos extremos das lages internas
- c) Caso de vãos extremos da lage externa
- d) Esquema geral da distribuição das cargas, nas lages.

2.º — Determinação dos momentos e forças cortantes

*Lage A*

- a) Momentos negativos nos apoios
- b) Forças cortantes e reações
- c) Elementos para as curvas dos momentos.

*Lage B*

- a) Momentos negativos nos apoios
- b) Forças cortantes e reações
- c) Elementos para as curvas dos momentos.

*Lage C*

- a) Momentos negativos nos apoios
- b) Forças cortantes e reações
- c) Elementos para as curvas dos momentos.

3.º -- Dimensionamento

- a) Altura geral da lage
- b) Cálculo das armaduras
- c) Córte e dobramento das barras
- d) Esforços tangenciais
- e) Detalhes.

C — *Projeto das vigas*

1.º — Determinação dos momentos e forças cortantes devidos á carga vertical

*Viga A*

- a) Momentos negativos nos apoios
- b) Forças cortantes e reações
- c) Elementos para as curvas dos momentos.

*Viga B*

- a) Momentos negativos nos apoios
- b) Forças cortantes e reações
- c) Elementos para as curvas dos momentos

2.º — Determinação dos momentos e forças cortantes devidos á pressão do vento.

*Viga A*

- a) Momento total, no eixo da viga, devido á pressão do vento
- b) Determinação da reação dos pilares
- c) Determinação dos momentos no apoio, em cada segmento da viga
  - 1) Determinação de  $p$
  - 2) Determinação de  $p'$
  - 3) Determinação de  $M_{G13}$
  - 4) Determinação de  $M_{G14}$
- d) Determinação das forças cortantes
- e) Determinação dos momentos.

*Viga B*

- a) Momento total devido á pressão do vento
  - b) Reação dos pilares
  - c) Momento nos apoios
  - d) Determinação das forças cortantes
  - e) Determinação dos momentos
- 3.º — Determinação das forças cortantes e momentos flectores máximos
- a) Viga A
  - b) Viga B.
- 4.º — Dimensionamento das vigas
- a) Fixação dos elementos
  - b) Dimensionamento da viga A
    - 1) Cálculo aproximado
    - 2) Verificação pelas fórmulas exatas
  - c) Dimensionamento da viga B
    - 1) Cálculo da armadura
    - 2) Verificação
  - d) Córte e dobramento das barras
  - e) Esforços tangenciais
  - f) Armadura transversal
    - 1) Na viga A
    - 2) Na viga B
  - g) Esforços de aderência
  - h) Detalhes.

*D — Peso das fundações*

- 1.º — Peso da lage
- 2.º — \* das vigas

**Resultados Finais**

- A — Volume do concreto armado
- B — Volume da alvenaria
- C — Peso da armadura
- D — Peso da estrutura
- E — Sobrecargas
- F — Relações ferro-concreto.

## PRIMEIRA PARTE

## ESTUDO PRELIMINAR

## I. — Generalidades

As torres que suportam reservatórios elevados são indispensáveis para a distribuição de água em cidades de planície.

Na Holanda, por exemplo, essas construções são encontradas por toda parte. À primeira vista pôde parecer que elas seriam dispensáveis e até extravagantes, em regiões montanhosas onde abundam eminências naturais próprias e indicadas para a colocação de reservatórios enterrados. Todavia, essa primeira impressão é ilusória.

A ilusão deriva de se esquecer a necessidade de provêr de água essas mesmas eminências que abrangem muitas vezes grandes áreas densamente habitadas, onde é impossível a distribuição pelo reservatório enterrado. É o caso que se apresenta em varios bairros altos de São Paulo: Araçá, Avenida, Vila Mariana, Alto da Moóca e Vila Deodoro, onde ao lado dos reservatórios enterrados a R. A. E. construiu torres com reservatórios elevados. Nas mesmas condições, mas ainda desprovidos desse melhoramento, estão os bairros do Alto da Lapa, Ipiranga, Penha, Sant'Ana e outros. Os projetos, porém, já estão feitos ou em andamento na 3.<sup>a</sup> S. T.

No presente artigo trataremos da torre de Sant'Ana, dando ao leitor uma ideia do modo como são calculadas e projetadas essas estruturas.

## II. — Capacidade do Reservatório

O reservatório não exerce ação regularizadora apreciável, pois a bomba tem capacidade para atender ao consumo máximo, com folga.

Durante as horas de menor consumo o recalque será intermitente. Por meio de um sistema de boias e de chaves de comando magnético, o motor é ligado automaticamente no momento exato em que o nível d'água baixa ao mínimo e automaticamente desligado quando é atingido o nível máximo. Isso posto sejam:

$C$  — a capacidade util do reservatório (metros cúbicos)

$Q$  — a vazão de recalque (metros cúbicos por minuto)

$t_r$  — a fase de repouso da bomba (minutos)

$t_m$  — a fase de movimento (idem)

$q$  — a vazão de consumo (metros cúbicos por minuto)

$q_0$  — a vazão do consumo médio em 24 horas (idem).

Segundo estudo publicado no n.º 8 do Boletim R. A. E., a curva de consumo horário pôde ser representada por um senoide, cuja equação é  $q = q_0 \left[ 1 + (k - 1) \operatorname{sen} \frac{\pi}{12} T \right]$ , onde  $k$  é a relação en-



tre o consumo máximo e o médio.  $T$  é a hora, não a hora civil, mas tal que  $q$  é igual a zero e crescente para  $T = 0$ . Da equação resultam os seguintes valores extremos para  $q$ :

$$q_{max} = kq_0 \text{ sendo } T = 6$$

$$q_{min} = (2 - k)q_0 \text{ sendo } T = 18.$$

Pondo-se  $k = 1.5$ , conforme observações geralmente aceitas, teremos:  $q_{max} = 1.5 q_0$   $q_{min} = 0.5 q_0$ .

Supomos que durante cada periodo  $t = t_r + t_m$  a variação de  $q$  é desprezível. Por outro lado, nem  $t_r$  nem  $t_m$  hão de ser muito curtos, pois uma repetição por demais frequente de paradas e partidas é prejudicial ao funcionamento das máquinas. É necessario um intervalo minimo de 15 a 30 minutos entre uma e outra manobra. Estipulamos portanto

$$t_r \geq 24 \text{ minutos}$$

$$t_m \geq 24 \text{ '}$$

Esta condição vai servir para a determinação de  $C$ .

Temos evidentemente:

$$C = (Q - q) t_m \quad (1)$$

$$C = q t_r \quad (2)$$

É razoavel admitir-se que  $t_r = t_m$  quando  $q = q_0$ , donde resulta

$$Q = 2q_0 \quad (3)$$

A igualdade  $Q = 2q_0$  sugere um arranjo simples e conveniente da estação elevatória. São instalados tres grupos iguais, cada um com capacidade para a vasão media  $q_0$ . Trabalham normalmente dois grupos ficando de reserva o terceiro. Nos periodos de baixo consumo um só grupo pode ser suficiente. Ao demais, esse arranjo apresenta certa elasticidade que permite o aumento da instalação por etapas. Si a zona abastecida ainda está pouco povoada, pode-se começar com dois grupos apenas, um de serviço, outro de reserva, adiando-se a colocação do terceiro para quando o exigir o crescimento demográfico. Veremos que é este o caso de Sant'Ana.

Voltando ao cálculo da capacidade, devemos considerar os dois casos extremos.

1.º Caso: consumo máximo  $q = kq_0$ .

Das equações (1) e (2) tiramos, com  $k = 1.5$ :

$$t_m = \frac{k}{2 - k} t_r = 3 t_r \quad (4)$$

Sendo  $t_r$  a fase menor, resulta:

$$C = kq_0 t_r \quad (5)$$

Seja  $V = 1440 q_0$  o volume em mc distribuído em 24 horas. Com  $t_r = 24$  minutos,  $k = 1.5$ , virá:

$$C = \frac{V}{40} \quad (6)$$

2.º Caso: consumo mínimo  $q = (2 - k) q_0$ .

Obtemos analogamente, com  $k = 1.5$ :

$$t'_r = \frac{k}{2} \frac{k}{k} = 3 t'_m \quad (7)$$

Resulta que a relação, invertidas as fases, é idêntica á anterior (4). A fase menor é agora a de movimento. Portanto

$$C = k q_0 t'_m$$

Pondo-se  $t'_m = t_r = 24$  minutos, resultará para  $C$  o mesmo valor já determinado pela formula (6).

Vamos aplicar essa análise ao projeto da Torre de Sant'Ana.

O volume distribuído em 24 horas será  $V = 22.800 \text{ m}^3$  quando a zona estiver completamente desenvolvida. Atualmente e ainda por muitos anos não passará da metade.

A capacidade útil do reservatório será portanto

$$C = \frac{22800}{40} = 570 \text{ m}^3.$$

E a capacidade de vasão de cada um dos tres grupos será:

$$\frac{1}{2} Q = q_0 = \frac{22800}{1440} = 15.84 \text{ m}^3/\text{min}$$

Dois grupos serão instalados desde o começo, prevendo-se para mais tarde a instalação de um terceiro.

### III. — Fôrma e dimensões da estrutura

Para facilidade de exposição dividimos a estrutura em tres partes essenciais:

- A — Reservatório propriamente dito
- B — Fuste
- C — Embasamento.

Toda a estrutura será construída de concreto armado. Vamos, em primeiro lugar, escolher a fôrma das partes citadas, prefixando as principais dimensões e estabelecendo as condições necessárias para a determinação das demais.

## A — Reservatório

## 1) Fixação dos elementos principais.

O reservatório propriamente dito, do tipo INTZE, é representado esquematicamente pela fig. n.º 1 e compõe-se dos seguintes elementos:

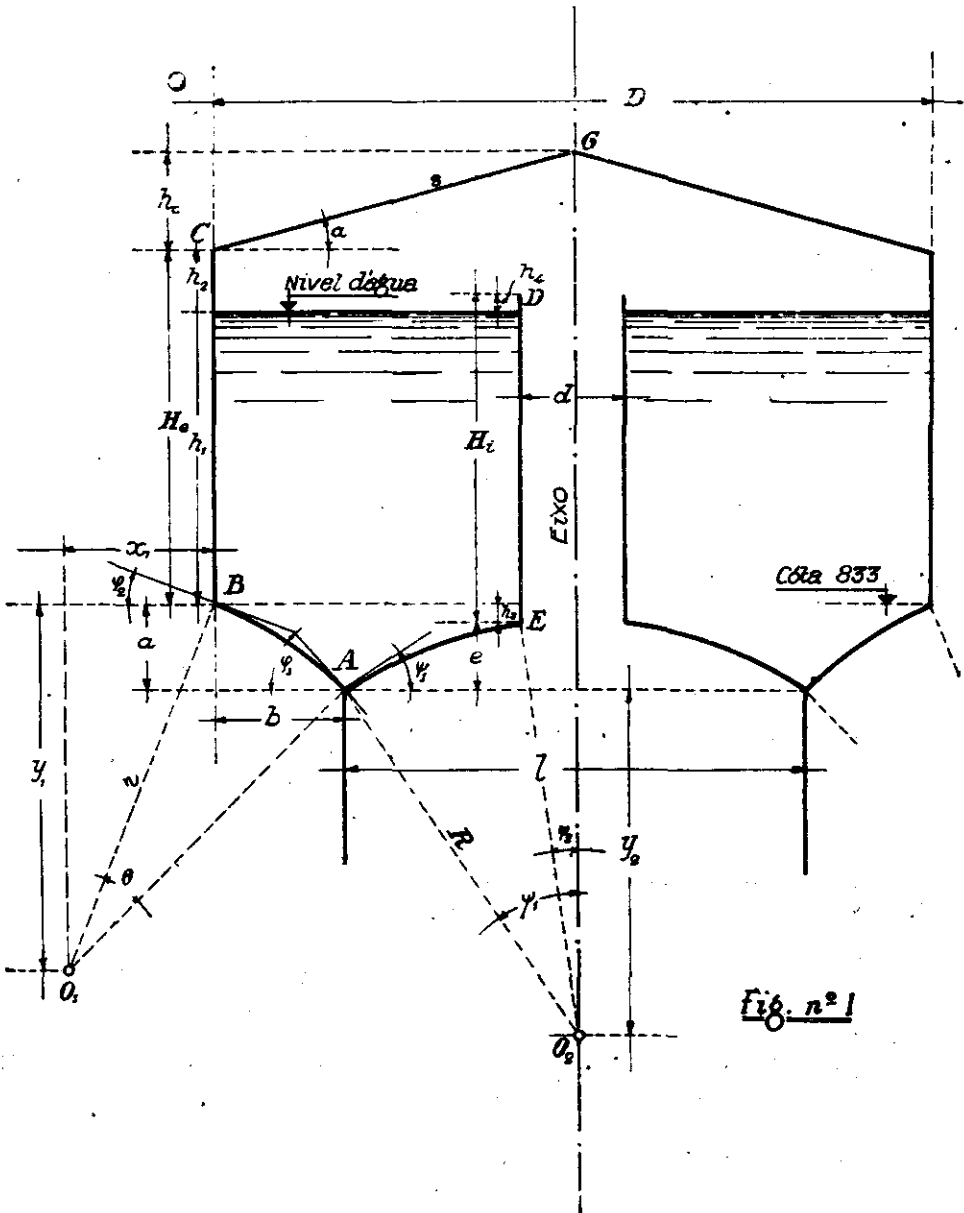


Fig. n.º 1

a) *Cobertura*, constituída por uma cupula de revolução de forma cônica, cuja geratriz é  $CG$ .

b) *Caixa d'água*, limitada externa e internamente por paredes de forma cilíndrica, sendo  $CB$  e  $DE$  as geratrizes.

O cilindro interno, que é destinado á passagem de inspeção, recebe a denominação de *chaminé*.

c) *Fundo da caixa*, constituído por duas superfícies de revolução, cujas geratrizes são *BA* e *AE*.

O reservatório apoia-se sobre o fuste pelo círculo *A* por intermédio de um anel circular.

No cálculo da capacidade util não se considera o pequeno volume d'água abaixo do paralelo *B*. Si o quizessemos aproveitar, esse pequeno volume seria consumido em muito pouco tempo, descendo o nível aceleradamente, com o risco de entrada de ar no tubo de descida.

Fixado, pois, o nível mínimo no paralelo *B*, a capacidade util será:

$$C = \frac{\pi h_1}{4} (D^2 - d^2) \quad (1)$$

O diametro *d* fixa-se de antemão segundo as funções da chaminé. Para uma simples passagem de inspeção basta fazer *d* igual a 1 m. Para acomodar tubos e escadas e para conveniencia de serviço de reparação de aparelhos automáticos exige-se maior abertura. Adotamos, neste projeto,  $d = 1.80$  m.

Alem da altura util  $h_1$ , prevê-se a sobrelevação  $h_2$ . Desejando colocar os ventiladores na parede cilíndrica *BC*, fixámos  $h_2 = 1$  m.

Pode-se determinar *D* e  $h_1$  de modo a se obter a capacidade *C* com o mínimo volume de paredes. Entretanto, para capacidades além de 150 ou 200 m<sup>3</sup>, essa análise perde todo o interesse prático porque a altura mais econômica excede então o limite máximo de oscilação do nível d'água que se pode admitir sem prejuizo da boa distribuição.

Por esse motivo,  $h_1$ , conforme o caso estudado na distribuição, não deve exceder certo limite, geralmente 4 a 6 metros. Infere-se portanto que, tratando-se de reservatório para mais de 200 m<sup>3</sup>, a altura util  $h_1$  também é dada previamente. Adotámos  $h_1 = 5.0$  m.

O valor de *D* será pois calculado pela formula (1).

Quanto á cupula adotaremos uma base correspondente a esse mesmo diametro, levando em volta um beiral em consolo para fins estéticos. Para a geratriz do cone escolhemos uma inclinação de 15°, permitindo na parte central interna da cupula um espaço suficiente para a passagem de operadores.

Relativamente ao fundo *BAE* escolhemos dimensões que satisfaçam a certas condições de fôrma e de equilibrio. Assim, fixámos um diametro *l* do círculo de apoio *A* igual a 8 m.

Escolhemos arbitrariamente o angulo  $\varphi_1$ , da tangente á geratriz *AD* em *A*, igual a 45°. Para evitar que a distancia vertical *BA*, seja muito exagerada, o que se verificaria com uma geratriz retilinea, empregámos uma geratriz circular tal que o angulo  $\varphi_2$  da tangente, no ponto *B*, seja igual a  $\frac{1}{2} \varphi_1$ . Esta condição determina o raio *r* do arco

$AB$  e a distancia vertical  $a$ . As coordenadas  $x_1$  e  $y_1$  do centro de curvatura  $O_1$  são facilmente determinadas por trigonometria.

O fundo  $AE$  é esférico, de raio  $R$ , de angulo central  $2\psi_1$ . A determinação de  $R$  (e portanto de  $\psi_1$ ) faz-se pela condição de equilibrio dos empuxos horizontais em  $A$ . Sendo  $V_1$  e  $V_2$  os volumes, exterior e interior ao anel  $A$ , devemos ter

$$V_1 \cot \varphi_1 = V_2 \cot \psi_1 \quad (2)$$

O equilibrio não precisa ser muito rigoroso de modo que um cálculo aproximado é suficiente. Pode-se muito bem desprezar o volume abaixo do anel  $B$  que é relativamente insignificante.

Conhecidos os valores de  $\psi_1$  e  $R$ , determinam-se facilmente os valores de  $h_2$  e a coordenada  $y_2$  do centro de curvatura  $O_2$ .

Finalmente, as alturas totais  $H_e$  e  $H_i$  das paredes do reservatório são facilmente determinadas, tendo em vista uma folga  $h_2 = 1.00$  para a parede, externa e  $h_4 = 0.30$  m para a interna.

## 2) Determinação das demais dimensões

Para facilitar vamos, em primeiro lugar, resumir os elementos prefixados:

$$\begin{array}{ll} C = 570 \text{ m}^3 & l = 8.0 \text{ m} \\ d = 1.8 \text{ m} & \varphi_1 = 45^\circ \\ h_1 = 5.0 \text{ m} & h_4 = 0.30 \text{ m} \\ h_2 = 1.0 \text{ m} & \alpha = 15^\circ \end{array}$$

### a) Cálculo de $D_1$

Pela fórmula 1

$$C = \frac{3.14 \times 5.0}{4} (D^2 - 1.8^2) = 570 \text{ m}^3$$

Donde:

$$D = \sqrt{\frac{4 \times 570}{3.14 \times 5} + 1.8^2} = 12.20 \text{ m.}$$

Sendo os diâmetros  $D$  e  $d$  referidos aos eixos das paredes da caixa e da chaminé, respetivamente, devemos levar em conta as espessuras das mesmas. Para garantir a capacidade dada achamos que o acrescimo de 20 cms. satisfaz com folga. Donde  $D = \underline{12.40}$  m.

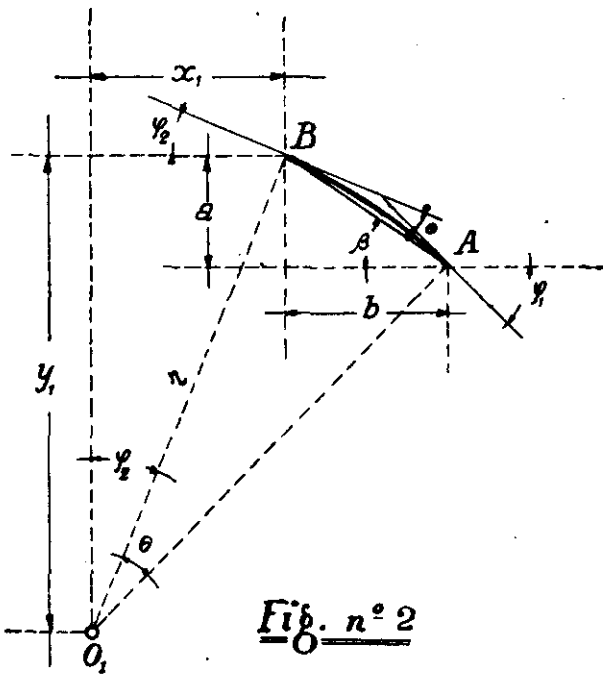
### b) Cálculo de $h_c$ e $s$

$$h_c = \frac{D}{2} \operatorname{tg} \alpha = 6.20 \times .26795 = \underline{1.66} \text{ m.}$$

$$s = \frac{D}{2} \div \operatorname{cos} \alpha = 6.20 \div .9659 = \underline{6.419} \text{ m.}$$

c) Cálculo de  $b$

$$b = \frac{1}{2} (D - l) = \frac{1}{2} (12.4 - 8) = \underline{2.20 \text{ m}}$$



d) Cálculo de  $a$ ,  $r$ ,  $x_1$  e  $y_1$

$$\text{Angulo } \varphi_2 = \frac{1}{2} \varphi_1 = 22^\circ 30'$$

$$\bullet \quad \theta = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{2} \varphi_1 = 22^\circ 30'$$

$$\bullet \quad \beta = \varphi_1 - \frac{\theta}{2} = 45^\circ - 11^\circ 15' = 33^\circ 45'$$

$$a = b \operatorname{tg} \beta = 2.20 \times .6682 = \underline{1.47 \text{ m}}$$

$$\text{Corda } AB = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1.47^2 + 2.2^2}$$

$$r = \frac{\text{Corda } AB}{2 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}} = \frac{2.646}{.3902} = \underline{6.781 \text{ m}}$$

$$x_1 = r \operatorname{sen} \varphi_2 = 6.781 \times .3827 = \underline{2.595 \text{ m}}$$

$$y_1 = r \operatorname{cos} \varphi_2 = 6.781 \times .9239 = \underline{6.265 \text{ m}}$$

e) Cálculo de  $R$ ,  $h_2$  e  $y_2$ .

$$V_1 = \frac{\pi h_1}{4} [D^2 - l^2] = \frac{3.14 \times 5}{4} (12.4^2 - 8^2) = 352.3 \text{ m}^3$$

$$V_2 = \frac{\pi h_2}{4} (l^2 - d^2) = \frac{3.14 \times 5}{4} (8^2 - 1.8^2) = \frac{238.5 \text{ m}^3}{590.8 \text{ m}^3}$$

*Nota:* Este valor é maior que 570 visto como neste cálculo aproximado não foram descontadas as espessuras das paredes.

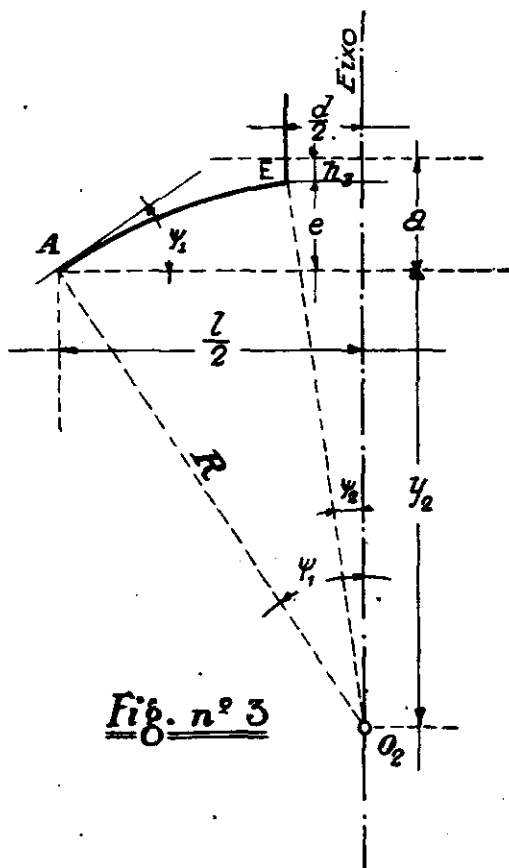


Fig. n.º 3

Pela fórmula 2

$$\cot \psi_1 = \frac{V_1}{V_2} \cot \varphi_1 = \frac{352.3}{238.5} \cot 45^\circ \cong 1.5$$

$$\psi_1 = 33^\circ 40'$$

$$R = \frac{l}{2 \operatorname{sen} \psi_1} = \frac{8.00}{1.1088} = 7.215 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} \psi_2 = \frac{d}{2R} = \frac{1.80}{14.43} = 0.1247$$

$$\psi_2 = 7^\circ 10'$$

$$e = R (\cos \psi_2 - \cos \psi_1) = 7.215 (0.9922 - 0.8323) = 1.146 \text{ m}$$

$$h_2 = a - e = 1.47 - 1.146 = 0.324 \text{ m}$$

$$y_2 = R \cos \psi_1 = 7.215 \times 0.8323 = 6.005 \text{ m}$$

f) Cálculo de  $H_e$  e  $H_i$ :

$$H_e = h_1 + h_2 = 5.000 + 1.000 = 6.000 \text{ m.}$$

$$H_i = h_1 + h_3 + h_4 = 5.000 + 0.324 + 0.3000 = \underline{5.624 \text{ m}}$$

3) Sumário das dimensões do reservatório

Cupula		Caixa d'agua		
$\alpha = 15^\circ$	$D = 12.40 \text{ m}$	$h_2 = 1.00 \text{ m}$	$H_e = 6.00 \text{ m}$	
$h_c = 1.66 \text{ m}$	$d = 1.80 \text{ ,}$	$h_3 = 0.324 \text{ ,}$	$H_i = 5.624 \text{ m}$	
$s = 6.419 \text{ ,}$	$h_1 = 5.00 \text{ ,}$	$h_4 = 0.30 \text{ ,}$		
Fundo da Caixa				
Geratriz externa			Geratriz interna	
$\varphi_1 = 45^\circ$	$a = 1.470 \text{ m}$	$\psi_1 = 33^\circ 40'$	$l = 8.000 \text{ m}$	
$\varphi_2 = 22^\circ 30'$	$b = 2.200 \text{ ,}$	$\psi_2 = 7^\circ 10'$	$R = 7.215 \text{ ,}$	
$\theta = 22^\circ 30'$	$r = 6.781 \text{ ,}$		$e = 1.146 \text{ ,}$	
$\beta = 33^\circ 45'$	$x_1 = 2.595 \text{ ,}$		$y_2 = 6.005 \text{ ,}$	
	$y_1 = 6.265 \text{ ,}$			

B — Fuste

O reservatório apoia-se, por<sup>1</sup>intermédio de seu anel da base, sobre oito pilares de secção octogonal, simetricamente dispostos ao longo do circulo formado pelo referido anel, e colocados com uma das faces normal ao raio desse circulo. O conjunto desses pilares é fechado por paredes formando um recinto da fórmula de um prisma octogonal.

Afim de obtermos uma estrutura suficientemente rigida e atendendo a outros motivos de ordem técnica, resolvemos subdividir todo o recinto em 6 compartimentos (ou, melhor, andares) por intermedio de contraventamentos. Cada plano de contraventamento é composto de 2 sistemas: um *transversal* composto de 2 pares de barras ligando os pilares correspondentes às faces opostas do recinto, e outro *lateral* ligando os pilares ao longo do perimetro, como mostra esquematicamente a fig. 4. Afim de se eliminarem os efeitos do cambamento nos pilares resolvemos não empregar pés direitos superiores a 6 metros, e, possivelmente, iguais. Estudamos, pois, a seguinte distribuição:



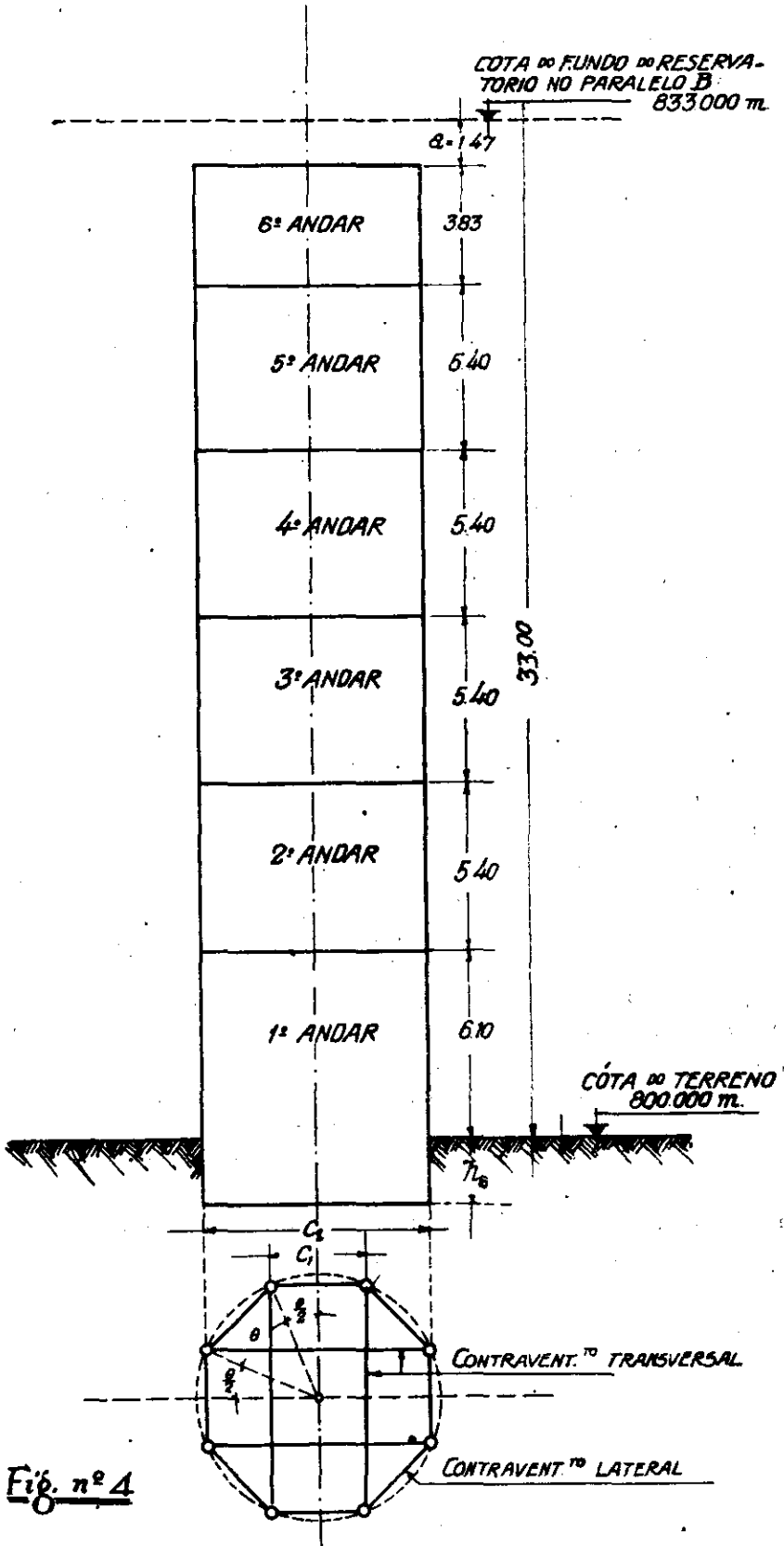


Fig. nº 4

Como se nota pelo esquema anterior o ultimo andar (o 6.º), que está logo abaixo do reservatório, dada a sua posição elevada, presta-se bem para um mirante, pelo que, em lugar de paredes de fechamento, levará uma balaustrada. Escolhemos para este andar um pé direito de 3.83 m. Para os outros andares escolhemos pés direitos de 5.4 m., com excepção do 1.º que é de 6.1 m. (acima do nivel do solo).

Resolvemos projetar apenas 2 pavimentos: um correspondente ao contraventamento inferior do 6.º andar (por ser mirante) e outro correspondente ao contraventamento inferior do 2.º andar, com o fim de colocar instalações electricas e para conveniencias de serviço.

As dimensões  $C_1$  e  $C_2$ , necessárias para o cálculo dos contraventamentos, são facilmente obtidas.

$$\theta = \frac{260}{8} = 45^\circ$$

$$C_1 = 2 \frac{l}{2} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} = 2 \times 4 \times .3827 = \underline{3.061} \text{ m.}$$

$$C_2 = 2 \frac{l}{2} \operatorname{cos} \frac{\theta}{2} = 2 \times 4 \times .9239 = \underline{7.391} \text{ m.}$$

### C — Embasamento

Contrariamente ás torres já projetadas e construidas por esta Repartição, a casa das bombas será instalada externamente, pelo que o embasamento da torre em estudo será constituído exclusivamente das fundações. O tipo de fundações a ser adotado dependerá da natureza do solo e das cargas totais, pelo que só poderá ser escolhido depois de projetada a superestrutura. Podemos apenas admitir inicialmente que as vigas de fundação funcionarão ao mesmo tempo como contraventamento inferior do 1.º plano. Assim sendo, e tendo em vista vigas de grande altura, e desejando atingir o terreno firme para a lage de fundação, devemos admitir que o eixo das vigas esteja a uma determinada profundidade abaixo do nivel do terreno. Pela análise dos elementos julgámos sufficiente adotar  $h_s$  igual a 2.00 m.

## SEGUNDA PARTE

## PROJETO DA ESTRUTURA

*Observação:* Apresentamos neste artigo apenas o estudo, a determinação dos esforços e o dimensionamento de todas as partes da estrutura, excluindo, porém, a descrição e cálculo dos detalhes, não só para não tornar este artigo demasiado extenso, como também por termos anexado todas as pranchas relativas ao projeto, nas quais os detalhes são mostrados em todas as suas minúcias.

## I. — Projeto do Reservatório

O cálculo do reservatório segue a teoria geral das cúpulas de revolução de pequena espessura, simetricamente carregadas. Rege-se este estudo pelo artigo publicado em o numero 9 (Março 1940) deste mesmo Boletim. Assim, neste projeto, para o dimensionamento dos varios órgãos da estrutura aplicámos diretamente as fórmulas já deduzidas, sendo que as mesmas foram transcritas em cada caso, com a respectiva explicação dos simbolos e convenções. Apresentamos, separadamente, o cálculo das tres partes constituintes do reservatorio: cobertura, caixa e fundo.

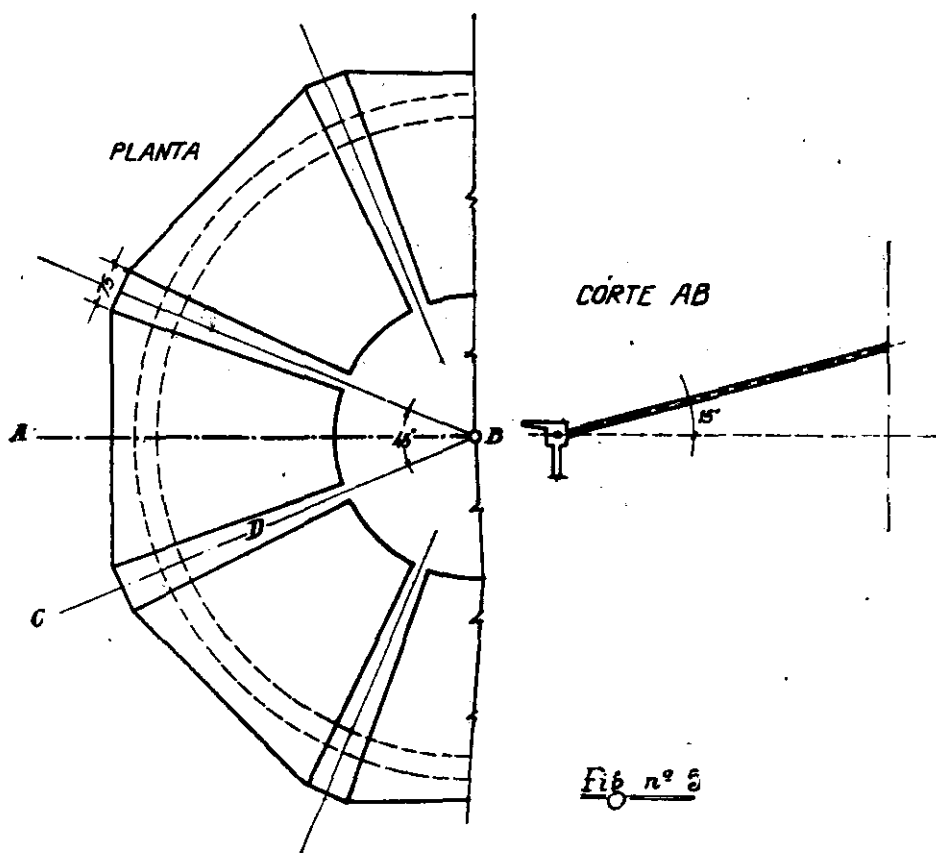


Fig. n.º 5

## A — COBERTURA

Constitue a cobertura, como já dissemos, uma cupula, de fôrma cônica, apoiada sobre uma base circular (anel) destinada a absorver os esforços de extensão produzidos pela cupula. Em volta desse anel, e na parte superior, será projetado um beiral, o qual, para melhorar a estética do conjunto será facetado em fôrma octogonal.

A figura anterior (n.º 5) mostra a cobertura, em planta e côrte. Subdividimos o projeto da cobertura em tres partes: cupula, base e beiral.

## 1.º — Cupula

## a) Determinação dos esforços

Esquêma:

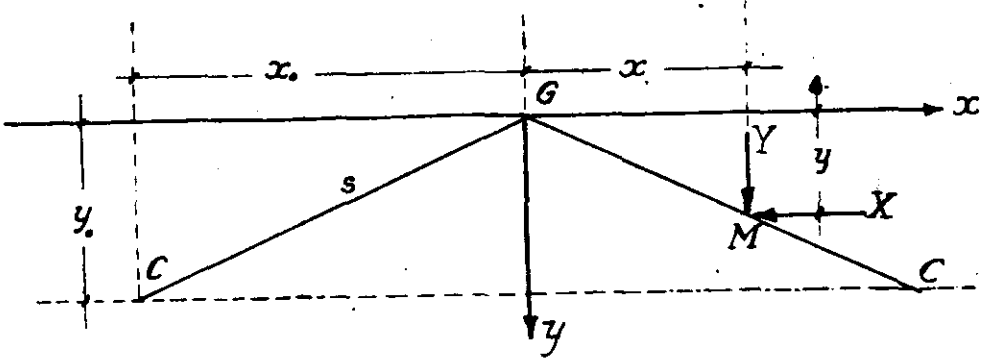


Fig n.º 6

Fórmulas (em função de  $x$ ) — Pagina 5 do Boletim n.º 9.

$$m = \frac{w\epsilon x^2 + 2 \int Yx dx + C_1}{x \operatorname{sen} 2\alpha}$$

$$p = (Y + w\epsilon) x \operatorname{cota} - Xx$$

sendo:

$$C_1 = - (K_1 + w\epsilon x_0^2) + \frac{Q_0 \operatorname{cota}}{\pi}$$

$$K_1 = z \int Yx dx \quad \text{para} \quad r = x_0$$

$$Q_0 = A (Y + w\epsilon).$$

Significação dos símbolos:

$w$  = peso específico do material;

$\epsilon$  = espessura da cupula;

$X$  e  $Y$  = cargas, respetivamente horizontal e vertical, por unidade de superfície da cupula;

$m$  = esforço normal dirigido segundo o meridiano, por unidade linear de paralelo;

$p$  = esforço normal dirigido segundo o paralelo, por unidade linear de meridiano;

$Q_0$  = soma total de todas as cargas verticais aplicadas sobre a cupula (peso proprio inclusive) do paralelo  $C$  de coordenadas  $x_0$  e  $y_0$ , para cima;

$A$  = superficie total da cupula.

Em nosso projeto admitimos :

$$w = 2400 \text{ k/m}^3$$

$$\varepsilon = 10 \text{ cms.}$$

$X = -100 \text{ kg/m}^2$  (pressão do vento: o sinal negativo é devido ao fato do vento atuar em direção oposta á estabelecida na dedução das fórmulas).

$Y = 100 \text{ kg/m}^2$  (sobrecarga eventual).

$$\alpha = 15^\circ$$

$$x_0 = 6,20 \text{ m.}$$

$$y_0 = 1,66 \text{ »}$$

$$s = 6,419 \text{ »}$$

#### *Cálculo da constante $C_1$*

$$A = \pi x_0 s = 3.14 \times 6.2 \times 6.419 = 125 \text{ m}^2$$

$$Q_0 = 125 (100 + 2400 \times 0.10) = 42500 \text{ kg.}$$

$$K_1 = 2 \int_0^{6.2} 100 x dx = 200 \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{6.2} = 3844 \text{ kg.}$$

$$C_1 = - (3844 + 2400 \times 0.10 \times 6.2^2) + \frac{42500 \times 0.9659}{3.14}$$

$$= - 13070 + 13070 = 0.$$

#### *Cálculos dos esforços máximos*

São obtidos quando  $x = x_0$

Neste caso  $2 \int Y x dx = K_1$

$$m_0 = \frac{w \varepsilon x_0^2 + K_1 C_1}{x_0 \text{ sen } 2\alpha} = \frac{2400 \times .10 \times 6.2^2 + 3844}{6.2 \text{ sen } 30^\circ} = \underline{4216} \text{ kg/m de paralelo}$$

$$p_0 = (Y + w\varepsilon) x_0 \text{ cota} - Xx_0 = (100 + 2400 \times .10) 6.2 \text{ cot } 15^\circ + 100 \times 6.2 = 8487 \text{ kg/m l. de meridiano.}$$

#### *Verificação*

$$q_0 = \text{componente vertical de } m_0 = m_0 \text{ sen } \alpha = 4216 \times .2588 = 1901 \text{ kg/m}^2.$$

$$Q_0 = 2 \pi x_0 q_0 = 2 \times 3.14 \times 6.20 \times 1091 = \underline{42500} \text{ kg.}$$

Esforços unitarios do concreto

$$\text{No sentido dos meridianos } \sigma_m = \frac{m_o}{\varepsilon} = \frac{4216}{0.1} = \underline{4.2} \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{dos paralelos } \sigma_p = \frac{p_o}{\varepsilon} = \frac{8487}{0.1} = \underline{8.5} \text{ »}$$

b) *Dimensionamento*

*Secção do concreto.* — Sendo ambos os esforços positivos (compressão) e sendo muito pequenos, o proprio concreto poderá absorvê-los. Não sendo conveniente adotar uma espessura inferior á preestabelecida (10 cms), resolvemos conserva-la.

*Armadura.* — Embora seja desnecessaria, e com o fim exclusivo de facilitar a montagem e tornar a estrutura mais rigida, julgamos conveniente colocar uma armadura leve, empregando barras de 1/4" tanto para os meridianos como para os paralelos. Como os esforços aumentam proporcionalmente do vertice para a base, os espaçamentos entre os paralelos devem ser menores na parte inferior pelo que dividimos a superficie cônica em três zonas, nas quais os paralelos foram igualmente espaçados; com o intuito de formar uma malha com vãos mais ou menos uniformes, tambem os meridianos foram distribuidos de fôrma a se obter espaçamentos menores nas citadas zonas.

c) *Detalhes:* Vide desenhos da Prancha 1/11.

2.º — Base da cupula (anel)

a) *Determinação dos esforços*

A componente horizontal  $h_o$  do esforço maximo  $m_o$  deverá ser absorvida por um anel colocado em coincidência com o paralelo base, sem influencia sobre o suporte

$$h_o = m_o \cos \alpha$$

O esforço de tração  $F$  sobre o anel será:

$$F = - h_o x_o$$

O suporte receberá uma carga vertical  $Q_i$  uniformemente distribuida sobre a base igual a:

$$Q_i = Q_o + G_a$$

onde  $G_a$  = peso proprio do anel.

Em nosso caso:

$$m_o = 4216 \text{ kg/ml.}$$

$$Q_o = 42500 \text{ kg.}$$

$$x_o = 6.2 \text{ m.}$$

Admitindo uma secção de  $40 \times 40$ :

$$G_a = 2\pi 6.2 \times .4 \times .4 \times 2400 = 14950 \text{ kg.}$$

Portanto:

$$h_o = 4216 \times .9659 = 4072 \text{ kg/m.l.}$$

$$F = - 4072 \times 6.2 = - 25250 \text{ kg.}$$

$$Q_i = 42500 + 14950 = \underline{57450 \text{ kg.}}$$

b) *Dimensionamento*

A armadura será dimensionada para absorver integralmente o esforço de tração  $F$  adotando-se uma taxa de trabalho  $\sigma_f$  relativamente baixa, isto é, de 1000 kg/m<sup>2</sup>. A secção do concreto deve ser suficiente para se evitar o fendilhamento, o que se consegue empregando-se uma taxa de trabalho  $\sigma_{bz}$  a extensão no concreto, não superior a 15 kg/cm<sup>2</sup>.

$$\text{Armadura: } f = \frac{F}{\sigma_f} = \frac{25250}{1000} = 25.3 \text{ cm}^2$$

Adotaremos  $10 \Phi 3/4''$  ( $= 28.5 \text{ cm}^2$ )

Para facilitar a montagem serão empregadas ligaduras, com barras de  $1/4''$ , cada 20 cm.

*Secção do concreto*

Sendo  $\Omega_i$  a secção homogeneizada do concreto,  $\Omega_b$  a secção geométrica e  $n = 10$  a relação dos módulos de elasticidade

$$\Omega_i = \Omega_b + nf = \frac{F}{\sigma_{bz}}$$

$$\Omega_b = \frac{25250}{15} + 10 \times 28.5 = \underline{1395 \text{ cm}^2}$$

Empregaremos uma secção de  $\underline{40 \times 36}$  ( $= 1440 \text{ cm}^2$ )

c) *Detalhes*: Vide desenhos da Prancha 1/11.

3.º — Beiral

Representa o beiral uma lage em balanço, que foi calculada na secção de maior vão (córte  $CD$  da figura 5), abaixo reproduzida.

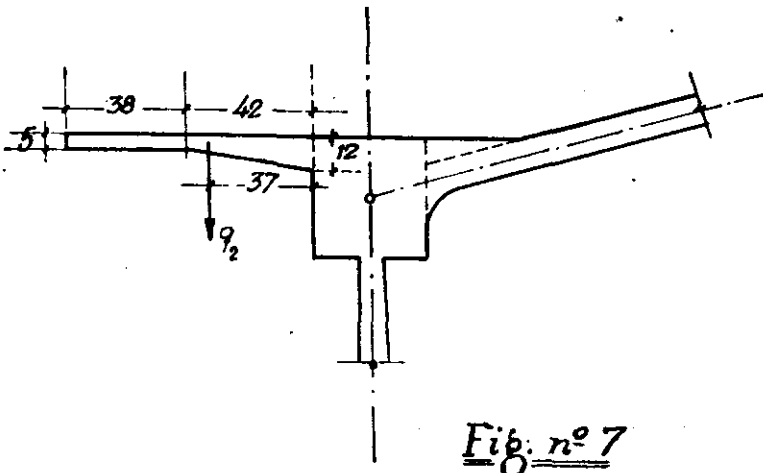


Fig. nº 7

**B — CAIXA D'AGUA**

Consiste, como já dissemos, de duas paredes de fôrma cilíndrica, uma externa e outra interna; cada uma apoiada sobre uma base circular (anel).

Em volta das paredes externas, e em correspondencia ás nervuras da cupula, serão construídos pilares, com respectivas bases e capiteis, apenas para fins de ornamentação.

Apresentamos os projetos das paredes e das bases separadamente.

**1.º — Parede externa**

a) *Determinação dos esforços*

Fórmulas — Pag. 7

do Boletim n.º 9.

$$m = w \varepsilon y + q$$

onde

$$X = \delta y$$

$$p = -\frac{1}{2} X D$$

onde:

$m$  = esforço normal dirigido segundo o meridiano, por unidade linear de paralelo.

$p$  = esforço normal dirigido segundo o paralelo, por unidade linear de meridiano.

$w$  = peso específico do material

$\varepsilon$  = espessura das paredes

$y$  = ordenada qualquer (a partir do eixo  $OX$ , no nível superior da água)

$X$  = carga horizontal (devida ao empuxo da água) por unidade de superfície do cilindro

$q$  = carga vertical aplicada no topo paredes, por unidade linear

$\delta$  = peso específico da água = 1000 kg/m<sup>3</sup>.

Em nosso projeto:

$$w = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$\varepsilon = 15 \text{ (valor médio assumido).}$$

Cálculo das cargas:

$$q = \frac{Q}{2\pi x_0} \text{ — sendo } Q \text{ a carga vertical total aplicada no topo da parede.}$$

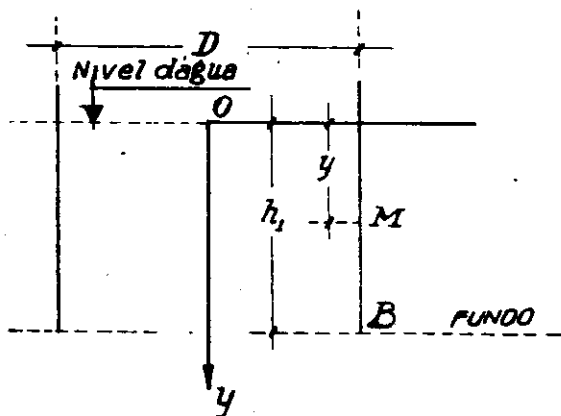


Fig. n.º 8



O valor de  $Q$  poderá ser obtido somando, ao valor de  $Q_1$ , da cupula e respectiva base, o peso do beiral e respectiva sobrecarga, sendo preferivel fazer um cálculo mais rigoroso determinando o volume dos varios órgãos com suas dimensões definitivas e incluindo as molduras e revestimentos.

Assim, resumindo os cálculos:

Volume da cupula (excluindo o anel).....	=	11.74 m <sup>3</sup>
» do triangulo entre cupula e anel.....	=	0.53 »
» » anel .....	=	5.61 »
» » beiral .....	=	1.86 »
» de revestimentos e molduras ..	=	1.26 »
Volume da cobertura .....	=	21.00 »

Área da superficie da cupula incluindo o beiral = 150 m<sup>2</sup>

Cargas: {	Peso da cobertura	=	21 × 2400 = 50400 kg.
	Sobrecarga vertical	=	150 × 100 = 15000 »
			$Q = 65400$ »

$$\therefore q = \frac{65400}{2 \times 0.14 \times 6.20} = 1680 \text{ kg/m. l.}$$

Cálculo dos esforços máximos unitarios:

O esforço máximo unitario  $m_o$  será obtido fazendo  $y = H_e$  e o máximo  $p_o$  para  $y = h_1$ .

Portanto

$$m_o = w_e H_e + q = 2400 \times .15 \times 6 + 1680 = 3840 \text{ kg/m. l. de paralelo}$$

$$p_o = - \frac{1}{2} \delta h_1 D = - \frac{1000 \times 5 \times 12.4}{2} = - 31000 \text{ kg/m. l. de meridiano}$$

$$F = \text{esforço total de extensão a ser absorvido pelos paralelos} \\ = \frac{p_o h_1}{2} = - \frac{31000 \times 5}{2} = - 77500 \text{ kg.}$$

### b) Dimensionamento

Os esforços (de compressão) ao longo dos meridianos são baixos, de forma que a secção do concreto será determinada tendo em vista os esforços máximos de extensão ao longo dos paralelos, que são elevados.

Calculamos em primeiro logar a armadura.

#### Armadura

Paralelos: A área total  $S$  das barras é:

$$S = \frac{F}{\sigma_f} = \frac{775000}{100} = 77.5 \text{ cm}^2$$

A distribuição destas barras ao longo dos meridianos não é uniforme: é proporcional á pressão da agua. Portanto os espaçamentos entre as barras decrescem de cima para baixo.

O processo mais racional para efetuar esta distribuição é o de determinar o n.º de barras por m. l. correspondente á altura total  $h_1$ , e a um diâmetro de barra previamente escolhido. Calcula-se o respectivo espaçamento  $e_1$  que será o mínimo. Para cada espaçamento seguinte  $e_n$ , aumentado de 1 cm, calcula-se a altura correspondente  $y$ , a qual, subtraída da altura precedentemente obtida, nos dará o intervalo  $i$  do qual se deduzirá o numero  $n$  das barras correspondentes.

São estas as fórmulas a empregar:

A secção  $f$  da armadura, por metro linear, necessária para absorver o esforço  $p$  a uma altura  $y$ , é:

$$f = \frac{p}{\sigma} = \frac{\delta D}{2\sigma} y \text{ cm}^2/\text{m. l.}$$

Portanto, o n.º  $n$  de barras, correspondente a essa mesma altura  $y$  é:

$$n = \frac{f}{f_0}$$

onde

$f_0$  = secção de 1 barra de diâmetro previamente escolhido.

$$\therefore e = \frac{100}{n} = \frac{100 f_0}{f} = \frac{200 \times 1000}{1000 \times 12.4} \cdot \frac{f_0}{y} = 16.1 \frac{f_0}{y} \text{ cms.}$$

$$\text{Para barras } \Phi = 5/8'': f_0 = 1.98 \text{ cm}^2; e = \frac{16.1 \times 1.98}{y} = \frac{32}{y} \text{ cms. (a)}$$

$$\text{• • • } \Phi = 1/2'': f_0 = 1.27 \text{ cm}^2; e = \frac{16.1 \times 1.27}{y} = \frac{20.5}{y} \text{ cms. (b)}$$

Julgamos conveniente adotar inicialmente barras de 5/8'' até atingir o valor de  $n = 1$ ; adotando depois barras de 1/2''.

Então o espaçamento mínimo,  $e_1$ , correspondente á altura máxima da agua ( $y_1 = 5.00$  m.) será:

$$e_1 = \frac{32}{5} = 6.4 \text{ cm. Façamos } e_1 = \underline{6 \text{ cm}}$$

O espaçamento seguinte será  $e_2 = 7$  cms; a altura correspondente será obtida aplicando a formula (a)  $y_2 = \frac{32}{e_2}$ ; o intervalo  $i_x = y_1 - y_2$

e o numero  $n_x$  de barras para esse intervalo será  $n_x = \frac{i_x}{e_1}$ , Acertado o valor de  $n_x$  para numero inteiro, calcula-se o novo  $i_x$  e por conseguinte o novo  $y_2$ . E assim sucessivamente.

Os resultados figuram na tabela seguinte:

<i>e</i> cms.	<i>y</i> mts.	<i>i</i> cms.	<i>n</i>	<i>n</i> inteiro	Novo valor de <i>i</i> cms.	Novo valor de <i>y</i> mts.
6	5.00					
		42	7	7	42	
7	4.58					4.58
		58	8.3	8	56	
8	4.00					4.02
		46	5.7	6	48	
9	3.56					3.54
		34	3.8	4	36	
10	3.20					3.18
		27	2.7	3	30	
11	2.91					2.88
		21	1.9	2	22	
12	2.67					2.66
		20	1.7	2	24	
13	2.46					2.42
		13	1	1	13	
14	2.29					2.29
		58	4.1	4	56	
12	1.71					1.73
		15	1.3	1	12	
13	1.58					1.61
		14	1.1	1	13	
14	1.47					1.48
		11	0.7	1	14	
15	1.37					1.34
		134	8.9	9	135	
						0

Para o ultimo metro, acima do nivel d'agua, empregamos 5 barras de 1/2" cada 20 cms.:

*Meridianos*: Como dissemos, sendo os esforços muito pequenos, essa armadura é desnecessaria. Coloca-se, porém, uma armadura que servirá apenas para distribuição dos esforços, empregando-se barras de  $\phi = \frac{1''}{4}$ .

*Secção do concreto*

Determina-se a espessura pela condição de não haver fendilhamento do concreto, o que se obtém empregando-se uma taxa  $\sigma_{bz} = 15 \text{ kg/cm}^2$ . Sendo  $\Omega_i$  a secção homogeneizada em  $\text{cm}^2$  por metro de altura

$$\Omega_i = \frac{p}{\sigma_{bz}} = \frac{\delta D y}{2\sigma_{bz}} = \frac{1000 \times 12.4}{2 \times 15} y = 413 y \text{ cm}^2/\text{m.l.}$$

$$\text{Mas } \Omega_i = 100 \varepsilon + n f$$

$$f = 6.2 y \text{ cm}^2/\text{m.l.} \quad n = 10$$

$$\Omega_i = 100 \varepsilon + 62 y \text{ cm}^2/\text{m.l.}$$

Portanto:

$$100 \varepsilon = (413 - 62) y = 351 y$$

$$\varepsilon = 3.51 y$$

para  $y = 5 \text{ mts.}$   $\varepsilon_s = 17.5$ . Fizemos  $\varepsilon_s = 18 \text{ cms.}$

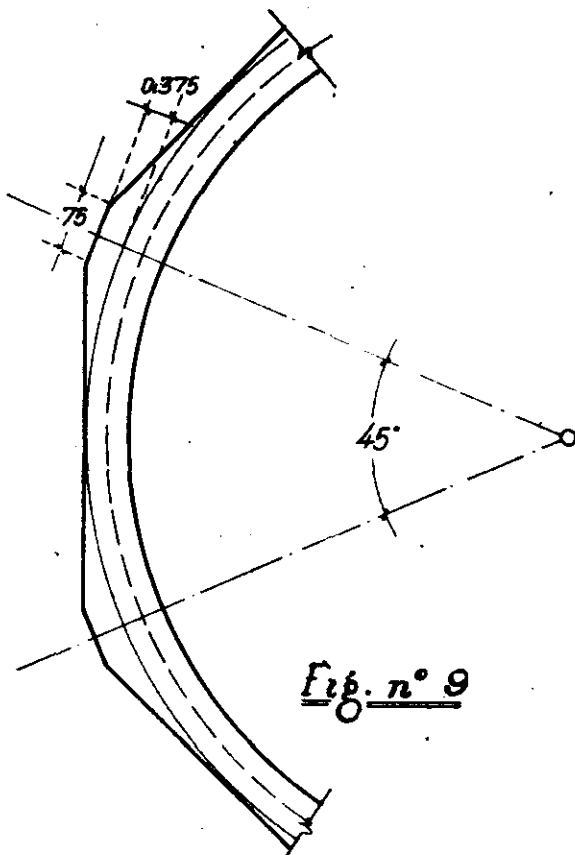
E para o topo fizemos  $\varepsilon_v = 10 \text{ cms.}$

c) *Detalhes*: Vide desenhos da Prancha 2/11.

## 2.º — Base (anel)

### a) *Determinação dos esforços.*

Vamos em primeiro lugar calcular a carga vertical  $Q_i$  que atua sobre o anel. Essa é obtida somando-se á carga vertical proveniente da cobertura, o peso da parede cilíndrica, incluindo o peso próprio do anel. Admitimos o anel com secção de  $60 \times 60 \text{ cms.}$  e facetado octogonalmente como mostra a figura n.º 9.



*Resumo do cálculo do volume:*

Parede	{	Parede entre as bases dos anéis superior e inferior = 30.0m <sup>3</sup>
		8 colunas com bases e capiteis ..... = 7.6 »
		Revestimentos e outras molduras ..... = 6.6 »
Base	{	Anel ..... = 14.0 »
		Parte entre o círculo e o octógono ..... = 3.7 »
		Revestimentos e outras molduras ..... = 2.6 »
		64.5 »

*Carga Vertical:*

Peso da parede cilíndrica = 64.5 × 2400 = 154 500 Kg.

Carga vertical proveniente da cobertura = 65 400 »

$Q_1 = 219 900$  »

Esta carga vertical total decompõe-se, no ponto *B*, em suas componentes  $Q_h$  e  $Q_s$ . Para o dimensionamento do anel devemos determinar o valor de  $Q_h$ , que, como mostra o triângulo de força abaixo desenhado, atua a extensão.

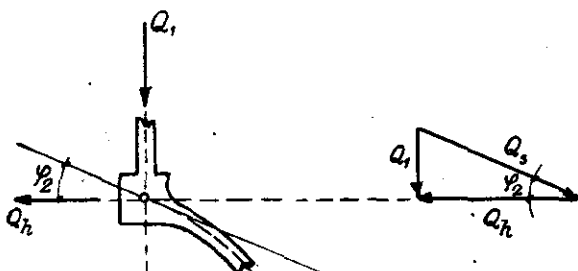


Fig. n° 10

Sendo  $\varphi_2$  o ângulo que a tangente, á curva *BA* em *B*, faz com a horizontal.

$$Q_h = Q_1 \cot \varphi_2$$

A força  $q_h$  por m. l. de anel =  $\frac{Q_h}{\pi D} = \frac{Q_1 \cot \varphi_2}{\pi D}$

A força total  $F$  a extensão, que atua sobre o anel =  $q_h \frac{D}{2}$

$$\therefore F = \frac{Q_1 \cot \varphi_2}{\pi D} \cdot \frac{D}{2} = \frac{Q_1 \cot \varphi_2}{2\pi} = \frac{220000 \times 2.414}{6.28} = \underline{84600} \text{ kg.}$$

*b) Dimensionamento.*

Secção da armadura.

A área  $f$  da secção é:

$$f = \frac{F}{\sigma_f} = \frac{84600}{1000} = 84.6 \text{ cm}^2$$

Empregamos  $16 \phi 1 \frac{1}{8}''$  ( $= 89.8 \text{ cm}^2$ ).

Secção do concreto.

Baseados na mesma condição dos casos anteriores:

$$\Omega_i = \frac{F}{\sigma_{bz}} = \frac{84600}{15} = 5630 \text{ cm}^2.$$

Mas

$$\Omega_i = S + nf$$

$$\therefore S = 5630 - 10 \times 89.8 = 4732 \text{ cm}^2$$

Esta área requer uma secção de  $70 \times 70$ , o que achamos algo exagerado.

Resolvemos, pois, adotar um valor de  $\sigma_{bz} = 25/\text{cm}^2$ , desprezando a resistencia da armadura. Neste caso:

$$S = \frac{84600}{25} = 3380 \text{ cm}^2.$$

Empregamos uma secção de  $60 \times 60$  ( $= 3600 \text{ cm}^2$ ).

Si somarmos as resistencias da armadura e concreto, a fadiga será:

$$\sigma_{bz} = \frac{84600}{3600 + 898} = 19 \text{ kg/cm}^2, \text{ o que é razoavel.}$$

c) *Detalhes*: Vide desenhos da Prancha 2/11.

### 3.º — Parede interna (chaminé)

#### a) *Determinação dos esforços*

São applicadas as mesmas fórmulas para o dimensionamento das paredes externas. Neste caso.

$$X = - \delta y.$$

O sinal negativo é devido ao fato de atuar o empuxo d'agua em direção oposta á estabelecida na dedução.

Então

$$m = w \epsilon y + q$$

$$p = \delta y \frac{d}{2}$$

Em nosso projeto:

$$\epsilon = 10 \text{ cms.}$$

$$d = 1.80 \text{ m.}$$

$$q = 0.$$

Para a determinação dos esforços máximos:

$$m = m_o \text{ fazendo } y = 5.624 \text{ mts.}$$

$$p = p_o \quad , \quad y = 5.32 \quad ,$$

$$m_o = 2400 \times .10 \times 5.624 = \underline{1350} \text{ kg/m.l. de paralelo}$$

$$p_o = 1000 \times 5.32 \times 0.90 = \underline{4788} \quad , \quad , \text{ meridiano}$$

Esforços unitários.

$$\sigma_m = \frac{m_o}{\epsilon} = \frac{1350}{.10} = 13 \text{ kg/cm.}^2$$

$$\sigma_p = \frac{p_o}{\epsilon} = \frac{4790}{.10} \approx 48 \text{ ,}$$

b) Dimensionamento

Ambos os esforços são pequenos e compressivos; são, portanto, absorvidos somente pelo concreto. A espessura  $\epsilon = 10$  é mais do que suficiente. Não é aconselhavel espessura menor.

*Armadura:* Embora desnecessarias serão colocadas barras nos dois sentidos apenas para facilitar a montagem e para dar solidariedade ao conjunto. Empregaremos barras de  $\frac{1}{4}$ ".

c) Detalhes: Vide Prancha 2/11.

4.º — Base (anel)

a) Determinação dos esforços

Aplicamos a mesma fórmula usada para o dimensionamento da base da parede externa.

$$F = \frac{Q_2 \cot \psi_2}{2 \pi}$$

sendo  $F$  a compressão.  
 $Q_2$  representa a carga vertical total que atúa sobre o anel, inclusive o peso proprio deste último.

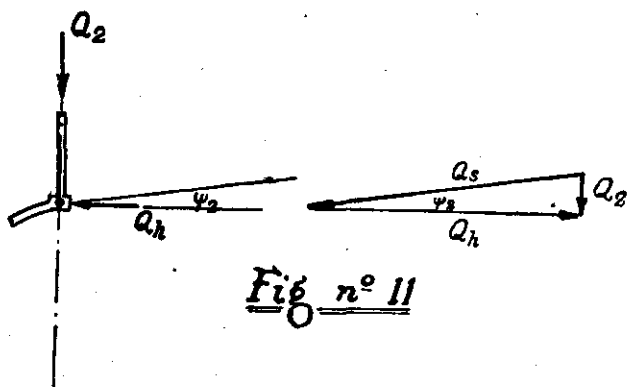


Fig. n.º 11

Cálculo de  $Q_2$ :

Admitindo como anel de secção  $20 \times 20$  cms., inclusive os revestimentos, temos:

Volume:

Parede.....	3.2 m <sup>3</sup>
Anel.....	0.3 ,
Revestimentos, etc.....	1.5 ,
	<u>5.0 ,</u>

Carga vertical:

$$Q_2 = 5 \times 2400 = 12000 \text{ kg.}$$

Portanto 
$$F = \frac{12000 \times 7.953}{6.28} = 15200 \text{ kg.}$$

b) *Dimensionamento*

Sendo o esforço de compressão axial empregamos as fórmulas

$$\sigma_b = \frac{F}{\Omega_i}$$

Para uma secção de  $20 \times 20$  e empregando  $4 \phi 1/2''$  ( $f = 5.07 \text{ cm}^2$ )

$$\Omega_i = 20 \times 20 + 15 \times 5.07 = 476 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_b = \frac{15200}{476} = 32 \text{ kg/cm}^2$$

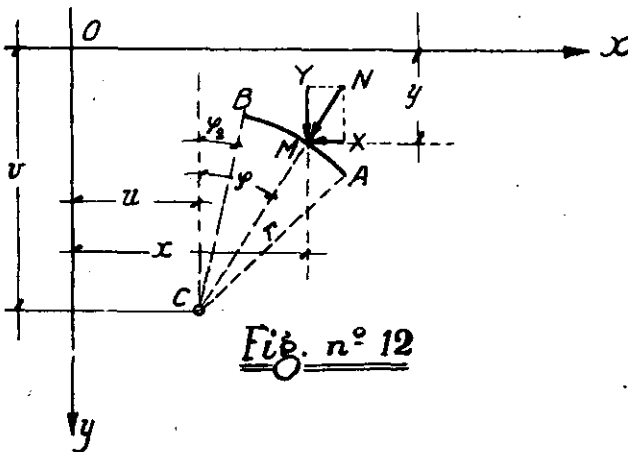
c) *Detalhes*: Vide Prancha 2/11.

**C — FUNDO DO RESERVATÓRIO**

Consta o fundo do reservatorio, como já dissemos, de duas cupulas de revolução, sendo as geratrizes circulares. Dividimos este projeto nas seguintes três partes:

- 1.º Geratriz externa (BA)
- 2.º       >    interna (CA)
- 3.º Base das geratrizes (anel)

Efetuámos o cálculo separado desses três elementos.



1.º — Geratriz externa (BA)

a) *Determinação dos esforços.*

Aplicamos as fórmulas 6 da página 9 do Boletim n.º 9.

Fórmulas:

$$m = \frac{w\varepsilon (u \varphi - r \cos \varphi) + u \int Y d\varphi + r \int Y \operatorname{sen} \varphi d\varphi + C}{\left(\frac{u}{r} + \operatorname{sen} \varphi\right) \operatorname{sen} \varphi}$$

$$p = -m \left(1 + \frac{u}{r} \operatorname{csc} \varphi\right) + (Y + w\varepsilon) (u \cot \varphi + r \cos \varphi) - Xx.$$

Coordenadas  $x$  e  $y$ :

$$x = u + r \operatorname{sen} \varphi$$

$$y = v - r \cos \varphi$$



Cálculo das cargas e suas componentes:

No caso em apreço a força normal  $N$  é devida á pressão da água e portanto:

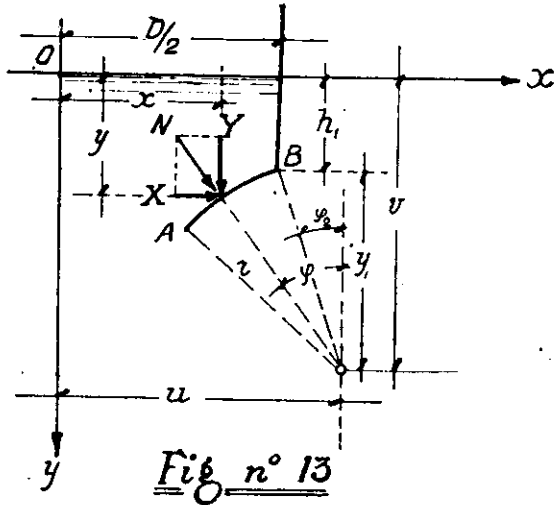
$$N = \delta y = 1000 y \\ = 1000 (v - r \cos \varphi)$$

Admite  $N$  as seguintes componentes: horizontal ( $X$ ) e vertical ( $Y$ )

$$X = N \operatorname{sen} \varphi = -1000 \operatorname{sen} \varphi (v - r \cos \varphi) \\ Y = N \cos \varphi = -1000 \cos \varphi (v - r \cos \varphi)$$

O sinal negativo para  $X$  é devido ao fato de ser a direção oposta áquela dada pela convenção inicial adotada na dedução da fórmula.

*Observações:* Na aplicação das fórmulas gerais acima mencionadas devemos ter presente que o nosso caso difere um pouco do caso tipico que serviu para a demonstração. De fato, pela figura n.º 13, que representa nosso caso, notamos que a unica diferença consiste na direção do angulo  $\varphi$  que é contrária á direção dos ponteiros do relógio, e, consequentemente, contrária á estabelecida no caso geral.



Devemos pois considerar, em todas as fórmulas, o angulo  $\varphi$  negativo.

Sendo o  $\operatorname{sen} (-\varphi)$  negativo, o valor de  $X$  será então positivo, isto é, na mesma direção admitida na demonstração.

Simplificação das fórmulas:

Efetuamos, em primeiro lugar, as seguintes integrações:

$$u \int Y d\varphi = 1000 u \int \cos \varphi (v - r \cos \varphi) d\varphi = 1000 u \left[ v \operatorname{sen} \varphi - \frac{r}{4} (\operatorname{sen} 2\varphi + 2\varphi) \right] \\ r \int Y \operatorname{sen} \varphi d\varphi = 1000 r \int \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi (v - r \cos \varphi) d\varphi = 1000 r \left[ \frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{r}{3} \cos^3 \varphi \right]$$

Portanto:

$$m = \frac{w \epsilon (u\varphi - r \cos \varphi) + 1000 u \left[ v \operatorname{sen} \varphi - \frac{r}{4} (\operatorname{sen} 2\varphi + 2\varphi) \right]}{\left( \frac{u}{r} + \operatorname{sen} \varphi \right) \operatorname{sen} \varphi} \\ + \frac{1000 r \left[ \frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{r}{3} \cos^3 \varphi \right] + C}{\left( \frac{u}{r} + \operatorname{sen} \varphi \right) \operatorname{sen} \varphi}$$

$$p = -m \left( 1 + \frac{u}{r} \operatorname{csc} \varphi \right) + (Y + w \epsilon) (u \cot \varphi + r \cos \varphi) - Xx.$$

Na expressão para  $p$  achamos melhor conservar os termos em  $X$  e  $Y$ , os quais serão determinados previamente pelas fórmulas mencionadas anteriormente.

Em nosso projeto:

$$\varepsilon = 0.22 \text{ mts (admitido)}$$

$$w = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$w\varepsilon = 528 \text{ kg/m}^2$$

$$u = x_1 + \frac{D}{2} = 2.595 + 6.200 = \underline{8.795} \text{ mts.}$$

$$u = y_1 + h_1 = 6.295 + 5.000 = \underline{11.295} \text{ mts.}$$

$$r = 6.781 \text{ mts.}$$

Para a boa distribuição das barras de resistência é necessário o traçado das curvas dos esforços  $m$  e  $p$ . Todavia, como se trata de uma geratriz de comprimento bem pequeno, tais curvas não precisam ser rigorosamente traçadas, sendo suficiente a determinação de três pontos apenas.

Os tres pontos escolhidos são os seguintes:

- 1) Ponto inicial  $\varphi = \varphi_2 = - 22^\circ 30'$
- 2) Ponto médio  $\varphi = \varphi_m = - 33^\circ 45'$
- 3) Ponto final  $\varphi = \varphi_1 = - 45^\circ$

Assim, substituindo nas expressões gerais os valores de  $\varphi$  correspondentes a esses três pontos e os dados do projeto, acima mencionados, ficam determinados os valores de  $m$  e  $p$ .

Quanto á constante de integração  $C$ , esta é facilmente obtida pela determinação do valor  $m_0$  que, na realidade, é um valor conhecido, pois representa a carga por m. l. de paralelo, aplicada no ponto  $B$ , e é portanto dada pela fórmula:

$$m_0 = \frac{Qs}{\pi D} = \frac{Q_1}{\pi Ds \operatorname{sen} \varphi_2} \quad (\text{Vide figura n.}^\circ 10)$$

$$m_0 = \frac{220000}{3.14 \times 12.4 \times .3827} = 14750 \text{ kg./m. l.}$$

Para facilitar a determinação dos esforços julgamos conveniente organizar previamente os dois quadros abaixo, o primeiro contendo as varias funções de  $\varphi$  e o segundo contendo o cálculo de todos os termos que figuram nas expressões gerais.

Quadro das funções de  $\varphi$

Ponto	Angulo $\varphi$	Sen $\varphi$	cos $\varphi$	csc $\varphi$	sen $\frac{1}{2} \varphi$	sen <sup>2</sup> $\varphi$	cos <sup>3</sup> $\varphi$	cot $\varphi$	$\frac{\varphi}{57,3}$ em rad.
Inicial	$\varphi_2 = -33^\circ 45'$	-.3827	.9239	- 2.6130	-.7071	.14646	.78863	- 2.4142	- .39270
Médio	$\varphi_m = -22^\circ 30'$	-.5556	.8315	- 1.7999	-.9239	.30869	.57489	- 1.4969	- .58905
Final	$\varphi_1 = -45^\circ$	-.7071	.7071	- 1.4142	- 1	.5	.34503	- 1	- .78540

Determinação da constante de integração:

Substituindo na expressão geral de  $m$  os valores dos termos obtidos na 1.<sup>a</sup> coluna do quadro acima (para  $\varphi = \varphi_1$ ), teremos o valor de  $m_0$ .

$$m_0 = \frac{- 5131 - 15663 + 17677 + C}{- 0.359941}$$

Mas

$$m_0 = 14750$$

Donde

$$C = - (14750 \times .3499) + 5131 + 15663 - 17677 = - 2044 \text{ kg.}$$

Cálculo dos esforços:

Conhecido o valor da constante  $C$ , podemos agora calcular os valores de  $m$  e  $p$  correspondentes aos três pontos escolhidos. Para efetuar este cálculo, organizámos o quadro seguinte:

DESIGNAÇÃO	Ponto inicial $\varphi_2 = - 22^\circ 30'$	Ponto médio $\varphi_m = - 33^\circ 45'$	Ponto final $\varphi_1 = - 45^\circ$
$w_e (u\varphi - r \cos\varphi) =$	- 5131	- 5712	- 6178
$+ 1000u \left[ v \operatorname{sen}\varphi - \frac{r}{4} (\operatorname{sen} 2\varphi + 2\varphi) = \right.$	- 15636	- 23706	- 31726
$\left. + 1000 r \frac{v}{2} \operatorname{sen}^2\varphi + \frac{r}{3} \cos\varphi^3) = \right.$	+ 17677	+ 20596	+ 24330
$+ C =$	- 2044	- 2044	- 2044
Soma =	- 5161	- 10366	- 15568
$\operatorname{sen}\varphi \left( \frac{u}{r} + \operatorname{sen}\varphi \right) =$	- 0.349941	- 0.411977	- 0.417189
$m =$	+ 14750	+ 26400	+ 37400
$- m \left( 1 + \frac{u}{r} \operatorname{csc}\varphi \right) =$	+ 35100	+ 35200	+ 31200
$+ (Y + w_e) (r \cos\varphi + u \cot\varphi) =$	- 77056	- 39172	- 20412
$- X (u + r \operatorname{sen}\varphi) =$	- 11861	- 15717	- 18300
$p =$	- 53800	- 19700	- 7500

Discussão:

1.º Quanto ao esforços  $m$  (a compressão), conforme esperavamos, notamos pelo gráfico que o seu valor aumenta quasi linearmente com o aumento de  $\varphi$ .

2.º Quanto aos esforços  $p$  (á extensão), notamos que apresentam as seguintes variações:

- (a) Aumenta francamente com a altura d'água
- (b) Diminue com o aumento de  $\varphi$  (por ser inversamente proporcional á  $\cot \varphi$ )
- (c) Diminue com o decrescimo do diametro.

Quadro contendo o cálculo dos termos que figuram nas expressões gerais.

DESIGNAÇÃO		Ponto inicial $\varphi_2 = - 22^\circ 30'$	Ponto médio $\varphi_m = - 33^\circ 45'$	Ponto final $\varphi_1 = - 45^\circ$	
Coordenadas	$r \operatorname{sen} \varphi =$	- 2.5947	- 3.7670	- 4.7941	
	$r \operatorname{cos} \varphi =$	6.2640	5.6376	4.7941	
Forças	$x = u + r \operatorname{sen} \varphi =$	6.2	5.0277	4.00	
	$y = v - r \operatorname{cos} \varphi =$	5.0	5.6264	6.47	
Termos para o cálculo do $m$	$Y = 1000 \operatorname{cos} \varphi (v - r \operatorname{cos} \varphi) =$	+ 4620	+ 4678	+ 4575	
	$X = - 1000 \operatorname{sen} \varphi (v - r \operatorname{cos} \varphi) =$	+ 1913	+ 3126	+ 4575	
	$u \varphi =$	- 3.4538	- 5.1807	- 6.9076	
	$u \varphi - r \operatorname{cos} \varphi =$	- 9.7178	- 10.8183	- 11.7017	
	$w \epsilon (u \varphi - r \operatorname{cos} \varphi) =$	- 5131	- 5712	- 6178	
	$(\text{rad.}) 2 \varphi =$	- 0.7854	- 1.1781	- 1.5708	
	$\operatorname{sen} 2 \varphi + 2 \varphi =$	- 1.4925	- 2.1020	- 2.5708	
	$\frac{r}{4} (\operatorname{sen} 2 \varphi + 2 \varphi) =$	- 2.5298	- 3.5629	- 4.3575	
	$v \operatorname{sen} \varphi =$	- 4.3107	- 6.2583	- 7.9648	
	$v \operatorname{sen} \varphi - \frac{r}{4} (\operatorname{sen} 2 \varphi + 2 \varphi) =$	- 1.7809	- 2.6954	- 3.6073	
	$1000u [v \operatorname{sen} \varphi - \frac{r}{4} (\operatorname{sen} 2 \varphi + 2 \varphi)] =$	- 15663	- 23706	- 31726	
	$\frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi =$	0.8249	1.7385	2.8160	
	$\frac{r}{3} \operatorname{cos}^3 \varphi =$	1.7823	1.2992	0.7798	
	$\frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{r}{3} \operatorname{cos}^3 \varphi =$	2.6072	3.0377	3.5958	
	$1000r [\frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \varphi + \frac{r}{3} \operatorname{cos}^3 \varphi] =$	17677	20596	24380	
	$\frac{u}{r} =$	1.2971	1.2971	1.2971	
	$\frac{u}{r} + \operatorname{sen} \varphi =$	0.9144	0.7415	0.5900	
	$\operatorname{sen} \varphi (\frac{u}{r} + \operatorname{sen} \varphi) =$	- 0.349941	- 0.411977	- 0.417189	
	Termos para o cálculo do $p$	$\frac{u}{r} \operatorname{csc} \varphi =$	- 3.3893	- 2.3346	- 1.8344
		$1 + \frac{u}{r} \operatorname{csc} \varphi =$	- 2.3893	- 1.3346	- 0.8344
		$u \cot \varphi =$	- 21.2322	- 13.1621	- 8.7947
		$r \operatorname{cos} \varphi + u \cot \varphi =$	- 14.9682	- 7.5245	- 4.0000
		$Y + w \epsilon =$	5148	5206	5103
		$(Y + w \epsilon) (r \operatorname{cos} \varphi + u \cot \varphi) =$	- 77056	- 39172	- 20412
		$x = u + r \operatorname{sen} \varphi =$	6.2	5.0277	4.0
		$X (u + r \operatorname{sen} \varphi) =$	11861	15717	18300

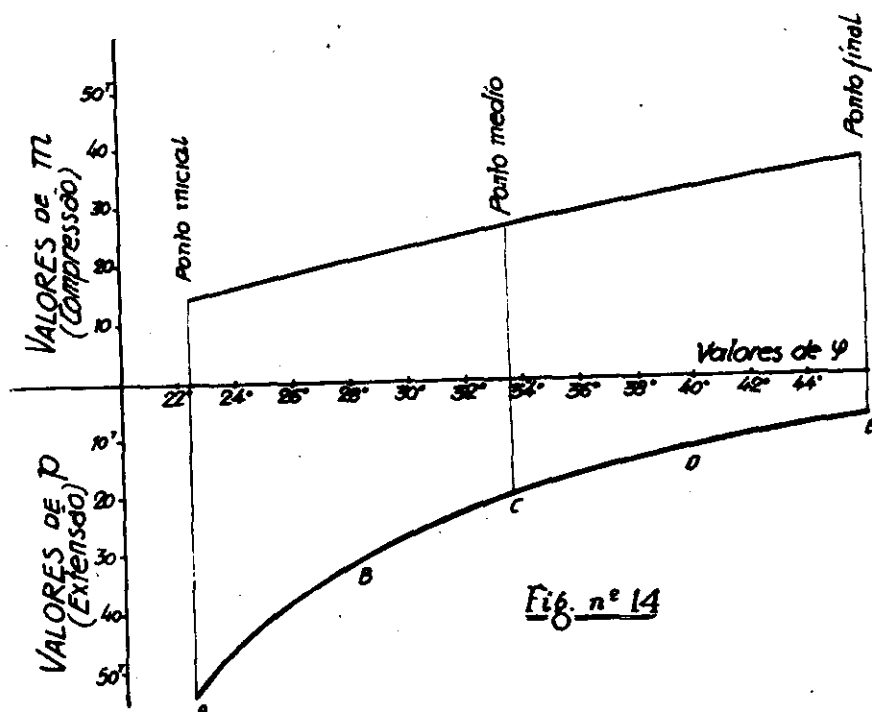


Fig. n.º 14

A soma dos 2 ultimos efeitos, e sobretudo o de (b), sobrepuja o efeito de (a) de modo que resulta uma diminuição inversa ao aumento de  $\varphi$ .

É justamente o que o gráfico acusa.

#### b) Dimensionamento.

##### Secção do concreto:

Por se tratar de um trecho curto, a secção pode ser constante e determinada para o esforço máximo ( $p = 53000 \text{ kg/m. l.}$ )

Admitiremos uma taxa  $\sigma_{b_2}$  de  $25 \text{ ks/cm}^2$  desprezando a resistencia da armadura, assim como fizemos para a parede externa do cilindro.

Portanto:

$$\varepsilon = \frac{P}{100\sigma_{b_2}} = \frac{53000}{100 \times 27} = 21.2 \text{ cms.}$$

Adotamos  $\varepsilon = \underline{22 \text{ cms.}}$

##### Armadura:

**Paralelos.** Para evitar o cálculo laborioso dos espaçamentos, conforme foi feito para a parede externa do cilindro, e visto tratar-se de um trecho muito curto, julgámos preferível dividi-lo em 4 zonas e calcular os paralelos para resistirem aos esforços máximos correspondentes a cada uma dessas zonas (tirados diretamente do gráfico, nos pontos A, B, C e D).

Este processo dará mais barras do que o necessario, mas o desperdicio de material é insignificante.

O cálculo das barras foi transcrito no seguinte quadro, onde a área  $f$  correspondente a cada zona foi obtida com uma taxa  $\sigma_f = 1000 \text{ kg/cm}^2$ .

Zonas	Esforço máximo $p$ kg/m. l.	Secção $f$ cm <sup>2</sup>	Barras fornecidas por m. l.	Barras fornecidas na zona
AB	53000	53	14 $\Phi$ 7/8" (= 54.3)	10 esp de 7 cms = 0.70
BC	33000	33	12 $\Phi$ 3/4" (= 34.2)	9 " " 8 " = 0.72
CD	20000	20	12 $\Phi$ 5/8" (= 23.7)	8 " " 8 " = 0.64
DE	12000	12	10 $\Phi$ 1/2" (= 15.2)	6 " " 10 " = 0.60

Comprimento do arco = 2.66

*Meridianos.* Sendo os esforços de compressão, a armadura seria dispensavel, visto como o proprio concreto pode absorvê-los. De fato

$$\sigma_m = \frac{m}{\epsilon} = \frac{37570}{22} = 17.1 \text{ kg/cm}^2$$

Não obstante, foi introduzida uma armadura de distribuição composta de barras de 1/4", com espaçamentos de 20 cms. medidos sobre o paralelo central, ou, melhor, para facilitar a mão de obra, as barras de distribuição foram colocadas em correspondencia a cada ligadura do anel do cilindro, isto, é 192  $\Phi$ . Isto corresponde a um espaçamento de  $\frac{\pi \times 12.4}{192} = 20.3$  cms. no paralelo superior.

c) *Detalhes:* Vide desenhos na Prancha 3/11.

2.º — Geratriz interna (AE)

a) *Determinação dos esforços.*

Neste caso tambem a geratriz é um arco circular, mas com a particularidade de ter o centro de curvatura sobre o eixo de revolução.

Representa, pois, o caso de cupula esférica, e as fórmulas são simplificadas fazendo-se  $u = 0$ .

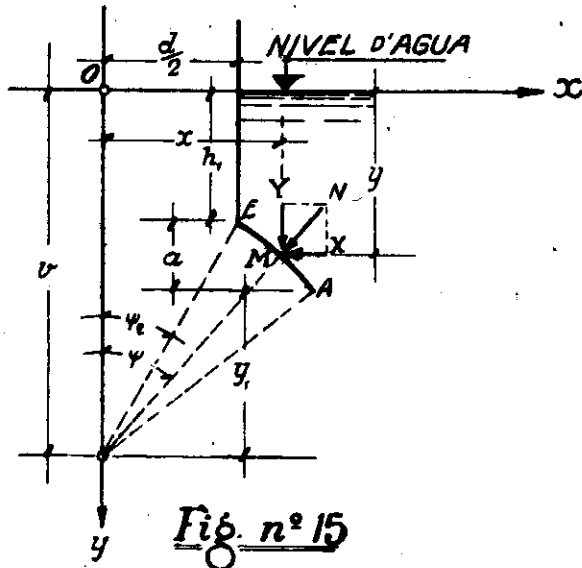


Fig. nº 15

$$m = \frac{-w\epsilon R \cos \psi + R \int Y \sin \psi d\psi + C}{\sin^2 \psi}$$

$$p = -m + (Y + w\epsilon) R \cos \psi - XR \sin \psi$$

$$C = \frac{Q_1}{2\pi R} + R (w\epsilon \cos \psi_2 - K)$$

sendo  $K = \int Y \sin \psi d\psi$ , para  $\psi = \psi_2$

Coordenadas:

$$\begin{aligned}x &= R \operatorname{sen} \psi \\y &= v - R \operatorname{cos} \psi\end{aligned}$$

Forças:

Como anteriormente:

$$\begin{aligned}X &= -1000 \operatorname{sen} \psi (v - R \operatorname{cos} \psi) \\Y &= 1000 \operatorname{cos} \psi (v - R \operatorname{cos} \psi)\end{aligned}$$

O sinal negativo de  $X$  é devido ao fato de atuar na direção oposta á estabelecida na dedução.

Neste caso, porém, a direção de  $\psi$  é identica á estabelecida na dedução das fórmulas.

Simplificação das formulas

$$R \int Y \operatorname{sen} \psi \, d\psi = 1000 R \left[ \frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \psi + \frac{R}{3} \operatorname{cos}^3 \psi \right]$$

Portanto:

$$m = \frac{-w\epsilon R \operatorname{cos} \psi + 1000 R \left[ \frac{v}{2} \operatorname{sen}^2 \psi + \frac{R}{3} \operatorname{cos}^3 \psi \right] + C}{\operatorname{sen}^2 \psi}$$

$$p = -m + (Y + w\epsilon) R \operatorname{cos} \psi - XR \operatorname{sen} \psi$$

No projeto:

$$\epsilon = 0.10 \text{ (admitido)}$$

$$w = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$w\epsilon = 240 \text{ kg/m}^2$$

$$v = y_2 + a + h_1 = 6.005 + 1.470 + 5.000 = 12.475 \text{ mts.}$$

$$R = 7.215 \text{ mts.}$$

Como procedemos no caso anterior, afim de traçarmos os diagramas dos esforços, determinaremos os valores de  $m$  e  $p$  para os três pontos seguintes:

- 1) Ponto inicial  $\psi = \psi_2 = 7^\circ 10'$
- 2) " médio  $\psi = \psi_m = 20^\circ 25'$
- 3) " final  $\psi = \psi_1 = 33^\circ 40'$

Quanto á constante de integração  $C$ , será obtida, como no caso anterior, pela determinação de  $m_0$  que representa a carga vertical por m. l. de paralelo, aplicada no ponto  $E$

$$\begin{aligned}m_0 &= \frac{Q_2}{\pi d} = \frac{Q_2}{\pi d \operatorname{sen} \psi_2} \text{ (Vide fig. n.º 11)} \\ &= \frac{12000}{3.14 \times 1.80 \times 1.248} = 1700 \text{ kg/m. l.}\end{aligned}$$

Para facilitar os cálculos preparamos os seguintes quadros:

Quadro das funções de  $\psi$ 

Ponto	Angulo	sen $\psi$	cos $\psi$	sen <sup>2</sup> $\psi$	cos <sup>3</sup> $\psi$
Inicial	$\psi_2 = 7^\circ 10'$	.12480	.99220	.015575	.97678
Médio	$\psi_m = 20^\circ 25'$	.34895	.93715	.121770	.82305
Final	$\psi_1 = 33^\circ 40'$	.55460	.83210	.307580	.57614

## Quadro do cálculo dos termos das expressões gerais

DESIGNAÇÃO		Ponto inicial $\psi_2 = 7^\circ 10'$	Ponto médio $\psi_m = 20^\circ 25'$	Ponto final $\psi_1 = 33^\circ 40'$
Coordenadas	$R \text{sen} \Psi =$	.9000	2.5159	4.0000
	$R \text{cos} \Psi =$	7.1538	6.7569	6.0000
	$x = O + R \text{sen} \Psi =$	0.9000	2.5159	4.0000
	$y = V - R \text{cos} \Psi =$	5.32	5.717	6.474
Forças	$Y = 1000 \text{cos} \Psi (v - R \text{cos} \Psi) =$	+ 5278	+ 5358	+ 5387
	$X = - 100 \text{sen} \Psi (v - R \text{cos} \Psi) =$	- 664	- 1995	- 3590
Termos de M	$-\omega \epsilon R \text{cos} \Psi =$	- 1717	- 1662	- 1440
	$\frac{v}{2} \text{sen}^2 \Psi =$	.09714	.75948	1.91838
	$\frac{R}{3} \text{cos}^3 \Psi =$	2.34752	1.97806	1.38465
	$\frac{v}{2} \text{sen}^2 \Psi + \frac{R}{3} \text{cos}^3 \Psi =$	2.44466	2.73754	3.30303
	$1000R \left[ \frac{v}{2} \text{sen}^2 \Psi + \frac{R}{3} \text{cos}^3 \Psi \right] =$	+ 17626	+ 19737	+ 23815
Termos para P	$Y + \omega \epsilon =$	5518	5598	5627
	$(Y + \omega \epsilon) (R \text{cos} \Psi) =$	+ 39475	+ 37825	+ 33762
	$-XR \text{sen} \Psi =$	+ 598	+ 5019	+ 14360

## Determinação da constante de integração:

Substituindo na expressão geral para  $m$  os valores dos termos obtidos na 1.<sup>a</sup> coluna do quadro acima ( $\psi = \psi_2$ ), teremos o valor de  $m_o$ .

$$m_o = \frac{-1717 + 17626 + C}{.015575}$$

Mas

$$m_o = 17000$$

$$\therefore C = 17000 \times .015575 + 1717 - 17626 = -15644 \text{ kg.}$$

## Cálculo dos esforços:

Calculado o valor de  $C$ , podemos agora determinar os valores de  $m$  e  $p$  correspondentes aos três pontos escolhidos. Organizámos o quadro seguinte:



DESIGNAÇÃO	Ponto inicial $\Psi_1 = 7^{\circ}10'$	Ponto médio $\Psi_m = 20^{\circ}25'$	Ponto final $\Psi_2 = 33^{\circ}40'$
$-\omega \epsilon R \cos \Psi =$	- 1717	- 1622	- 1440
$+ 1000R \left[ \frac{n}{2} \operatorname{sen}^2 \Psi + \frac{R}{3} \cos^3 \Psi \right] =$	+ 17626	+ 19738	+ 23815
$+ C =$	- 15644	- 15644	- 15644
Soma =	+ 265	+ 2472	+ 6731
$m =$	+ 17000	+ 20300	+ 21900
$- m =$	- 17000	- 20300	- 21900
$+ (Y + \omega_2) (R \cos \Psi) =$	+ 39473	+ 37825	+ 33762
$- XR \operatorname{sen} \Psi =$	+ 598	+ 5019	+ 14360
$p =$	+ 23070	+ 22550	+ 26220

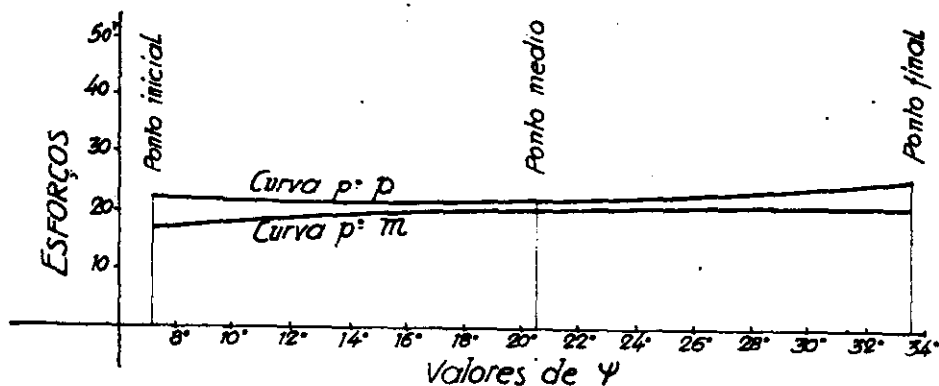


Fig. n.º 16

Esforços unitarios máximos:

$$\sigma_m = \frac{m}{\epsilon} = \frac{21900}{.10} = 21.9 \text{ kg./cm}^2$$

$$\sigma_p = \frac{p}{\epsilon} = \frac{26220}{.10} = 26.2 \text{ kg./cm}^2$$

b) Dimensionamento

Sendo ambos os esforços de compressão e sendo as fadigas relativamente pequenas, a secção escolhida ( $\epsilon = 10$  cms) é suficiente para absorve-los integralmente.

Armadura :

Embora desnecessaria e apenas para fins de amarração, colocamos barras de  $\Phi = 1/4''$  em ambos os sentidos. Para melhor distribuição dos esforços dividimos os paralelos em 4 zonas, da seguinte forma :

- 1.ª Zona    12 espaçamentos de 7 cms. = 84 cms.
- 2.ª    »    11        »    de 8 cms. = 88    »
- 3.ª    »    9         »    de 9 cms. = 81    »
- 4.ª    »    8         »    de 10 cms. = 80    »

Comprimento do arco = 3.33    »

Quanto aos meridianos serão colocados 192  $\phi$ , isto é, em correspondência aos meridianos relativos á geratriz externa.

c) *Detalhes*: Vide desenhos da Prancha 3/11.

d) *Verificação das cargas*.

Neste ponto julgamos conveniente fazer uma verificação das cargas. De fato, a carga vertical total de todo o reservatório que atúa sobre o ponto A (junção das 2 geratrizes) deve ser igual á soma dos componentes verticais do esforço  $m_o$ , provenientes de ambos as geratrizes.

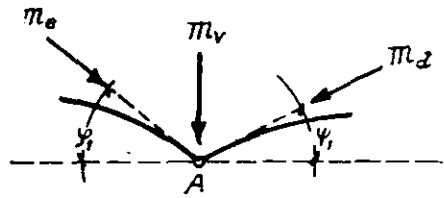


Fig. n° 17

$$m_e = 37400 \text{ kg./m. l.}$$

$$m_a = 21900 \text{ ,}$$

Componente vertical de  $m_e = m_e \text{ sen } 45^\circ = 37400 \times .7071 = 26400 \text{ kg./m.l.}$

» » de  $m_a = m_a \text{ sen } 33^\circ 40' = 21900 \times .5546 = 12150 \text{ ,}$

$$m_v = 38550$$

Componente vertical total =  $m_v \pi l$

Sendo  $l$  = diametro do paralelo que passa por A = 8 mts.

$$Q_T = 38550 \times 3.14 \times 8 = \underline{970000 \text{ kg.}}$$

Verificação:

Pesos do concreto:

Cobertura (incluindo cupula, beiral, anel e revestimentos) = 21

Cilindro externo (incluindo anel, colunas, molduras e revest.) = 64.5

» interno ( » » e revestimentos) ..... = 5.0

Fundo (excluindo os revestimentos e a viga A ainda não calculada)..... = 26.5

$$\underline{117.0}$$

Peso =  $117 = \times 2400 = 280000 \text{ kg.}$

Peso da agua

Parte cilíndrica = 576 m<sup>3</sup>

» dos fundos = 95

Total = 671 m<sup>3</sup>

Peso = 671000 kg.

Sobrecargas sobre a cobertura

15000 kg.

---

Total = 966000 kg.

Como se nota, a discrepancia é pequena e não atinge a 0,5 %; é devida ao computo do volume da agua que não pode ser feito com a devida exatidão.

## 3.º — Base (Viga Circular)

## a) Determinação dos esforços

Como já dissemos no início, todo o reservatório sustenta-se sobre um anel que por sua vez é apoiado sobre 8 colunas, simetricamente dispostas ao longo da circunferência. Este anel deve absorver o esforço axial produzido pela resultante das componentes horizontais dos esforços máximos  $m_e$  das geratrizes e ao mesmo tempo trabalha como viga.

Praticamente o esforço axial é quasi igual a zero, visto como na fixação dos elementos geometricos relativos ao fundo do reservatorio tivemos em vista a condição de equilibrio dos empuxos horizontais em A. Nesta condição de equilibrio, porém, só foram levados em conta o peso da agua, de fórmula que sendo diferentes os pesos das estruturas que se transmitem ás 2 geratrizes, é logico que deva existir uma pequena resultante.

Calculamos em primeiro lugar este esforço axial.

## 1.º — Esforço axial

$$m_e = 37400 \text{ kg/m.l.}$$

$$m_d = 21900 \text{ »}$$

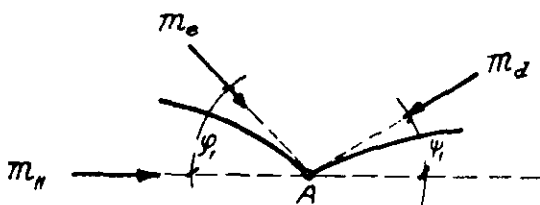


Fig. nº 18

$$\text{Componente horizontal de } m_e = m_e \cos 45^\circ = 37400 \times .7071 = 26400 \text{ kg/m.l.}$$

$$\text{» » de } m_d = m_d \cos 33^\circ 40' = 21900 \times .8323 = 18200 \text{ »}$$

$$\text{Resultante } m_H = 8200 \text{ kg/m.l.}$$

Esta resultante, como se nota na figura anterior, está dirigida para o centro da curvatura do anel, produzindo, pois, um esforço axial  $F$  de compressão.

$$\text{Portanto: } F = + m_H \frac{l}{2} = 8200 \times 4 = + 32800 \text{ kg.}$$

## 2.º — Flexão

## Cálculo das cargas

Neste ponto convém calcular com mais exatidão os pesos das geratrizes, excluindo os trechos em que estas se confundem com os aneis superior e inferior e incluindo os revestimentos.

Para a viga admitiremos uma secção de  $60 \times 90$ .

Resumindo o calculo dos volumes, teremos:

$$\text{Geratriz externa (trecho entre os 2 aneis)} = 13.3 \text{ m}^3$$

$$\text{» interna ( » » » » )} = 4.0 \text{ »}$$

$$\text{Peso proprio da viga ( } .60 \times .90 \times \pi \times 8 \text{ )} = 13.6 \text{ »}$$

$$\text{Revestimentos} = 2.5 \text{ »}$$

$$\text{Total} = 33.4 \text{ m}^3$$

Peso = $33.4 \times 2400$ .....	= 80000 kg.
Peso do restante da estrutura = $(21 + 64.5 + 5) 2400$	= 218000 »
Sobrecarga sobre a cobertura .....	= 15000 »
Peso da água .....	= <u>671000</u> »
Total $Q_T$ = 984000 »	

Para o cálculo dos valores máximos das forças cortantes, momentos flectores e de torção, aplicamos ás fórmulas para vigas circulares sobre oito apoios, dadas por Magny. Teremos assim:

$$\text{Força cortante máxima} = \frac{Q_T}{16} = \frac{984}{16} = 61.5 \text{ T.}$$

Momentos flectores máximos

$$\text{Negativo (nos apoios)} = -0.00827 Q_T \frac{l}{2} = -0.00827 \times 984 \times 4 = -32.6 \text{ Tm}$$

$$\text{Positivo (no centro)} = +0.00419 Q_T \frac{l}{2} = +0.00416 \times 984 \times 4 = -16.4 \text{ Tm}$$

$$\begin{aligned} \text{Momento máximo de torção} &= +0.00063 Q_T \frac{l}{2} = \\ &= +0.00063 \times 984 \times 4 = -2.4 \text{ Tm} \end{aligned}$$

$$\text{Ponto de inflexão} = \underline{9^\circ 33'}$$

### b) Dimensionamento

É de toda a conveniencia que a largura da secção seja igual ao diametro dos pilares. Feito um cálculo rápido e aproximado dos pilares, achamos que estes não terão diametro superior a 60 cms., pelo que resolvemos fixar com essa dimensão a largura da viga. Para a altura escolhemos arbitrariamente 90 cms. Quanto ás armaduras, achamos preferivel efetuar um cálculo aproximado, empregando o ábaco de Mörsh, relativo ao caso de *pressoflexão*, aplicado tanto para a secção do apoio como para a do centro. Escolhidas, assim, as armaduras, julgamos conveniente efetuar as devidas verificações das fadigas.

Quanto ás taxas de trabalho, empregamos as constantes das normas alemãs (DIN 1045), admitindo um concreto cuja resistencia

$$W_{b28} = 160 \text{ kg/cm}^2.$$

Para o concreto:

$$\begin{aligned} \text{Na secção do apoio (zona de momento negativo)} \quad \sigma_b &= 60 \text{ kg/cm}^2 \\ \text{» » » centro ( » » » positivo)} \quad \sigma_b &= 50 \text{ »} \end{aligned}$$

$$\text{Para o ferro: } \sigma_e = 1200 \text{ kg/cm}^2.$$

Fórmulas a empregar:

1. — Cálculo da armadura principal

Abaco de Mörsh, correspondente á seguinte relação  $\underline{a = 0.08 d}$

$$M_e = N (e + c)$$

$$M'_e = N (e - c)$$

$$\rho = \frac{M_e}{\sigma_b b d^2} \quad \rho' = \frac{M'_e}{\sigma_b b d^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma_e}{\sigma_b}$$

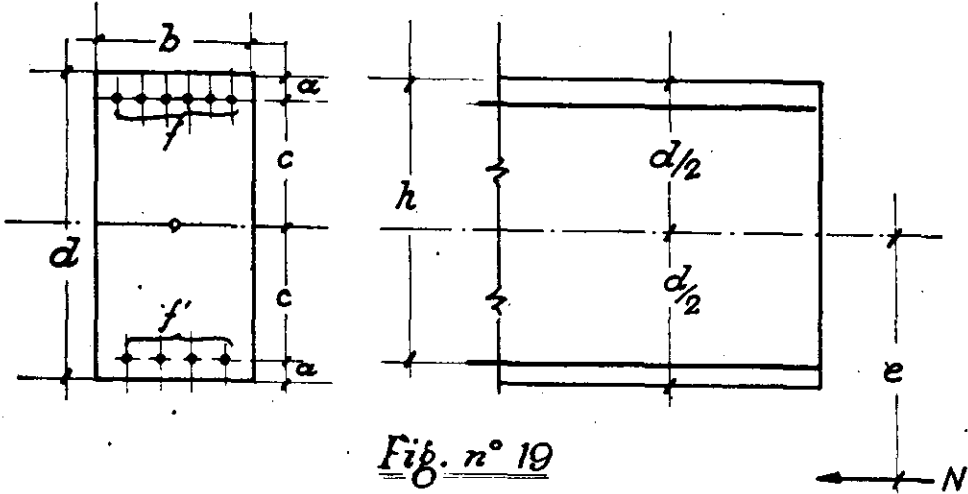


Fig. n.º 19

Pelo ábaco, entrando com o valor de  $\varepsilon$  e com os valores de  $\rho$  e  $\rho'$  acima calculados, determinamos os valores de  $\mu'$  e  $\mu$  respectivamente.

Então:

$$f = \mu b d$$

$$f' = \mu' b d$$

## 2. — Verificação das fadigas

Adotamos as fórmulas citadas no livro do Eng. J. M. Toledo Malta, para presso-flexão

Armadura assimétrica:

$$x^3 - 3x^2 \left( \frac{d}{2} - e \right) + \frac{6nx}{b} \left[ (f + f') e + f \left( \frac{d}{2} - a \right) - f' \left( \frac{d}{2} - a \right) \right] - \frac{6ne}{b} \left[ f'a + f(d - a) \right] - \frac{6n}{b} \left[ f'a \left( \frac{d}{2} - a \right) + f(d - a) \left( \frac{d}{2} - a \right) \right] = 0$$

$$\sigma_b = \frac{2 N x}{b x^2 + 2 n f' (x - a) - 2 n f (h - x)}$$

$$\sigma_e = n \sigma_b \frac{h - x}{x}$$

$$\sigma'_e = n \sigma_b \frac{x - a}{x}$$

Armadura simétrica

$$x^3 - 3\left(\frac{d}{2} - e\right)x^2 + \frac{12nf}{b}x - \frac{6nf}{b}\left[de + 2\left(\frac{d}{2} - a\right)^2\right] = 0$$

$$\sigma_b = \frac{2Nx}{bx^2 + nf(2x - d)}$$

$\sigma_e$  e  $\sigma'_e$ , são as mesmas do caso anterior.

*Secção do apoio*

Dados:

$$M = -32.6 \text{ ton. mts.} \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_b = 60 \\ \sigma_e = 1200 \end{array} \right| \quad \varepsilon = \frac{1200}{60} = 24 \quad \left| \quad e = \frac{M}{N} = \frac{32.6}{32.8} = 100 \text{ cm.} \right.$$

$b = 60$	$a = 0.08 \times 90 = 7.2 \text{ cms.}$	$h = 90 - 7.2 = 82.8 \text{ cms.}$
$d = 90$	$c = 0.42 \times 90 = 37.8$	$\sigma_b b d^2 = 60 \times 60 \times 90^2 = 29160000$

$$M_e = 32800 \times 137.8 = 4490000$$

$$\rho = \frac{4490000}{29160000} = 0.154$$

Pelo ábaco

Para  $\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 20 \\ \rho = 0.154 \end{array} \right\} \mu' = 0.05 \%$

$$f' = 0.05 \times 60 \times 90 = 2.7 \text{ cm}^2$$

Usaremos  $f' = 2 \Phi 7/8 (7.8 \text{ cm}^2)$

$$M'_e = 32800 \times 62.2 = 2030000$$

$$\rho' = \frac{2030000}{29160000} = 0.07$$

Pelo ábaco

Para  $\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 20 \\ \rho' = 0.07 \end{array} \right\} \mu = 0.5 \%$

$$f = 0.5 \times 60 \times 90 = 27 \text{ cm}^2$$

Usaremos  $f = 7 \Phi 7/8'' = 27.2 \text{ cm}^2$

*Verificação*

$$x^3 - 3x^2(45 - 100) + \frac{6 \times 15}{60}x[(27.2 + 7.8)100 + 27.2(45 - 7.2) - 7.8(45 - 7.2)] - \frac{6 \times 15 \times 100}{60}[7.8 \times 7.2 + 27.2(90 - 7.2)] - \frac{6 \times 15}{60}[-7.8 \times 7.2(45 - 7.2) + 27.2(90 - 7.2)(45 - 7.2)] = 0$$

$$x^3 + 165x^2 + 6350x - 470760 = 0 \quad x = 33.2 \text{ cms.}$$

$$\sigma_b = \frac{2 \times 32800 \times 35.2}{60 \times 35.2^2 + 30 \times 7.8(35.2 - 7.2) - 30 \times 27.2(82.8 - 35.2)} = 55 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 55 \times 15 \frac{82.8 - 35.2}{35.2} = 1115 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_e = 55 \times 15 \frac{35.2 - 7.2}{35.2} = 655 \text{ kg/cm}^2$$

Secção do centro

Dados:

$$\begin{array}{l} M = + 16.4 \text{ ton.mt.} \\ N = 32.8 \text{ ton.} \end{array} \quad \begin{array}{l} \sigma_b = 50 \\ \sigma_e = 1200 \end{array} \quad \left| \quad \varepsilon = \frac{1200}{50} = 24 \quad \right| \quad \left| \quad e = \frac{16.4}{32.8} = 50 \text{ cms.} \right.$$

$$\begin{array}{l} b = 60 \\ d = 90 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} a = 7.2 \\ c = 37.8 \end{array} \right. \quad \left| \quad \begin{array}{l} h = 82.8 \text{ cms.} \\ \sigma_b db^2 = 50 \times 60 \times 90^2 = 24300000 \end{array} \right.$$

$$M_e = 32800 \times 87.8 = 2880000$$

$$M_e' = 32800 \times 12.2 = 400000$$

$$\rho = \frac{2880000}{24300000} = 0.119$$

$$\rho' = \frac{400000}{24300000} = 0.017$$

Pelo ábaco

Pelo ábaco

$$\text{para } \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 24 \\ \rho = 0.119 \end{array} \right\} \mu' = 0$$

$$\text{para } \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = 24 \\ \rho' = 0.017 \end{array} \right\} \mu = 0.1 \%$$

$$f' = 0$$

$$f = 0.1 \times 60 \times 90 = 5.4 \text{ cm}^2$$

$$\text{Usaremos } f' = 2 \Phi 7/8 (= 7.8 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Usaremos } f = 2 \Phi 7/8 (= 7.8 \text{ cm}^2)$$

Verificação

Aplicamos as fórmulas para armadura simétrica

$$x^3 - 3(45 - 50) \cdot x^2 + \frac{12 \times 15 \times 50 \times 7.8}{60} x - \frac{6 \times 15 \times 7.8}{60} \left[ 90 \times 50 + 2(45 - 7.2)^2 \right] = 0$$

$$x^3 + 15x^2 + 1170x - 86084 = 0 \quad x = 32.1$$

$$\sigma_b = \frac{2 \times 32800 \times 32.1}{60 \times 3.21^2 \cdot 2 \times 15 \times 7.8 (64.2 - 90)} = 38 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 15 \times 38 \frac{82.8 - 32.1}{32.1} = 900 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e' = 15 \times 38 \frac{32.1 - 7.2}{32.1} = 440 \text{ kg/cm}^2$$

Observação: As fadigas resultantes são baixas visto ser a secção do concreto demasiado grande para absorver os esforços da secção do centro, que são bem menores.

3. - Córte e dobramento das barras

Por brevidade omitimos o diagrama dos momentos, por meio do qual foi feito o estudo do córte e dobramento das barras.

4. - Cálculo da armadura transversal (estribos)

Esforço constante unitario  $\tau$

$$\tau = \frac{Q}{by}$$

onde  $Q = 61500 \text{ kg.}$   
 $b = 60.$

O braço de alavanca  $y$  não precisa, neste caso, ser determinado com exatidão. Podemos pôr  $y = 7/8 h.$

$$\therefore y = \frac{7}{8} .82.8 = 72.5$$

$$\tau = \frac{61500}{60 \times 72.5} = 14.2 \text{ kg/cm}^2$$

Devemos, pois, colocar armadura transversal.

Apezar de termos algumas barras curvadas, propositalmente colocadas para absorver parcialmente os esforços tangenciais, resolvemos colocar estribos para absorver a totalidade destes esforços, afim de facilitar a montagem das barras de resistencia. Pelo mesmo motivo colocamos estribos tambem na zona central onde os esforços poderiam ser absorvidos só pelo concreto.

Então:

Para o caso de carga uniformemente distribuida

$$F_E = 0.221 Q \frac{l_1}{y}$$

$$l_1 = 2a. \text{ Sendo neste caso } a = \frac{l}{2}, l_1 = l = 3.142$$

$$F_E = \frac{0.221 \times 61500 \times 3.142}{72.5} = 59000 \text{ kg.}$$

Para estribos de 6 ramos  $\Phi 3/8 \text{ } w_{se} = 5124 \text{ kg.}$

Numero de fiadas  $N = \frac{59000}{5124} = 11.2$       Seja  $N = 12$

Para o cálculo dos espaçamentos compilamos o seguinte quadro

Estribos: 6 ramos  $\Phi 3/8''$        $N = \underline{12} | 157.1$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Distancias a partir dos apoios →	3	10	17	25	33	41	51	61	72	85	102	127

Observação: Serão omitidos os 4 primeiros estribos por estarem incluidos na coluna.



## 5. — Verificação á torção

Segundo Santarella o esforço unitario de torção é dado pela seguinte expressão :

$$\tau_t = K \frac{M_t}{db^2} \text{ quando } d > b$$

Sendo 
$$K = 3 + \frac{2.6}{0.45 + \frac{d}{b}}$$

Para  $d = 90$        $b = 60$

$$K = 3 + \frac{2.6}{0.45 + 1.5} = 3 + 1.33 = 4.33$$

Para  $M_t = 2.4$  ton. metro

$$\tau_t = \frac{240000 \times 4.33}{90 \times 60^2} = 3.2 \text{ kg/cm}^2$$

Sendo  $\tau_t < \text{kg/cm}^2$ , é dispensavel a armadura especial.

c) *Detalhes*: Vide desenhos da Prancha 3/11.

## II — Projeto do Fuste

Como já foi mencionado anteriormente, compõe-se o fuste de 8 pilares ligados entre si por dois sistemas de contraventamentos (um transversal e outro lateral), colocados em 7 planos diferentes, conforme mostra a figura n.º 4.

Para a determinação dos momentos e dos esforços axiais em todas as barras do fuste, deveríamos, a rigor, considerar a estrutura no espaço, isto é, um conjunto de quadros rigidos em varios planos. Neste caso o problema comportaria num numero demasiado grande de indeterminações e a solução tornar-se-ia excessivamente laboriosa. Afim de facilitar os cálculos, resolvemos, pois, considerar apenas a estrutura no plano formado por dois pilares situados em faces opostas e ligados pelas barras do contraventamento transversal. Julgamos que, assim procedendo, os resultados, embora não exatos, seriam plenamente satisfatorios sob o ponto de vista de estabilidade, com insignificante prejuizo do factor economico.

Contudo, a estrutura assim simplificada não abrange as barras do contraventamento lateral, cujos esforços, porém, poderão ser determinados multiplicando os do contraventamento transversal por uma relação  $K$  facilmente determinavel, como veremos oportunamente.

Tendo em vista que tanto os pilares como as barras dos contraventamentos formam uma só estrutura não podemos separar o cálculo dos esforços como procedido no caso do reservatório. Resolvemos, pois, elaborar o estudo dos esforços em conjunto, para em seguida efectuar o dimensionamento separado de ambos.

Os esforços são produzidos por dois tipos de cargas, isto é, a pressão do vento e as cargas verticaes. Vamos fazer separadamente estes dois estudos.

## A — ESTUDO GERAL DOS ESFORÇOS DEVIDOS À PRESSÃO DO VENTO

### 1.º — Intensidade do vento

As nórmas alemãs especificam que a pressão unitária  $w$  em estruturas elevadas deve ser igual a  $125 + 0.6 H \text{ kg/m}^2$  (sendo  $H =$  altura total) atuando horizontalmente.

Em nosso caso,  $w$  seria igual a  $125 + 0.6 \times 40 = 149 \text{ kg/m}^2$ . (\*)

### 2.º — Fórmulas para a determinação das pressões totais

As paredes do fuste formam, como já vimos, um recinto octogonal. Emaora o reservatorio seja de fórmula cilíndrica, será também considerado com prisma octogonal, colocando-nos no lado de maior segurança.

A pressão do vento exercida sobre a cupula não será levada em conta visto ser esta muito baixa; em compensação, afim de simplificar os cálculos, a superfície do fundo do reservatório será considerada como prolongamento das paredes octogonais da caixa.

Vamos, em primeiro lugar, deduzir as fórmulas para a determinação das pressões normais totais sobre as faces do prisma.

Para esta dedução devemos supôr que uma das faces esteja orientada normalmente á direção do vento.

Sejam :

$w =$  pressão unitaria do vento atuando horizontalmente

$h =$  altura

$a =$  largura } da face

$F =$  superficie total }

$N' =$  pressão normal total sobre a face normal

$N'' =$  pressão normal total sobre a face inclinada

$N =$  pressão normal total

As pressões  $N''$  admitem duas componentes  $H''$  e  $V''$ . Quanto ás

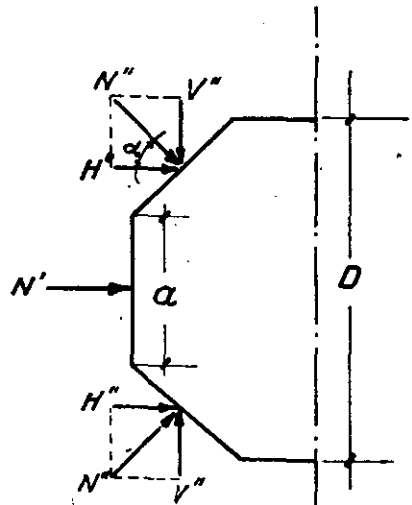


Fig. n.º 21

(\*) Julgamos, contudo, que este valor é exagerado para o Brasil e resolvemos adotar  $w = 100 \text{ kg/m}^2$ .

componentes  $V''$ , por serem iguais e opostas em direção, se equilibram e seu efeito é nulo. Quanto ás componentes  $H''$ , seus efeitos se somam.

Portanto:

$$N = N' + 2 H''$$

Mas

$$H'' = N'' \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} N''$$

$$N = N' \operatorname{sen} 45^\circ = \frac{N'}{2}$$

$$\therefore N'' = \frac{\sqrt{2}}{2} N'$$

$$\therefore N = N' + \frac{\sqrt{2}}{2} N' = N' \left( 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 1.707 N'$$

Mas

$$N' = wF = wa h$$

$$\therefore N = 1.707 wa h$$

Desejando escrever esta fórmula em função de  $D$ , temos:

$$D = a + 2a \frac{\sqrt{2}}{2} = 2.414 a$$

$$a = \frac{D}{2.414}$$

$$\therefore N = \frac{1.707}{2.414} wh D = 0.707 wh D$$

Para

$$w = 100 \text{ kg/m}^2 \quad N = 70.7 Dh$$

### 3.º — Distribuição das pressões

O valor de  $N$  dará a pressão total exercida sobre as três faces do prisma  $CA$ ,  $AE$  e  $ED$  da figura abaixo. Para o cálculo dos pilares e dos contraventamentos transversais admitimos que a pressão total  $N$  se distribúa em partes iguais sobre as juntas  $A$  e  $E$ . Donde  $P = \frac{N}{2}$ .

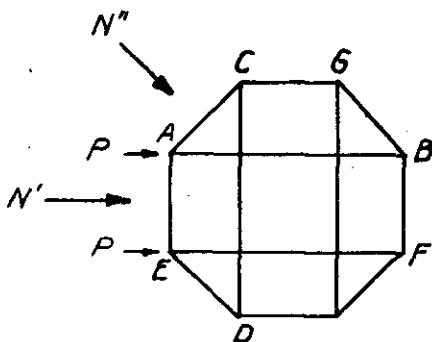


Fig. n.º 22

Mas para o cálculo do contraventamento lateral é necessario determinar-se a pressão  $P'$  que atúa horizontalmente na direção de  $CG$ . Contudo, como já dissemos, para facilitar os cálculos dos esforços nos contraventamentos laterais é preferivel determinar a relação  $K = \frac{S'}{S}$ , onde  $S'$  e  $S$  representam as forças

axiais ao longo de  $CG$  e  $AB$ , respetivamente. A determinação desta relação pôde ser feita por um método gráfico aproximado, fazendo-se a análise das juntas  $A$  e  $C$ .

Assim, pela análise da junta  $A$  determinamos o esforço  $S$  axial que se exerce ao longo da barra  $AB$ . Como se trata da determinação de uma relação e como as pressões são todas funções de  $N'$ , escolhemos para esta um valor qualquer.

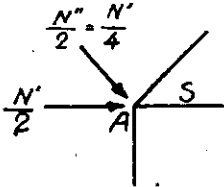


Fig. nº 23

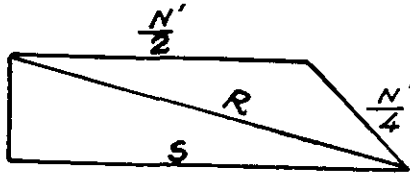


Fig. nº 24

Em seguida analisámos as forças concorrentes na junta  $C$ , admitindo a pressão do vento atuando normalmente à face  $AC$ . A resultante  $R$  em  $C$  é igual á precedente, mas com uma deflexão de  $45^\circ$ .

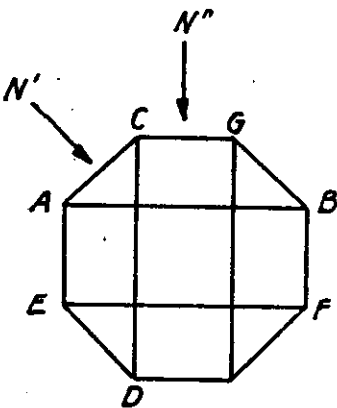


Fig. nº 25

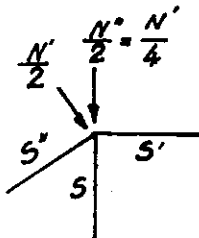


Fig. nº 26

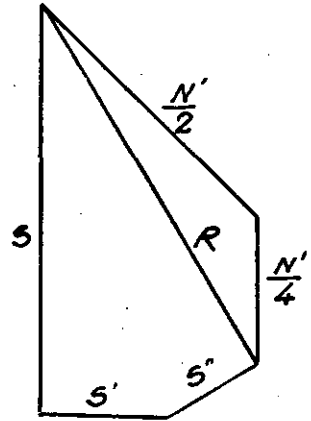


Fig. nº 27

No ponto  $C$  temos, porém, 3 barras e o problema é na realidade indeterminado: Contudo, podemos resolvê-lo admitindo que ao longo da barra  $CD$  atue uma força igual á que se verifica ao longo de  $AB$ .

Portanto, a relação  $K$  entre os esforços  $S'$  e  $S$  será:

$$K = \frac{S'}{S} = \frac{18}{54} = \frac{1}{3}$$

4.º — Determinação das pressões totais

a) Sobre as paredes do reservatório ( $N_0$ )

$$D = 12.4 \quad h = 7.5$$

$$N_0 = 70.7 \times 12.4 \times 7.5 = \underline{6575 \text{ kg.}}$$

b) Sobre as paredes do mirante( 6.º andar) ( $N_1$ )

A pressão se exerce sobre um parapeito de 1.10 de altura (sendo  $D = 8$  mts) e sobre dois pilares de  $0.60 \times 3.83$ .

Portanto:

$$\text{Sobre o parapeito} = 70.7 \times 8 \times 1.10 = 622 \text{ kg.}$$

$$\text{os pilares} = 2(100 \times 0.60 \times 2.73) = \underline{328}$$

$$N_1 = 950$$

c) Sobre as demais paredes do fuste

$$D = 8 \quad h = 5.40$$

$$N_2 = N_3 = N_4 = N_5 = 70.7 \times 8 \times 5.4 = \underline{3054 \text{ kg.}}$$

5.º — Fórmulas para a determinação dos momentos

Neste estudo adotámos as seguintes:

a) *Convenções*

(1) São considerados momentos positivos os que produzem esforços de extensão no lado da linha pontilhada da figura n.º 29.

(2) As barras horizontais, que representam o contraventamento transversal, serão designadas com numeros pares e as verticais, que representam os pilares, com numeros impares. Os nós serão designados por letras maiusculas.

(3) Os momentos são designados pela letra  $M$  com um índice literal, que se refere ao nó, e um sub-índice numérico, que se refere á barra.

b) *Considerações preliminares*

(A) Sobre cada pilar atúam as pressões  $P$  que, como dissémos, correspondem á metade das pressões normais  $N$ . Tais forças são aplicadas sobre os nós da estrutura, como indica a figura 28.

Então:

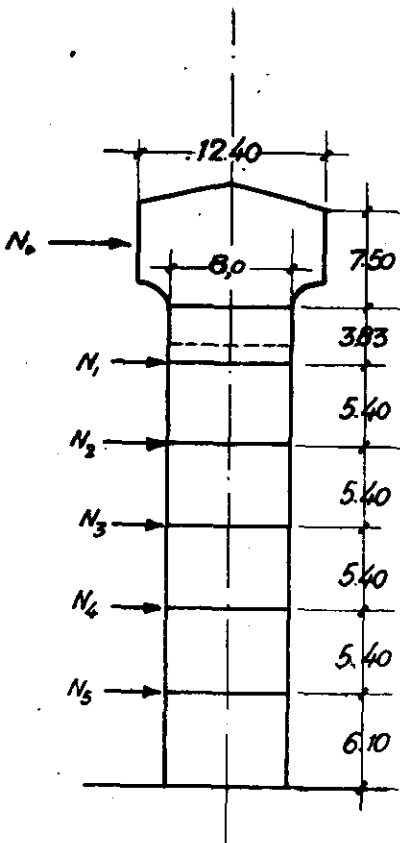


Fig. n.º 28

$$P_0 = \underline{3287 \text{ kg.}}$$

$$P_1 = \underline{475 \text{ kg.}}$$

$$P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = \underline{1527 \text{ kg.}}$$

(B) A pressão  $P_0$  que atúa sobre a caixa do reservatório, deve ser transferida para o nó  $A$  da estrutura. Neste caso devemos acrescentar, neste nó, um momento que deve ser contrabalançado pelo binário  $S_A$  e  $S_{A'}$ . (esforços axiais ao longo de todo o pilar).

Então:

$$S_A = P_0 \times \frac{3.735}{7.391} = \frac{3287 \times 3.735}{7.391} = 1660 \text{ kg.}$$

$$S_{A'} = - 1660 \text{ kg.}$$

Este esforço será somado algebricamente aos esforços axiais do pilar que iremos determinar.

### c) Dedução das fórmulas

Apezar da simplificação mencionada no principio deste parágrafo, esta estrutura continúa sendo estaticamente indeterminada e o cálculo dos esforços só poderia ser rigorosamente feito pela aplicação dos principios da elasticidade.

Afim de facilitar os cálculos resolvemos introduzir uma condição que não se afasta muito da verdade e que, portanto, poderá fornecer resultados satisfatorios. Consiste a condição em considerar os pontos médios das barras verticais como sendo os pontos de inflexão das curvas elasticas, isto é, pontos de momento nulo. Assim sendo, teremos introduzido uma nova equação, applicavel em todas as barras verticais, tornando o sistema determinado. A nova equação póde ser escrita igualando entre si os momentos em 2 nós consecutivos do pilar, considerando-os com o sinal trocado.

Passemos á demonstração das fórmulas :

Consideremos um nó qualquer (seja  $B$ ) e as barras que a ele concorrem (1, 3 e 4).

As forças exteriores são: A força  $R$ , atuando no nó  $C$ , e que representa a reacção devida ás pressões acumuladas até a junta  $B$  inclusive, e é portanto igual a  $\frac{\Sigma P}{2}$ . Momento  $M_{C_3}$ . Então:

Pelo equilibrio estático:

$$M_{B_3} = M_{C_3} + \frac{\Sigma P}{2} \cdot l \quad (1)$$

$$M_{B_3} = M_{B_4} + M_{B_1} \quad (2)$$

Pelas condições acima estabelecidas

$$M_{B_1} = - M_{A_1} \quad (3)$$

$$M_{B_3} = - M_{C_3} \quad (4)$$

Parece a princípio que o sistema é ainda indeterminado, pois temos 4 equações com 5 incógnitas. Devemos, porém, notar que  $M_{A_1}$  é um valor já conhecido, pelo cálculo da junta anterior.

De equações acima podemos estabelecer as fórmulas para a determinação direta das 3 incógnitas em cada nó. Assim:

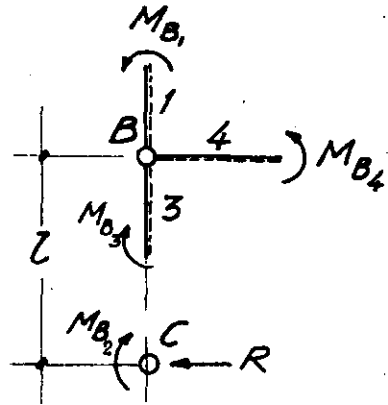


Fig. nº 29

De (3)  $M_{B_1} = - M_{A_1} \quad (5)$

Combinando as equações (1) e (4)

$$M_{B_3} = \frac{\Sigma P}{4} \cdot l \quad (6)$$

De (2)  $M_{B_4} = M_{B_3} - M_{B_1} \quad (7)$

### 6.º — Determinação dos momentos

Aplicando ao nosso projeto as fórmulas acima deduzidas, temos:

<p>1.º Junta A</p> <p><math>\Sigma P = P_0 = 3287 \text{ kg.}</math></p> <p><math>l = 3.83,</math></p>	<p>De (5) <math>M_{A_0} = 0</math></p> <p>De (6) <math>M_{A_1} = \frac{\Sigma P}{4} \cdot l = \frac{3287 \times 3.83}{4}</math>  <math>= 3147 \text{ kg. mt.}</math></p> <p>De (7) <math>M_{A_2} = M_{A_1} - M_{A_0} = 3147 \text{ kg.mt}</math></p>
<p>2.º Junta B</p> <p><math>\Sigma P = 3287 + 475 = 3762 \text{ kg.}</math></p> <p><math>l = 5.40</math></p>	<p>De (5) <math>M_{B_1} = - 3147 \text{ kg. mt.}</math></p> <p>De (6) <math>M_{B_3} = \frac{3762 \times 5.40}{4} = + 5079 \text{ kg/m}</math></p> <p>De (7) <math>M_{B_4} = 5079 - (- 3147)</math>  <math>= 8226 \text{ kg. mts.}</math></p>
<p>3.º Junta C</p> <p><math>\Sigma P = 3762 + 1527 = 5289 \text{ kg.}</math></p> <p><math>l = 5.40</math></p>	<p><math>M_{C_3} = - 5079 \text{ kg. mts.}</math></p> <p><math>M_{C_5} = \frac{5289 \times 5.40}{4} = + 7140 \text{ kg. mts.}</math></p> <p><math>M_{C_6} = 7140 - (- 5079) = + 12219</math></p>

<p>4.º) Junta D  <math>\Sigma P = 5289 + 1527 = 6816 \text{ kg.}</math>  <math>l = 5.40</math></p>	<p><math>M_{D_5} = - 7140 \text{ kg. mts.}</math>  <math>M_{D_7} = \frac{6816 \times 5.40}{4} = 9202 \text{ kg. mts.}</math>  <math>M_{D_8} = 9202 - (- 7140) = \underline{16342}</math></p>
<p>5.º) Junta E  <math>\Sigma P = 6816 + 1527 = 8343 \text{ kg.}</math>  <math>l = 5.40</math></p>	<p><math>M_{E_7} = - 9202 \text{ ks. mts.}</math>  <math>M_{E_9} = \frac{8343 \times 5.40}{4} = \underline{11263} \text{ kg. mts.}</math>  <math>M_{E_{10}} = 11263 - (- 9202) = \underline{20645}</math></p>
<p>6.º) Junta F  <math>\Sigma P = 8343 + 1527 = 9870 \text{ kg.}</math>  <math>l = 8.10</math></p>	<p><math>M_{F_9} = - 11263 \text{ kg. mts.}</math>  <math>M_{F_{11}} = \frac{9870 \times 5.10}{4} = \underline{19987} \text{ kg. mts.}</math>  <math>M_{F_{12}} = 19987 - (- 11263) = \underline{31250}</math></p>

Finalmente :

De (5)  $M_{G_{11}} = - \underline{19987} \text{ kg. mts.}$

Quanto ao valor de  $M_{G_{11}}$ , como esta barra coincide com as vigas das fundações, só poderemos determiná-lo na ocasião de projetar estas ultimas.

7.º — Fórmulas para a determinação das forças cortantes

a) Forças cortantes horizontais

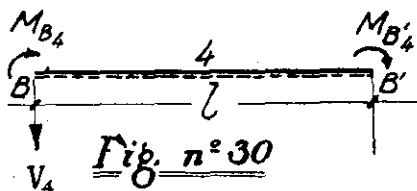
Evidentemente são iguais á metade das pressões acumuladas até cada junta considerada, inclusive a que atúa sobre a mesma.

Portanto:

$$H = \frac{\Sigma P}{2}$$

b) Forças cortantes verticais

Considerando uma barra horizontal qualquer (barra 4, cujas extremidades são B e B')



$$- V_4 l + M_{B_1} + M'_{B_1} = 0$$

$$\therefore V_4 = \frac{M_{B_1} + M'_{B_1}}{l}$$

Mas  $M'_B = M_{B_1}$

$$\therefore V_4 = \frac{2M_{B_1}}{l}$$



## 8.º — Determinação das forças cortantes

Aplicando as fórmulas acima deduzidas, em nosso problema, temos:

<i>a) No sentido horizontal</i>	<i>b) No sentido vertical</i>
Na barra (1) $H_1 = \frac{P_0}{2} = 1643$	Na barra (2) $V_2 = \frac{2 \times 3147}{7.391} = 852$
» » (3) $H_3 = 1643 + 237 = 1880$	» » (4) $V_4 = \frac{2 \times 8226}{7.391} = 2226$
» » (5) $H_5 = 1880 + 764 = 2644$	» » (6) $V_6 = \frac{2 \times 12219}{7.391} = 3306$
» » (7) $H_7 = 2644 + 764 = 3408$	» » (8) $V_8 = \frac{2 \times 16342}{7.391} = 4422$
» » (9) $H_9 = 3408 + 764 = 4172$	» » (10) $V_{10} = \frac{2 \times 20645}{7.391} = 5587$
» » (11) $H_{11} = 4172 + 764 = 4936$	» » (12) $V_{12} = \frac{2 \times 31250}{7.391} = 8456$

## 9.º — Fórmulas para a determinação dos esforços axiais

*a) Nas barras horizontais*

Os esforços nestas barras são iguais ao dobro das forças cortantes  $H$  das barras verticais correspondentes. Assim:

$$S = 2 H$$

*b) Nas barras verticais*

Os esforços nas barras verticais do lado direito são iguais ás forças cortantes  $V$  das barras horizontais correspondentes acrescidos do esforço  $S'_A$  devido á transferencia da pressão  $P_0$ . Então

$$S = V + 1660$$

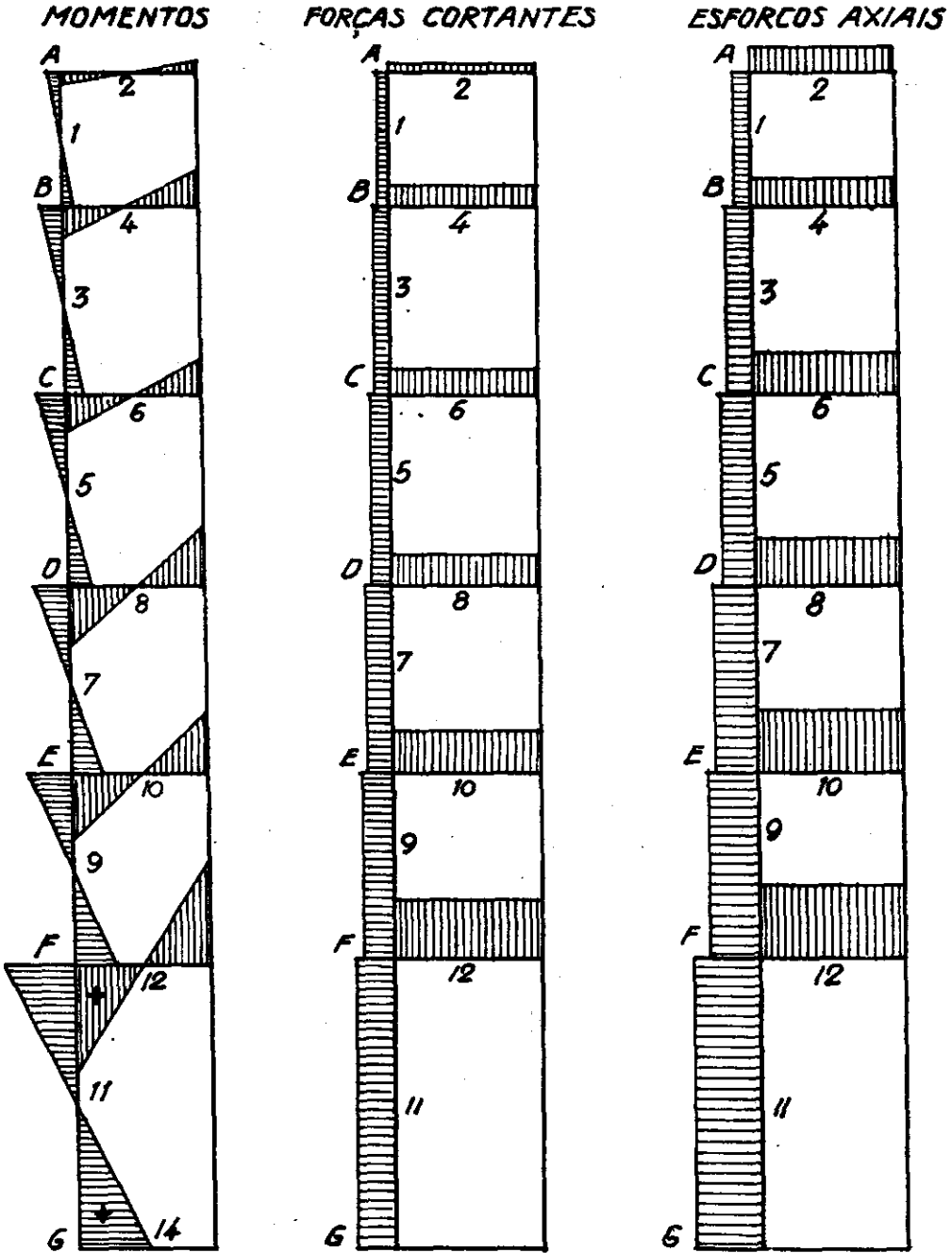
## 10.º — Determinação dos esforços axiais

<i>a) Nas barras horizontais</i>	<i>b) Nas barras verticais</i>
$S_2 = 2 \times 1643 = 3286$ Kg.	$S_1 = 822 + 1660 = 2512$ Kg.
$S_4 = 2 \times 1880 = 3760$ »	$S_3 = 2226 + 1660 = 3886$ »
$S_6 = 2 \times 2644 = 5288$ »	$S_5 = 3306 + 1660 = 4966$ »
$S_8 = 2 \times 3408 = 6816$ »	$S_7 = 4422 + 1660 = 6082$ »
$S_{10} = 2 \times 4172 = 8344$ »	$S_9 = 5587 + 1660 = 7247$ »
$S_{12} = 2 \times 4936 = 9872$ »	$S_{11} = 8456 + 1660 = 10116$ »

*Observação:* Todos os momentos, forças cortantes e esforços calculados até agora, com excepção dos esforços nas barras horizontais que são sempre a compressão, podem ser tanto positivos como negativos, segundo atúa o vento, de um lado ou de outro. Na análise dos esforços máximos são ambos levados em conta:

11.º — Diagrama dos momentos, forças cortantes e esforços devidos á pressão do vento

DIAGRAMAS



ESCALAS:

- ESTRUTURA - 1:400
- MOMENTOS - 1cm = 20 TON.
- FORÇAS CORTANTES - 1cm = 10 TON.
- ESFORÇOS AXIAIS - 1cm = 10 TON.

Fig. nº 31

## 12.º — Quadro geral dos resultados

Barras		Momentos kg. mts.	Forças cortantes kg.	Esforços axiais kg.			
Verticais	1	+ {	- {	+ {			
	3				3147	1643	2512
	5				5079	1880	3886
	7				7140	2644	4966
	9				9202	3408	6082
	11				11263	4172	7247
		19987	4936	10116			
Horizontais	2	+ {	+ {	- {			
	4				3147	852	3266
	6				8226	2226	3760
	8				12219	3306	5288
	10				16342	4422	6816
	12				20645	5587	8344
	31250	8456	9872				

## B — ESTUDO GERAL DOS ESFORÇOS DEVIDOS ÀS CARGAS VERTICAIS

## 1.º — Cargas e sobrecargas verticais

As cargas e sobrecargas verticais que atuam sobre o fuste são as seguintes:

- 1 — Peso total do reservatório e respectivas sobrecargas
- 2 — Peso proprio dos pilares e dos contraventamentos
- 3 — Peso proprio das lajes dos 2 únicos pavimentos
- 4 — Sobrecarga a ser admitida sobre as lajes
- 5 — Paredes de contorno.

Para o cálculo destas cargas é necessario o estabelecimento, prévio das dimensões aproximadas dos pilares e contraventamentos, afim de se determinarem os pesos dos mesmos, e a fixação das sobrecargas.

A fixação prévia das dimensões não é tarefa muito facil dada a variedade de elementos que influem no projeto das varias peças; mas conseguimos fixa-las por meio de comparação com obras congêneres. Vamos, pois, em primeiro lugar, proceder á

## a) Fixação das dimensões

Diametro dos pilares (colunas percintadas de secção octogonal)

6.º e 5.º andares	$D = 60$ cms.
4.º e 3.º »	$D = 70$ »
2.º andar	$D = 80$ »
1.º »	$D = 90$ »

**Barras de contraventamento transversal**

Plano 7 — Barra 2	20 × 40
» 6 — » 4	25 × 50
» 5 — » 6	30 × 60
» 4 — » 8	35 × 70
» 3 — » 10	40 × 80
» 2 — » 12	45 × 90

**Barras de contraventamento lateral**

Todas de 30 × 60

**Espessura das lages**

Para o 5.º plano	$d = 10$ cms.
» o 2.º »	$d = 12$ »

Paredes: Todas de 1 tijolo de espessura.

**Sobrecargas:**

(a) Atuando sobre os planos dos contraventamentos 100 k/gm<sup>2</sup>

(b) » » » pavimentos { Plano 6 250 »  
 { Plano 2 500 »

*Observação:* Apenas para efeito arquitetônico serão construídos em correspondência a cada pilar, no lado externo, falsos contrafortes de alvenaria de tijolo. Não é necessário calcular o peso destes massiços que não atúam propriamente sobre a estrutura, pois apoiam diretamente sobre o terreno, acima das fundações gerais. Estes pesos serão oportunamente incluídos no calculo da carga total que atúa sobre a sapata.

*b) Determinação das cargas verticais totais*

Calcularemos em primeiro logar as cargas verticais provenientes do reservatório e em seguida as que atúam diretamente sobre o fuste.

(1) Cargas verticais provenientes do reservatório

(a) Resumo dos volumes e pesos das estruturas:

	Pêso	Volume
Cobertura (incluindo cupula, beiral, anel e revestimento)	21 m <sup>3</sup>	50.4 Ton
Cilindro externo (incluindo anel, colunas, molduras e revestimento) .....	64.5 »	155.0 »
Cilindro interno (incluindo anel, e revestimentos) ..	5.0 »	12.0 »
Geratrizes (interna e externa, incluindo anel e revestimento) .....	33.4 »	80.2 »
	<u>123.9 »</u>	<u>297.6 »</u>

(b) Sobrecargas

Pêso da agua	671 ton
Sobrecarga sobre a cupula	15 »
	<u>686 »</u>

(2) Cargas verticais do proprio fuste

Convém fazer o cálculo separado relativo a cada plano para facilitar o cálculo dos esforços nos pilares. Para maior clareza organizámos o seguinte quadro.

Resumo das cargas verticais

C A R G A S				S O B R E C A R G A S				
Pilar	T O T A I S			Sobre cada pilar	T O T A I S			Sobre cada pilar
			Ton.					
1	Pilares = $8 \times .8284 \times .60^2 \times (3.83 - 0.45) \times 2400$ =		19.4				Do Plano 2	
	Contr. transv. 2 = $4 \times .20 \times 0.40 \times 6.8 \times 2400$ =		5.2	24.6	3.06		= $0.8284 \times 7.4^2 \times 100$ =	0.57
3	Pilares = $8 \times .8284 \times 6.7^2 \times 5.40 \times 2400$ =		31.0				Do Plano 4 = $0.8284 \times 7.4^2 \times 250$ =	11.4
	Parap. do 6.º and. = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.6) 0.8 \times .3 \times 1600$ =		7.6					
	Lage do 6.º and. = $0.10 \times .8284 \times 7.4^2 \times 2400$ =		11.0					
	Contr. trans. 4 = $4 \times .25 \times .50 \times 6.8 \times 2400$ =		8.1					
	» lateral 4 = $(3.05 \times 8 - 8 \times 0.6) 0.3 \times 0.6 \times 2400$ =		8.5	66.2	8.26			1.42
5	Pilares = $8 \times .8284 \times 7.0^2 \times 5.40 \times 2400$ =		42.0				Do Plano 6 = $0.8284 \times 7.4^2 \times 100$ =	4.6
	Paredes do 5.º and. = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.6) 0.3 \times 4.8 \times 1600$ =		45.3					
	Contr. trans. 6 = $4 \times .30 \times .60 \times 6.7 \times 2400$ =		11.4					
	» lateral 6 = $3.06 \times 8 - 8 \times 0.6) 0.3 \times 0.6 \times 2400$ =		8.5	107.4	13.44			0.58
7	Pilares = $8 \times .8284 \times 7.0^2 \times 5.40 \times 2400$ =		42.0				Do Plano 8 = $0.8284 \times 7.4^2 \times 100$ =	4.6
	Pared. do 4.º and. = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.7) 0.3 \times 4.8 \times 1600$ =		42.5					
	Contr. trans. 8 = $4 \times .35 \times .70 \times 6.7 \times 2400$ =		15.8					
	» lateral 8 = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.7) 0.3 \times 0.6 \times 2400$ =		7.4	108.7	13.57			
9	Pilares = $8 \times .8284 \times 8.0^2 \times 5.40 \times 2400$ =		55.0				Do Plano 10 = $0.8284 \times 7.4^2 \times 100$ =	4.6
	Paredes do 3.º and. = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.7) 0.3 \times 4.8 \times 1600$ =		43.5					
	Contr. trans. 10 = $4 \times .40 \times .80 \times 6.6 \times 2400$ =		20.4					
	» lat. 10 = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.7) 0.3 \times 0.6 \times 2400$ =		7.4	126.3	15.78			
11	Pilares = $8 \times .8284 \times 8.0^2 \times 8.10 \times 2400$ =		104.5				Do Plano 12 = $0.8284 \times 7.4^2 \times 500$ =	22.8
	Paredes do 2.º and. = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.8) 0.3 \times 4.8 \times 1600$ =		41.6					
	Lage do 2.º and. = $0.12 \times .8284 \times 7.4^2 \times 2400$ =		13.2					
	Contr. trans. 12 = $4 \times .45 \times .90 \times 6.6 \times 2400$ =		25.7					
	» lat. 12 = $(3.06 \times 8 - 8 \times 0.8) 0.3 \times 0.6 \times 2400$ =		7.1	192.1	24.00			
	T O T A L			625.3	78.13			52.6
								6.56

## 2.º — Determinação dos esforços nos pilares, devidos ás cargas verticais

As cargas verticais que acabámos de determinar produzem esforços de compressão axial nos pilares. Vamos, agora, calcular os esforços axiais em cada pilar, que são representados pelas cargas verticais que atúam sobre cada um. É conveniente fazer o cálculo das cargas e sobrecargas separadamente afim de se determinar a *carga total mínima e máxima*.

A carga total mínima é obtida somente pela carga permanente da estrutura, isto é, considerando o reservatório vazio e excluindo todas as sobrecargas.

A carga total máxima é obtida pela soma de todas.

Para o dimensionamento dos pilares precisamos conhecer as cargas acumuladas. Para clareza organizámos o seguinte

Quadro dos esforços axiais (compressão) em cada pilar devido ás cargas verticais

Pilares	Peso da Estrutura				Sobrecargas				Esforços Axiais	
	Fuste		Prov. do Reserv. $\beta$	Total $\alpha + \beta$	Fuste		Prov. do Reserv. $\gamma$	Total $\delta + \gamma$	Mínimos $\alpha + \beta$	Máximos $\alpha + \beta + \delta + \gamma$
	Cada plano	Acumulado $\alpha$			Cada plano	Acumulado $\delta$				
1	3.08	3.08	37.20	40.28	0.57	0.57	85.75	86.32	40.28	126.60
3	8.26	11.34	37.20	48.54	1.42	1.99	85.75	87.74	48.54	136.28
5	13.44	24.78	37.20	61.98	0.58	2.57	85.75	88.32	61.98	150.30
7	13.57	38.35	37.20	75.55	0.57	3.14	85.75	88.89	75.55	164.44
9	15.78	54.13	37.20	91.33	0.58	3.72	85.75	89.47	91.33	180.80
11	24.00	78.13	37.20	115.33	2.84	6.56	85.75	92.31	115.33	207.64
	78.13				6.56					

## 3.º — Determinação dos esforços nos contraventamentos devidos ás cargas verticais

As cargas verticais que atúam sobre os contraventamentos produzem nestas peças forças cortantes e momentos flectores que passamos a calcular.

Para este cálculo é razoavel supôr-se a referida carga uniformemente distribuida sobre a superficie do plano (mesmo no caso de planos não pavimentados) e portanto igualmente repartida sobre as 4 vigas que fórmam o contraventamento, admitindo que estas trabalhem independentemente.

Por se tratar de uma estrutura rigida, vamos, em primeiro lugar, estabelecer as fórmulas para a determinação dos momentos.

Para simplificar a dedução, vamos considerar que cada viga seja engastada em suas extremidades, e formando pequeno *sistema rigido* independente, com os pilares, somente até os nós próximos, de cada lado, como mostra a figura n.º 32.

a) *Dedução das fórmulas para a determinação dos momentos de engastamento.*

Seja a viga  $BB'$  engastada em suas extremidades  $B$  e  $B'$  e formando um sistema rígido com os pilares  $AC$  e  $A'C'$ .

Sejam  $l_1, l_2$  e  $l_3$  os comprimentos e  $J_1, J_2$  e  $J_3$  os momentos de inercia das barras 1, 2 e 3 respectivamente.

Seja  $q$  a carga uniformemente distribuída somente sobre a barra 2.

A linha pontilhada representa o lado de extensão para momentos positivos.

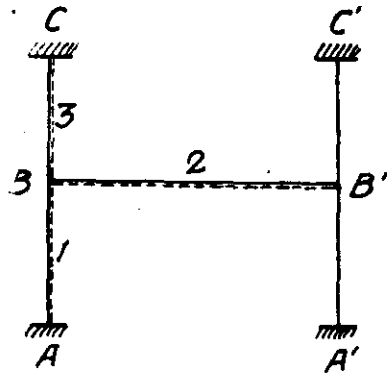


Fig. nº 32

Neste sistema, cinco são as incógnitas a saber:  $M_{A1}, M_{B1}, M_{B2}, M_{B3}$  e  $M_{C3}$ . Os momentos nos nós do lado esquerdo não são considerados, visto como, dada a simetria geral, tais valores são iguais aos correspondentes do lado direito.

A única incógnita que interessa determinar é o momento  $M_{B2}$ . Precisamos, pois, o estabelecimento de 5 equações, as quais serão fornecidas: uma pelo equilíbrio estático do nó  $B$ , e as outras 4 pelo teorema generalizado dos 3 momentos, aplicado quatro vezes.

Equações:

Pela condição de equilíbrio estático no nó  $B$ .

$$M_{B1} = M_{B2} + M_{B3} \quad (1)$$

A expressão geral resultante do teorema generalizado dos três momentos, aplicada aos dois trechos consecutivos 1 e 2, cujas juntas são  $A, B$  e  $C$ , é a seguinte:

$$K_1 M_{A1} + 2K_1 M_{B1} + 2K_2 M_{B2} + K_2 M_{C3} = -6m_{B1} K_{B1} - 6m_{B2} K_2$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  representam os graus de rigidez dos trechos 1 e 2, respectivamente.

Aplicando a expressão geral acima, aos quatro trechos de nosso sistema, temos:

Trecho  $AB$  (barra 1):

Supomos precedido por um outro trecho (barra zero), de extremidade  $X$ , sendo  $K_0 = 0$

$$K_0 M_{X_0} + 2K_0 M_{A_0} + 2K_1 M_{A1} + K_1 M_{B1} = 6m_{A_0} K_0 - 6m_{A1} K_1$$

Mas  $K_0 = 0 \quad m_{A_0} = 0 \quad m_{A1} = 0$

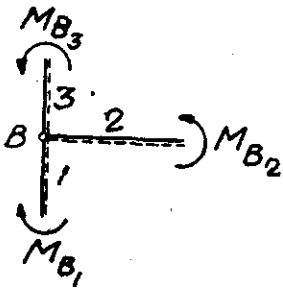


Fig. nº 33

$$\therefore 2K_1M_{A_1} + K_1M_{B_1} = 0 \qquad \therefore M_{A_1} = -\frac{1}{2}M_{B_1} \quad (2)$$

Trechos  $AB$  e  $BB'$  (barras 1 e 2):

$$K_1M_{A_1} + 2K_1M_{B_1} + 2K_2M_{B_2} + K_2M_{B'_2} = -6m_{B_1}K_1 - 6m_{B_2}K_2$$

$$\text{Mas } M_{B'_2} = M_{B_2} \qquad m_{B_1} = 0$$

$$\therefore K_1M_{A_1} + 2K_1M_{B_1} + 3K_2M_{B_2} = -6m_{B_2}K_2 \quad (3)$$

Trecho  $CB$  (barra 3):

Por analogia ao trecho  $AB$ , temos:

$$M_{C_3} = -\frac{1}{2}M_{B_2} \quad (4)$$

Trechos  $B'B$  e  $BC$  (barras 2 e 3):

Por analogia aos trechos  $AB$  e  $BB'$  (b), temos:

$$K_3M_{C_3} + 2K_3M_{B_3} - 3K_2M_{B_2} = +6m_{B_2}K_2 \quad (5)$$

Resolvendo simultaneamente as 5 equações acima, cuja solução omitimos por brevidade, resulta o seguinte valor para  $M_{B_2}$

$$M_{B_2} = -4m_{B_2} \frac{\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3}\right)K_2}{1 + \frac{2K_2}{K_1} + \frac{2K_2}{K_3}}$$

Dividindo todos os termos por  $2K_2$ , temos:

$$M_{B_2} = -4m_{B_2} \frac{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3}}{\frac{1}{K_2} + \frac{2}{K_1} + \frac{2}{K_3}} \text{ que póde ser assim escrita:}$$

$$M_{B_2} = -4m_{B_2} \frac{\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}\right) - \frac{1}{K_2}}{2\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}\right) - \frac{1}{K_2}}$$

Designando, por brevidade:

$$\varepsilon = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} \qquad \eta = \frac{1}{K_2}$$

$$e \qquad \delta = \frac{\varepsilon - \eta}{2\varepsilon - \eta}, \text{ temos:}$$

$$M_{B_2} = -4m_{B_2} \delta.$$

Sendo

$$m_{B_2} = \frac{ql^2}{24} \qquad M_{B_2} = -\frac{ql^2}{6} \cdot \delta.$$



b) Determinação dos valores de  $\delta$  nas barras horizontais.

Para determinar os valores dos grãos de rigidez  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$ , e, consequentemente, os valores de  $\epsilon$ ,  $\eta$  e  $\delta$ , é necessário o conhecimento prévio das secções das barras. Como, na realidade, o valor de  $\delta$  representa uma relação de grãos de rigidez, não é necessário o conhecimento exato dos momentos de inercia, e, portanto, podemos adotar dimensões aproximadas. Para o estabelecimento destas dimensões fizemos um rapido ante-projeto dos pilares e dos contraventamentos, aqueles projetados para os esforços e momentos máximos já determinados, e estes admitindo um engastamento perfeito nas extremidades ( $M_{A_2} = \frac{ql^2}{16}$ ), somente para as cargas verticais.<sup>1</sup>

Julgamos dispensavel, neste artigo, transcrever os cálculos relativos ao mencionado ante-projeto, para maior brevidade. Registramos aqui, simplesmente, as secções obtidas, as quais são quasi idénticas áquelas que inicialmente admitimos para o cálculo dos pesos das barras, o que torna insignificante o erro no cálculo das cargas verticais permanentes.

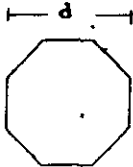

Secções propostas:

Pilares: (Secções octogonais) Contraventamentos: (Secções retangulares)

Barras	1	$d = 60$	Barras	2	$= 22 \times 45$
›	3	$d = 60$	›	4	$= 30 \times 60$
›	5	$d = 70$	›	6	$= 30 \times 60$
›	7	$d = 70$	›	8	$= 35 \times 70$
›	9	$d = 80$	›	10	$= 40 \times 80$
›	11	$d = 90$	›	12	$= 45 \times 90$

Para facilitar o cálculo de  $\epsilon$ ,  $\eta$  e  $\delta$  organizámos os seguintes quadros:

Quadro para o cálculo dos termos  $\frac{I}{K} = \frac{J}{l}$

Barras	$l$ cms.	Secção	Dimensões	$J$	$\frac{I}{K} = \frac{J}{l}$
Verticais	1		$d = \begin{cases} 60 \\ 60 \\ 70 \\ 70 \\ 80 \\ 90 \end{cases}$	709366	1852
	3			709366	1314
	5			1314187	2434
	7			1314187	2434
	9			2241946	4152
	11			3591163	4433
Horizontais	2		$b \times d = \begin{cases} 22 \times 45 \\ 30 \times 60 \\ 30 \times 60 \\ 35 \times 70 \\ 40 \times 80 \\ 45 \times 90 \end{cases}$	167053	226
	4			540000	730
	6			540000	730
	8			1000417	1357
	10			1706767	2306
	12			2733750	3694

*Nota* — Os momentos de inercia foram determinados para a secção de concreto.

Para secção octogonal  $J = 0.05473 d^4$   
 Para secção retangular  $J = 0.08333 bd^3$

Quadro para o cálculo de  $\delta$  nas barras horizontais

Barras	$\frac{1}{K_1}$	$\eta = \frac{1}{K_2}$	$\frac{1}{K_3}$	$\epsilon$	$\epsilon - \eta$	$2\epsilon - \eta$	$\delta$
2	1852	226	0	2078	1852	3930	0.471
4	1314	730	1852	3896	3166	7092	0.448
6	2434	730	1314	4478	3748	8226	0.450
8	2434	1357	2434	6225	4868	11093	0.439
10	4152	2306	2434	8892	6596	15478	0.426
12	4433	3694	4152	12278	8585	20864	0.411

c) *Fórmulas para a determinação dos momentos e forças cortantes nos contraventamentos.*

Designamos por  $M_e$  e  $M_c$  os momentos nas extremidades e nos centros respectivamente.

Pela fórmula geral deduzida, os momentos  $M_e$  nas extremidades serão:

$$M_e = -\frac{ql^2}{6} \delta = -\frac{ql^2}{24} (4 \delta).$$

E os momentos  $M_c$  no centro:

$$M_c = M_e + \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{24} (3 - 4 \delta).$$

A força cortante  $Q$  nas extremidades será igual a  $\frac{ql}{2}$

Sendo  $l$  constante em todas as vigas, ( $= 7.4$  mts), convém simplificarmos as expressões acima. Portanto:

$$\begin{aligned} M_e &= - 2.282 (4 \delta) q \\ M_c &= + 2.282 (3 - 4 \delta) q \\ Q &= + 3.7 q \end{aligned}$$

d) *Cálculos das cargas uniformes que atúam sobre os contraventamentos.*

Sobre os contraventamentos atúam apenas três tipos de cargas, a saber:

- 1 — Sobrecarga
- 2 —       da lage dos pavimentos (onde houver)
- 3 — Peso proprio do contraventamento.

A primeira foi admitida com distribuição uniforme sobre o plano e, embora tenha esta fórma octogonal, podemos, sem muito erro, admitir

que a mesma se distribúa igualmente sobre as 4 vigas do contraventamento e considera-la uniformemente distribuida sobre estas.

Então a sobrecarga  $p$ , por m.l. de viga, será obtida pela fórmula  $p = \frac{P}{4l}$  onde  $P$  representa a sobrecarga sobre o plano, já determinada.

Empregaremos o mesmo critério em relação ao peso da lage. Si designarmos por  $g'$  o peso por m.l. de viga, esta carga será igual a:  $g' = \frac{G'}{4l}$  onde  $G'$  representa o total da lage já calculada.

E finalmente o peso proprio  $g''$  será calculado pela formula  $g'' = 0,24 b d$  kg/m.l.

Afim de se poder fazer a investigação das hipóteses de carga mais desfavoraveis os esforços devem ser calculados para carga permanente e sobrecarga total, separadamente. Então, teremos:

$$\left. \begin{aligned} p &= \text{sobrecarga} \\ g &= g' + g'' = \text{carga permanente} \\ q &= p + g = \text{carga total} \end{aligned} \right\} \text{por m.l.}$$

Para o cálculo destas cargas, organizámos o seguinte

Quadro das cargas uniformemente distribuidas

BARRAS	D A D O S				CARGA PERMANENTE			SOBRE-CARGA	TOTAL
	Dimensões		P Ton	G' Ton	g' κ	g'' κ	g κ	p κ	q κ
	b <sub>cms</sub>	d <sub>cms</sub>							
2	22	45	4.6	—	—	240	240	160	400
4	30	60	11.4	11.0	380	430	810	390	1200
6	30	60	4.6	—	—	430	430	160	590
8	35	70	4.6	—	—	590	590	160	750
10	40	80	4.6	—	—	770	770	160	930
12	45	90	22.8	13.2	450	980	1430	770	2200

e) Determinação dos momentos e forças cortantes.

Aplicando as fórmulas anteriormente deduzidas, calculámos os momentos e forças cortantes devidos á carga permanente, sobrecarga e total, resumindo os resultados no seguinte quadro:

BARRAS	D A D O S			C A R G A S			M O M E N T O S						F O R Ç A S C O R T A N T E S		
	δ	4δ	3-4δ				Nas extremidades			No centro					
				g T	p T	q T	M <sub>g</sub> T <sub>m</sub>	M <sub>p</sub> T <sub>m</sub>	M <sub>q</sub> T <sub>m</sub>	M <sub>g</sub> T <sub>m</sub>	M <sub>p</sub> T <sub>m</sub>	M <sub>q</sub> T <sub>m</sub>	Q <sub>g</sub> T	Q <sub>p</sub> T	Q <sub>q</sub> T
2	0.47	1.88	1.12	0.24	0.16	0.40	-1.03	-0.69	-1.72	0.61	0.41	1.02	0.88	0.59	1.47
4	0.45	1.80	1.20	0.81	0.39	1.20	-3.33	-1.60	-4.93	2.22	1.07	3.29	3.00	1.44	4.44
6	0.45	1.80	1.20	0.43	0.16	0.59	-1.77	-0.66	-2.43	1.18	0.44	1.62	1.59	0.59	2.18
8	0.44	1.76	1.24	0.59	0.16	0.75	-2.37	-0.64	-3.01	1.67	0.45	2.12	2.18	0.59	2.77
10	0.43	1.72	1.28	0.77	0.16	0.93	-3.02	-0.63	-3.65	2.25	0.47	2.72	2.85	0.59	3.43
12	0.41	1.64	1.36	1.43	0.77	2.20	-5.35	-2.88	-8.23	4.44	2.39	6.83	5.29	2.85	8.14

**C — DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS E MOMENTOS TOTAIS**

**1.º — Hipóteses mais desfavoráveis de carga**

*a) Convenções*

Nos dois últimos capítulos fizemos o estudo e cálculo dos esforços, momentos e forças cortantes devidos á pressão do vento e ás cargas verticais (cargas permanentes e sobrecargas). Vamos, agora, estudar as hipóteses mais desfavoráveis das referidas cargas, afim de determinarmos os esforços máximos e mínimos, nos pilares e contra-ventamentos.

Para facilitar a investigação, os esforços, momentos e cargas são designados de conformidade com a seguinte convenção:

- a) devidos á pressão do vento
- β) devidos ás cargas verticais permanentes
- γ) devidos ás sobrecargas verticais.

Os esforços indicados com sinal positivo são de compressão.

*b) Hipóteses possíveis de carga*

A pressão do vento póde ou não atuar e além disso pode atuar a sotavento e barlavento. Portanto as cargas α e respectivos esforços ou são nulos ou pódem ser considerados positivos ou negativos.

A carga permanente, como seu nome indica, atúa sempre; é considerada com seu verdadeiro sinal.

A sobrecarga pode atuar ou não; será considerada com o seu verdadeiro sinal. Temos, portanto, as seguintes hipóteses:

Hipótese 1	—	Só carga permanente	=	β
»	2	— Carga permanente	+	pressão do vento = β + α
»	3	— »	—	» » » = β - α
»	4	— »	+	sobrecarga = β + γ
»	5	— »	+	» + pressão do vento = β + α + γ
»	6	— »	+	» - pressão do vento = β - α + γ

*c) Investigação dos esforços máximos e mínimos nas secções*

**1) Relativos aos pilares**

Para o dimensionamento dos pilares é suficiente o conhecimento dos esforços máximos e mínimos e a investigação é, neste caso, muito simples.

De fato, os valores *mínimos* serão obtidos pela hipótese 3 (valores de β - α) e os *máximos* pela hipótese 5 (valores de β + α + γ). As forças cortantes e os momentos são devidos apenas á pressão do vento.

2) Relativos ao contraventamento

Os esforços axiais são devidos exclusivamente á pressão do vento. Quanto ás forças cortantes e momentos é necessario conhecer a sua variação ao longo das vigas. Esta investigação só póde ser feita traçando as curvas envolventes.

Para a força cortante é bastante traçar as curvas para as hipóteses 3 ( $\beta - \alpha$ ) e 5 ( $\alpha + \beta + \gamma$ ). Para a construção dos diagramas, é bastante o conhecimento dos valores nas extremidades, visto serem todas funções lineares. Para os momentos traçamos as curvas para as hipóteses 2, 3, 5 e 6, isto é, aquelas em que as peças trabalham sempre a presso-flexão.

Para a construção das curvas, devemos estabelecer as equações gerais para cada caso.

a) Momentos devidos á pressão do vento ( $\alpha$ )

Sejam  $M_{\alpha_e}$  = momento na extremidade  
 $M_{\alpha_x}$  = » em qualquer ponto

A lei é linear. Portanto

$$\frac{M_{\alpha_x}}{M_{\alpha_e}} = \frac{\frac{1}{2}(l-x)}{\frac{1}{2}l} \quad \therefore M_{\alpha_x} = M_{\alpha_e} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) = M_{\alpha_e} (1 - 0.27x)$$

b) Momentos devidos á carga permanente ( $\beta$ )

Sejam  $M_{\beta_e}$  = momento na extremidade  
 $M_{\beta_x}$  = » em qualquer ponto

Portanto

$$M_{\beta_x} = M_{\beta_e} + g \frac{x^2}{2}$$

c) Momentos devidos á sobrecarga ( $\gamma$ )

Sejam  $M_{\gamma_e}$  = momento na extremidade  
 $M_{\gamma_x}$  = » em qualquer ponto

Portanto

$$M_{\gamma_x} = M_{\gamma_e} + p \frac{x^2}{2}$$

2.º — Determinação dos esforços máximos e mínimos

a) Nos pilares

De conformidade com a análise feita, organizámos o seguinte quadro geral.

Quadro dos esforços máximos e mínimos nos pilares

PILARES	ESFORÇOS AXIAIS Toneladas					Forças Cortantes Ton	Momentos Ton-mt
	Devidos á pressão do vento	Devidos á carga per- manente	Devidos á sobre- carga	Mínimos	Máximos	Só pressão do vento	Só pressão do vento
	$\pm \alpha$	$+\beta$	$+\gamma$	$\beta - \alpha$	$\alpha + \beta + \gamma$	$+\alpha$	$\pm \alpha$
1	2.5	40.3	86.3	37.8	129.1	1.6	3.2
3	3.9	48.5	87.8	44.6	140.2	1.9	5.1
5	5.0	62.0	88.3	57.0	155.3	2.6	7.2
7	6.1	75.6	88.9	69.5	170.6	3.4	9.2
9	7.3	91.3	89.5	84.0	188.1	4.2	11.3
11	10.2	115.3	92.3	105.1	217.8	4.9	20.0

*b) Nos contraventamentos*

Quanto aos esforços axiais, que são apenas devidos ao vento, vamos simplesmente transcrevê-los, afim de reunirmos todos os elementos para o dimensionamento.

## Esforços axiais nos contraventamentos

BARRAS	ESFORÇOS AXIAIS
2	- 3.3
4	- 3.8
6	- 5.3
8	- 8.6
10	- 8.4
12	- 9.9

Quanto ás forças cortantes e momentos apresentamos, a seguir, o cálculo de todos os elementos para a construção das curvas envolventes reunindo os resultados numa serie de quadros correspondentes todos os contraventamentos:

Elementos para o traçado das curvas envolventes

Forças em ton. — Momentos em ton. mt.

Viga 2

D A D O S			x	Momentos			Hipóteses de carga			
Cargas	F. Cortantes	Momentos		α	β	γ	2 β + α	3 β - α	5 β + α + γ	6 β - α + γ
$g = 0.24$	$Q_{\alpha} = \pm 1.0$	$M_{\alpha} = 3.2$	0	3.2	-1.1	-0.7	+2.1	-4.3	+1.4	-5.0
$p = 0.16$	$Q_{\beta} = 0.9$	$M_{\beta} = -1.1$								
$q = 0.40$	$Q_{\gamma} = 0.6$	$M_{\gamma} = -0.7$								
Equações gerais para momentos										
$M_{\alpha x} = 3.2 (1 - 0.27 x)$			1	2.4	-1.0	-0.6	+1.4	-3.4	+0.8	-4.0
$M_{\beta x} = -1.1 + 0.12 x^2$			2	1.5	-0.6	-0.4	+0.9	-2.1	+0.5	-2.5
$M_{\gamma x} = -0.7 + 0.08 x^2$			3	0.6	-0.1	0	+0.5	-0.7	+0.5	-0.7
			3.7	0	+0.6	+0.4	+0.6	+0.6	+1.0	+1.0

Viga 4

D A D O S			x	Momentos			Hipóteses de carga			
Cargas	F. Cortantes	Momentos		α	β	γ	2 β + α	3 β - α	5 β + α + γ	6 β - α + γ
$g = 0.81$	$Q_{\alpha} = \pm 2.3$	$M_{\alpha} = 8.3$	0	8.3	-3.4	-1.6	+4.9	-11.7	+3.3	-13.3
$p = 0.39$	$Q_{\beta} = 3.0$	$M_{\beta} = -3.4$								
$q = 1.20$	$Q_{\gamma} = 1.5$	$M_{\gamma} = -1.6$								
Equações gerais para momentos										
$M_{\alpha x} = 8.3 (1 - 0.27 x)$			1	6.1	-3.0	-1.4	+3.1	-9.1	+1.7	-10.5
$M_{\beta x} = -3.4 + 0.405 x^2$			2	3.8	-1.8	-0.8	+2.0	-5.6	+1.2	-6.4
$M_{\gamma x} = -1.6 + 0.195 x^2$			3	1.6	+0.2	+0.2	+1.8	-1.4	+2.0	-1.2
			3.7	0	+2.2	+1.1	+2.2	+2.2	+3.3	+3.3

Viga 6

D A D O S			x	Momentos			Hipóteses de carga			
Cargas	F. Cortantes	Momentos		α	β	γ	2 β + α	3 β - α	5 β + α + γ	6 β - α + γ
$g = 0.43$	$Q_{\alpha} = \pm 3.3$	$M_{\alpha} = 12.3$	0	12.3	-1.8	-0.7	+10.5	-14.1	+9.8	-14.8
$p = 0.16$	$Q_{\beta} = 1.6$	$M_{\beta} = -1.8$								
$q = 0.59$	$Q_{\gamma} = 0.6$	$M_{\gamma} = -0.7$								
Equações gerais para momentos										
$M_{\alpha x} = 12.3 (1 - 0.27 x)$			1	9.0	-1.6	-0.6	+7.4	-10.6	+6.8	-11.2
$M_{\beta x} = -1.8 + 0.215 x^2$			2	5.7	-0.9	-0.4	+4.8	-6.6	+4.4	-7.0
$M_{\gamma x} = -0.7 + 0.08 x^2$			3	2.4	+0.1	0	+2.5	-2.3	+2.5	-2.3
			3.7	0	+1.1	+0.4	+1.1	+1.1	+1.5	+1.5

Viga 8

D A D O S			x	Momentos			Hipóteses de carga				
Cargas	F. Cortantes	Momentos		α	β	γ	2 β + α	3 β - α	5 β + α + γ	6 β - α + γ	
$g = 0.59$	$Q_{\alpha} = \pm 4.5$	$M_{\alpha} = 16.4$	0	16.4	-2.4	-0.7	+11.0	-18.8	+13.3	-19.5	
$p = 0.16$	$Q_{\beta} = 2.2$	$M_{\beta} = -2.4$		1	12.0	-2.1	-0.6	+9.9	-14.1	+9.3	-14.7
$q = 0.75$	$Q_{\gamma} = 0.6$	$M_{\gamma} = -0.7$		2	7.6	-1.2	-0.4	+6.4	-8.8	+6.0	-9.2
Equações gerais para momentos				3	3.2	+0.3	0	+3.5	-2.9	+3.5	-2.9
$M_{\alpha x} = 16.4 (1 - 0.27 x)$			3.7	0	+1.6	+0.1	+1.6	+1.6	+2.0	+2.0	
$M_{\beta x} = -2.4 + 0.295 x^2$											
$M_{\gamma x} = -0.7 + 0.08 x^2$											

Viga 10

D A D O S			x	Momentos			Hipóteses de carga				
Cargas	F. Cortantes	Momentos		α	β	γ	2 β + α	3 β - α	5 β + α + γ	6 β - α - γ	
$g = 0.77$	$Q_{\alpha} = \pm 5.6$	$M_{\alpha} = 20.7$	0	20.7	-3.0	-0.7	+17.7	-23.7	+17.0	-24.4	
$p = 0.16$	$Q_{\beta} = 2.9$	$M_{\beta} = -3.0$		1	15.1	-2.6	-0.6	+12.5	-17.7	+11.9	-18.3
$q = 0.93$	$Q_{\gamma} = 0.6$	$M_{\gamma} = -0.7$		2	9.5	-1.4	-0.4	+8.1	-10.9	+7.7	-11.3
Equações gerais para momentos				3	4.0	+0.6	0	+4.6	-3.4	+4.6	-3.4
$M_{\alpha x} = 20.7 (1 - 0.27 x)$			3.7	0	+2.3	+0.4	+2.3	+2.3	+2.7	+2.7	
$M_{\beta x} = -3.0 + 0.385 x^2$											
$M_{\gamma x} = -0.7 + 0.08 x^2$											

Viga 12

D A D O S			x	Momentos			Hipóteses de carga				
Cargas	F. Cortantes	Momentos		α	β	γ	2 β + α	3 β - α	5 β + α + γ	6 β - α + γ	
$g = 1.43$	$Q_{\alpha} = \pm 8.5$	$M_{\alpha} = 31.3$	0	31.3	-5.4	-2.9	+25.9	-36.7	+23.0	-39.6	
$p = 0.77$	$Q_{\beta} = 5.3$	$M_{\beta} = -5.4$		1	22.9	-4.7	-2.5	+18.2	-27.6	+15.7	-30.1
$q = 2.20$	$Q_{\gamma} = 2.9$	$M_{\gamma} = -2.9$		2	14.4	-2.6	-1.3	+11.8	-17.0	+10.5	-18.3
Equações gerais para momentos				3	6.0	+1.0	+0.5	+7.0	-5.0	+7.5	-4.5
$M_{\alpha x} = 31.3 (1 - 0.27 x)$			3.7	0	+4.4	+2.4	+4.4	+4.4	+6.8	+6.8	
$M_{\beta x} = -5.4 + 0.715 x^2$											
$M_{\gamma x} = -2.9 + 0.385 x^2$											

N. da R. — Este trabalho será concluído no próximo número com todas as pranchas ilustrativas.