

# Modelos matemáticos de cálculo do golpe de aríete com separação da coluna líquida

MILTON GONÇALVES SANCHEZ (1)

## 1. INTRODUÇÃO E OBJETIVO

Ao estudar o fenômeno do golpe de aríete numa instalação hidráulica, verifica-se com freqüência que seções ou trechos das tubulações ficam sujeitos a pressões bastante baixas, da ordem da pressão de vapor do líquido à temperatura em que este escoa. Essas baixas pressões provocam a vaporização do líquido, com formação local de bolsas de vapor, invalidando, nas seções onde isto ocorre, uma hipótese fundamental para a aplicabilidade das equações do golpe de aríete que é a da continuidade do meio líquido através do qual as ondas de pressão se propagam.

As pequenas bolhas de vapor que se formam crescem por subsequente vaporização do líquido e por difusão de gases dissolvidos. Nos casos usuais, o gradiente de velocidade na seção e a inclinação do tubo provocam o coalescimento das bolhas de vapor em bolsões junto à geratriz superior do tubo, os quais podem atingir dimensões comparáveis às da seção de escoamento pleno. Nessas condições, diz-se que há "separação da coluna", mesmo que não ocorra a separação física do líquido em duas partes com vapor entre elas.

O objetivo deste trabalho é mostrar dois modelos matemáticos para análise do golpe de aríete numa instalação em que pode ocorrer separação de coluna. O primeiro modelo é o mais empregado e supõe que as bolsas de vapor se concentrem nas seções escolhidas para cálculo e que a formação de cavidades somente se inicia quando a pressão local atinge a pressão de vapor, não ocorrendo despreendimento de gases dissolvidos, usualmente apenas ar, por queda da pressão abaixo da pressão de saturação dos mesmos no líquido. O segundo modelo, mais complexo que o anterior, é entretanto dos mais simples dentre os que levam em conta o efeito do despreendimento do ar dissolvido durante o golpe de aríete; a liberação do ar dissolvido é um processo que afeta a celeridade ou seja, altera a velocidade de propagação das ondas de pressão modificando os valores extremos de pressão e influi no volume das cavidades de vapor formadas.

A instalação hidráulica à qual estes dois modelos matemáticos foram aplicados é uma adutora de recalque de pouco mais de 4000 m de extensão, parte do Sistema de Abastecimento de Água de um município do interior do Estado de São Paulo, em fase de projeto por ocasião deste estudo.

O presente trabalho está estruturado em tal forma que para cada modelo matemático são apresentados sua descrição, equacionamento e seqüência de cálculos que orientam a formulação

do programa FORTRAN para computador. Finalmente vêm as aplicações numéricas com comentários e as conclusões.

## 2. MODELO PARA CÁLCULO DO GOLPE DE ARÍETE COM SEPARAÇÃO DE COLUNA SEM LIBERAÇÃO DE AR

Este modelo é o mais simples para representar o fenômeno da separação da coluna líquida durante o golpe de aríete. Admite-se que a celeridade permanece constante em todos os trechos da tubulação onde o líquido é contínuo. Esta hipótese é razoável desde que a quantidade de ar ou outros gases dissolvidos no líquido seja pequena, e corresponde a admitir que não há despreendimento dos gases dissolvidos por motivo de diminuição local da pressão durante o fenômeno transiente.

Quando a pressão numa seção, calculada pelas equações do método das características, resultar igual ou inferior à pressão de vapor do líquido à temperatura em que o mesmo está escoando, impõe-se que essa pressão assuma o valor da pressão de vapor, formando-se na seção uma cavidade. A formação de cavidades concentradas nas seções escolhidas para cálculo representa razoavelmente o fenômeno real se o sistema possuir trechos elevados onde as bolsas de vapor possam coalescer, ou se somente uma parte bem definida do sistema ficar sujeita à pressão de vapor.

(1) Assessor de Planejamento da Superintendência de Planejamento de Água e Esgoto para a Região I - Diretoria de Planejamento, SABESP.  
Mestre em Engenharia pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

## 2.1. EQUAÇÕES BÁSICAS DO GOLPE DE ARÍETE

A Figura 2.1 mostra um trecho da tubulação, entre as seções  $i - 1$  e  $i + 1$ , e sendo  $H = \frac{P}{\gamma} + z$  a carga piezométrica numa seção, as equações básicas do golpe de aríete se escrevem, para as hipóteses usuais:

$$\gamma \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f}{2D} V |V| = 0 \quad (2.1)$$

$$V \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} - V \sin \theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.2)$$

$$\text{onde } a = \sqrt{\frac{\frac{k}{\rho} + \frac{g}{\rho}}{1 + \frac{k}{\rho} \frac{D}{E}}} \quad (2.3)$$

é a celeridade ou velocidade de propagação das ondas de pressão. Indicando  $\frac{P + P_{atm}}{\gamma}$  por  $P$ , a carga de pressão na escala absoluta, e fazendo as simplificações usuais decorrentes das

$$\text{desigualdades } V \frac{\partial V}{\partial x} \ll \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\text{e } V \frac{\partial P}{\partial x} \ll \frac{\partial P}{\partial t}, \text{ as}$$

equações (2.1) e (2.2) podem ser representadas sob a forma

$$\gamma \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f}{2D} V |V| + g \sin \theta = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (2.5)$$

## 2.2. SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES BÁSICAS [1], [2], [3]

O sistema de duas equações diferenciais de derivadas parciais de 1ª ordem do tipo hiperbólico, constituído pelas equações (2.4) e (2.5), pode ser transformado num sistema de quatro equações diferenciais ordinárias, (2.6) a (2.9), solúvel pelo Método das Características:

$$C^+ \begin{cases} \frac{g}{a} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| + g \sin \theta = 0 & (2.6) \\ \frac{dP}{dt} = a & (2.7) \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} -\frac{g}{a} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f}{2D} V |V| + g \sin \theta = 0 & (2.8) \\ \frac{dP}{dt} = -a & (2.9) \end{cases}$$

A solução deste sistema de equações é feita por via numérica e, trabalhando com a vazão  $Q = V.A$ , as equações, sob forma de diferenças, ficam:

$$P_p - P_a + B(Q_p - Q_a) + \frac{f}{2gDA^2} Q_a |Q_a| \Delta x + z_p - z_a = 0 \quad (2.10)$$

$$P_p - P_a - B(Q_p - Q_a) - \frac{f}{2gDA^2} Q_a |Q_a| \Delta x + z_p - z_a = 0 \quad (2.11)$$

$$\text{com } B = \frac{a}{gA}$$

O esquema da Figura 2.2, que é um diagrama relacionando as variáveis independentes  $x$  e  $t$ , permite acompanhar como se processa a solução. O conduto é dividido em  $N$  trechos iguais, cada qual de comprimento  $\Delta x$ . As condições,  $P$  e  $Q$ , são conhecidas em todas as seções, de 1 a  $N + 1$ , no instante  $t$  e deseja-se conhecer  $P$  e  $Q$  nas mesmas seções no instante  $t + \Delta t$ .  $\Delta t$  é tal que  $\Delta x / \Delta t = a$ .

Da Figura 2.2,  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $Q_A$  e  $Q_B$  são conhecidos e  $P_p$  e  $Q_p$  são calculados a partir das equações (2.10) e (2.11)

$$P_p = P_a + BQ_a - \frac{f}{2gDA^2} Q_a |Q_a| \Delta x - \Delta z_{ma} - BQ_p \quad (2.12)$$

$$P_p - P_a - BQ_p + \frac{f}{2gDA^2} Q_a |Q_a| \Delta x - \Delta z_{ma} + BQ_p \quad (2.13)$$

$$\text{ou, por simplicidade: } \begin{cases} P_p = C_p - BQ_p & (2.14) \\ P_p = C_n + BQ_p & (2.15) \end{cases}$$

Estas duas últimas equações permitem determinar  $P$  e  $Q$  em todos os

nós, ou seções, intermediários do conduto.

Para levar em consideração a eventual vaporização do líquido por queda local da carga de pressão ao valor  $P_{vap}$ , faz-se o seguinte equacionamento (v. Figura 2.3):

Das equações (2.14) e (2.15).

$$P_p = \frac{C_n + C_p}{2} \quad (2.16)$$

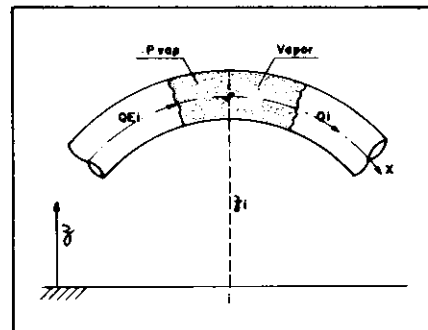


FIG. 2.3. - Cavidade de vapor na tubulação.

Se  $P_p \leq P_{vap}$  então impõe-se  $P_p = P_{vap}$  e calculam-se separadamente as vazões a montante  $Q_{Ei}$  e a jusante  $Q_i$  da seção  $i$ , através das equações (2.14) e (2.15) respectivamente.

O volume da cavidade de vapor  $VCAV_i$  no instante  $t + \Delta t$  é calculado a partir do volume no instante anterior mais a variação decorrente das médias das vazões  $Q_{Ei}$  e  $Q_i$  nos instantes  $t$  e  $t + \Delta t$ , ou seja:

$$VCAV_{t+\Delta t} = VCAV_t + \frac{1}{2}(Q_{Ei,t} - Q_i - Q_{Ei,t+\Delta t} - Q_{i,t+\Delta t}) \Delta t \quad (2.17)$$

Quando  $VCAV$ , calculado por (2.17), resultar negativo ou nulo, en-

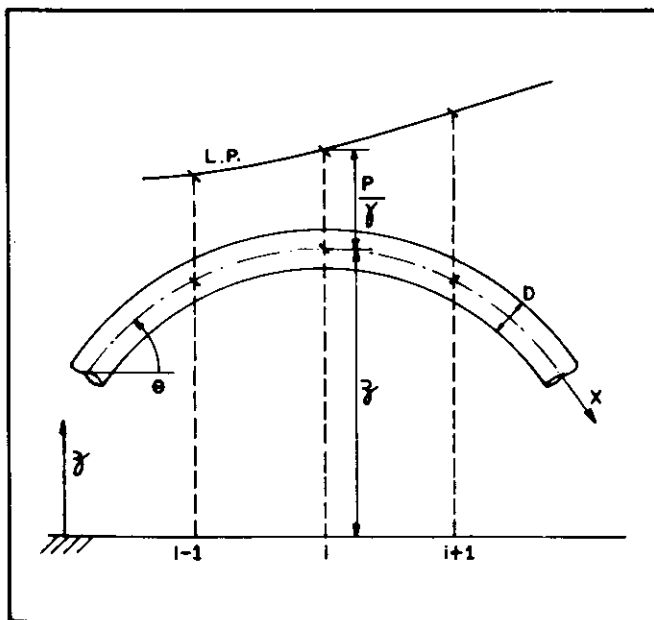


FIG. 2.1. - Esquema para equacionamento do golpe de aríete.

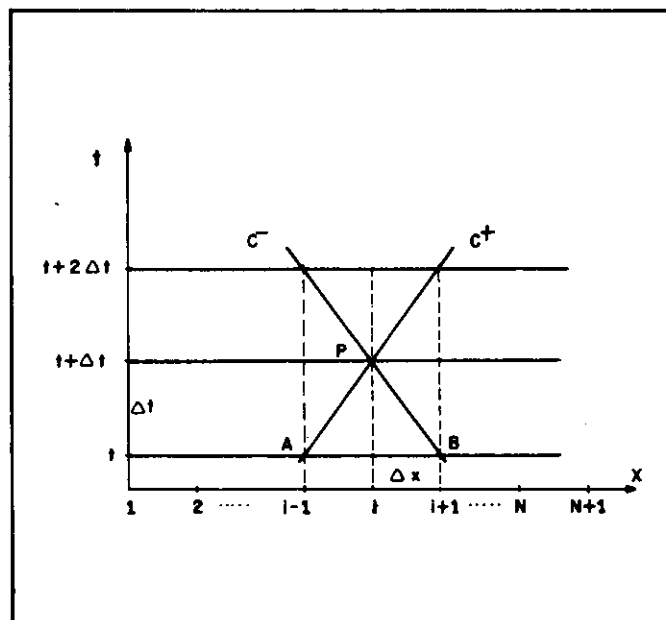


FIG. 2.2. - Curvas características, no plano  $x, t$ .

tão o processo retoma o cálculo normal e faz-se  $VCAV = 0$ .

### 2.3. TRATAMENTO DAS SEÇÕES EXTREMAS

O procedimento do item 2.2 não se aplica às seções extremas 1 e  $N + 1$  pois na seção 1 não se dispõe da relação (2.14) e na seção  $N + 1$ , da relação (2.15).

No caso estudado existe uma bomba com válvula de retenção no extremo de montante da tubulação e um reservatório a jusante.

Na seção 1, de montante, dispõe-se da equação (2.15) e de outra equação resultante da aplicação da equação da energia entre o reservatório de montante e a seção 1 (v. Figura 2.4):

$$H_1 + \Delta H_{VR} - H_{suc} = H_m \quad (2.18)$$

onde  $H_1 = P_1 / \gamma$ ,  $\Delta H_{VR} = r Q_1^2$

e  $H_m$  é a altura manométrica da bomba. A equação (2.18) é válida desde que  $Q_1$  seja positivo, devido à presença da válvula de retenção.

A altura manométrica foi admitida como uma função da vazão  $Q_1$  e da rotação  $N$  do tipo [4], [5]

$$H_m = a Q_1^2 + b Q_1 N + c N^2 \quad (2.19)$$

O conjugado no eixo da bomba também foi admitido ser uma função de  $Q_1$  e  $N$  do tipo

$$M = a' Q_1^2 + b' Q_1 N + c' N^2 \quad (2.20)$$

O momento de inércia das massas girantes do conjunto bomba-motor influi na variação  $\Delta N$  da rotação do seguinte modo:

$$\Delta N = - \frac{30}{\pi} \frac{M}{I} \Delta t \quad (2.21)$$

Um processo iterativo resolve o sistema de equações (2.15) e (2.18)

a (2.21). O programa de cálculo verifica se  $Q_1$  é maior ou menor que zero. Se  $Q_1$  for negativo o programa impõe  $Q$  na válvula de retenção igual a zero, ou seja  $Q_1 = 0$  e  $P_1 = C_M$ .

O programa verifica ainda se  $P_1$  é inferior à pressão de vapor; se isto ocorrer impõe  $P_1 = P_{vap}$ .

Na seção extrema de jusante vale a equação (2.14) e impõe-se  $P_{N+1} = h$ , valor conhecido. A vazão na seção  $N + 1$ , pela equação (2.14), vale

$$Q_{N+1} = \frac{C_p - h}{B}$$

### 2.4. TRANSFERÊNCIA DAS PRESSÕES E VAZÕES

Ao final dos cálculos das pressões e vazões em todas as seções  $i$ ,  $i = 1$  a  $N + 1$ , no instante  $t + \Delta t$ , o computador transfere esses valores para os endereços correspondentes às pressões e vazões no instante inicial de cálculo, ou seja, faz transferências do tipo:

$$\left. \begin{aligned} P(i)_t &= P(i)_{t+\Delta t} \\ Q(i)_t &= Q(i)_{t+\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

$P(i)_{t+\Delta t}$  e  $Q(i)_{t+\Delta t}$  são os valores recém calculados e  $P(i)_t$  e  $Q(i)_t$  são os mesmos valores, agora a utilizar como conhecidos na próxima série de cálculos.

### 2.5. DIAGRAMA DE BLOCOS

O fluxograma dos cálculos que este modelo executa está mostrado na Figura 2.5.

### 3. MODELO PARA CÁLCULO DO GOLPE DE ARÍETE COM SEPARAÇÃO DE COLUNA COM LIBERAÇÃO DE AR

Este modelo leva em conta as alterações da celeridade que ocorrem

durante o fenômeno do golpe de aríete, devido ao despreendimento do ar dissolvido por rebaixamento da pressão local a valores inferiores ao da pressão de saturação do ar no líquido.

### 3.1. A LIBERAÇÃO DE AR DURANTE O GOLPE DE ARÍETE

A maioria dos líquidos transportados por tubulações contém gases dissolvidos e, em particular, a água escoando através de adutoras em regime de escoamento forçado e turbulento carrega ar sob forma de bolhas ou em solução, embora em proporção volumétrica pequena. Será considerado que o líquido escoando, a água, contém inicialmente ar dissolvido em quantidade tal que, quando a pressão local cair abaixo da pressão de saturação, haverá despreendimento de um pouco desse gás. O processo será considerado isotérmico, hipótese corrente nos estudos de golpe de aríete.

Partindo da lei de Henry da solubilidade e admitindo que o ar liberado se comporte como gás perfeito, demonstra-se que a quantidade desse ar liberado é proporcional à diferença  $(p_{sat} - p)$ , entre a pressão de saturação e a pressão local. Essa relação, entretanto, nada indica quanto à velocidade com que essa separação de ar se efetua. A vazão em massa de ar liberado, por unidade de volume de líquido, depende de vários fatores, dentre os quais se destacam o nível local de turbulência, a fração volumétrica do ar livre e o tamanho das bolhas despreendidas. Admite-se que os escoamentos usuais de água em adutoras ocorram com alto nível de turbulência, que a fração volumétrica do ar liberado é baixa (o modelo matemático refletirá essa condição impondo uma limitação à massa de ar livre por unidade de volume d'água) e que as bolhas formadas são pequenas e relativamente uniformes, não influenciando sensivelmente na velocidade de liberação do ar.

No modelo matemático admite-se que a velocidade de liberação do ar seja suficientemente alta e constante durante o golpe de aríete para se afirmar que a vazão em massa do gás, por unidade de volume do líquido,  $\dot{m}$ , é proporcional à diferença  $p_{sat} - p$ , ou seja [6]

$$\dot{m} = CKAR (p_{sat} - p) \quad (3.1)$$

para  $p < p_{sat}$ , com  $CKAR$  uma constante.

Quando a pressão local aumentar, após ter ocorrido uma liberação de ar, e, simultaneamente, a quantidade

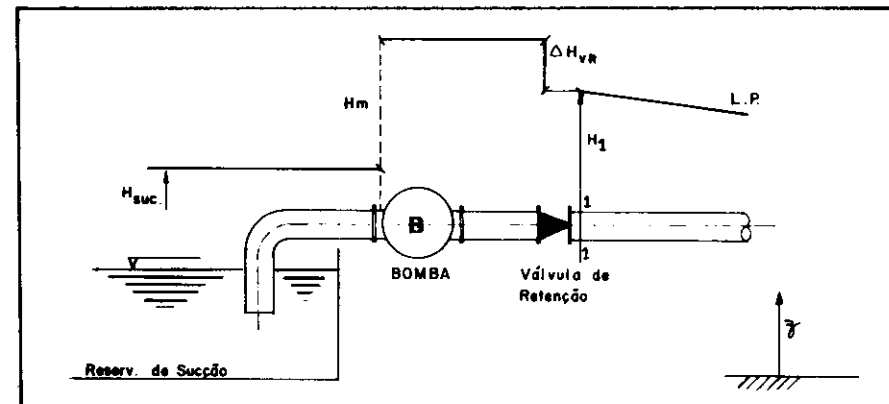


FIG. 2.4. — Condição de contorno de montante.

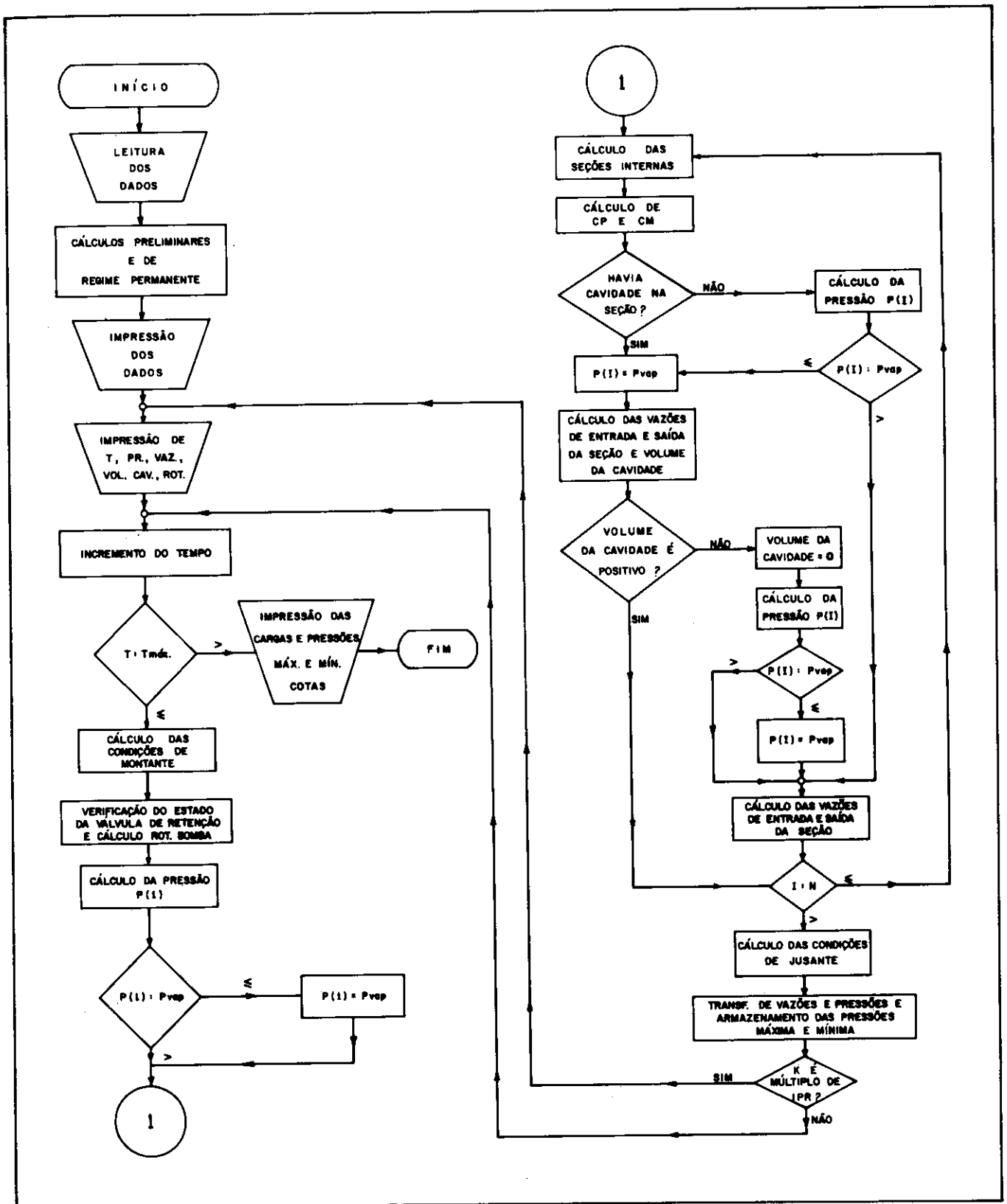


FIG. 2.5. — Diagrama de blocos — Modelo sem Liberação de Ar.

de ar dissolvido no líquido for inferior à máxima solúvel àquela pressão, haverá uma tendência do ar ser reabsorvido pela água; entretanto, o fenômeno de redissolução do ar se dá com velocidade muito baixa, em comparação com as velocidades de variação das demais grandezas, e por esse motivo o modelo considera que uma certa massa de ar, uma vez libera-

da, não será mais reabsorvida pelo líquido. O modelo reavalia então a pressão  $P'_{sat}$  estritamente necessária para manter em solução a quantidade de ar remanescente no líquido e utiliza, num instante qualquer, a seguinte expressão análoga a (3.1) para calcular  $\dot{m}$ :

$$\dot{m} = CKAR (P'_{sat} - P) \quad (3.2)$$

### 3.2. VARIACÃO DA CELERIDADE DEVIDO À LIBERAÇÃO DE AR

A massa de ar liberada por diminuição de pressão durante o fenômeno do golpe de aríete é pouco significativa em termos absolutos mas afeta sensivelmente a celeridade. A equação para cálculo da celeridade  $a'$  é [1]

$$a' = \sqrt{\frac{\frac{k}{\rho}}{1 + \frac{k}{E} \frac{D}{e} + \frac{m g R T}{W \rho_{\text{li}} \rho_{\text{va}}} \left( \frac{k}{\rho_{\text{va}}} - 1 \right)}} \quad (3.3)$$

Nesta equação  $\rho$  é a massa específica da mistura líquido mais gás; porém, os valores típicos de ar livre em água situam-se em geral abaixo de 1%, de modo que se pode entender  $\rho$  como a massa específica da água. Também, na equação (3.3),  $K/\rho_{\text{abs}} \gg 1$ , de modo que

$$a' = \sqrt{\frac{\frac{k}{\rho}}{1 + \frac{k}{E} \frac{D}{e} + \frac{m g R T}{W \rho_{\text{li}} \rho_{\text{va}}^2}}} \quad (3.4)$$

Comparando com a equação (2.3), e chamando  $C_2 = \frac{R k T}{1 + \frac{k D}{E e}}$ ,

$$a' = \frac{a}{\sqrt{1 + C_2 \frac{m g}{W \rho_{\text{li}}^2}}} \quad (3.5)$$

ou seja, a celeridade diminui com o aumento da massa de ar livre e sofre grande influência da pressão local  $P_{\text{abs}}$ .

### 3.3. SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO GOLPE DE ARÍETE

Fazendo  $C_3 = C_2 \frac{m g}{\rho_{\text{li}}^2}$ , e lembrando que  $\rho_{\text{abs}} = P \gamma$ , as equações (2.6) a (2.9) se reescrevem

$$C^+ \begin{cases} \frac{g \sqrt{C_3 + P^2}}{a P} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f}{2D} |V| + g \sin \theta = C \quad (3.6) \\ \frac{dx}{dt} = \frac{a P}{\sqrt{C_3 + P^2}} \quad (3.7) \end{cases}$$

$$C^- \begin{cases} -\frac{g \sqrt{C_3 + P^2}}{a P} \frac{dP}{dt} + \frac{dV}{dt} + \frac{f}{2D} |V| + g \sin \theta = 0 \quad (3.8) \\ \frac{dx}{dt} = -\frac{a P}{\sqrt{C_3 + P^2}} \quad (3.9) \end{cases}$$

Considerando que a celeridade efetiva agora vale  $a' = \frac{a}{\sqrt{1 + C_3}}$

, a obtenção de P e Q no ponto P (Figura 3.1) depende do conhecimento dessas variáveis nos pontos R e S. A pressão P varia ao longo dos segmentos A C e C B e essa variação é suposta linear com x.

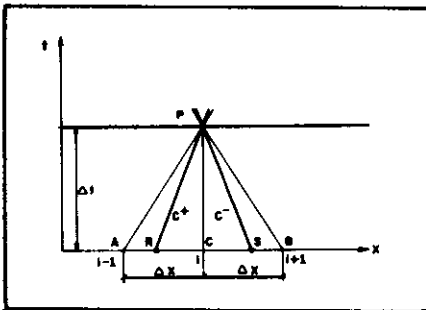


FIG. 3.1. - Rede de características, fixado o intervalo de tempo e com interpolação ao longo de x.

A equação (3.7) sob forma de diferenças finitas escreve-se

$$a (t_p - t_r) = a \Delta t = \frac{x_p - x_r}{P_p - P_r} \int_{P_r}^{P_p} \frac{\sqrt{C_3 + P^2}}{P} dP = \Delta x$$

ou  $a \Delta t = \frac{x_p - x_r}{P_p - P_r} I_1 \quad (3.10)$

Uma medida do grau de interpolação é a relação

$$\gamma = \frac{a'}{a} = \frac{x_p - x_r}{\Delta x} = \frac{P_p - P_r}{I_1} \quad (3.11)$$

A integração da equação (3.6) entre os extremos R e P fornece:

$$I_1 + B(Q_p - Q_r) + \frac{f}{2gD} \frac{Q_r}{\lambda} |Q_r| \Delta x + \beta_p - \beta_r = 0 \quad (3.12)$$

A integral  $I_1$  vale

$$I_1 = \left[ \sqrt{C_3 + P^2} - \sqrt{C_3} \ln \frac{\sqrt{C_3} + \sqrt{C_3 + P^2}}{P} \right]_{P_r}^{P_p} \quad (3.13)$$

Nota-se uma analogia entre as equações (2.10) e (3.12).

Das equações C<sup>-</sup> [(3.8) e (3.9)], resultam

$$a \Delta t = \frac{x_p - x_s}{P_p - P_s} I_2 \quad (3.14)$$

$$e I_2 - B(Q_p - Q_s) - \frac{f}{2gD} \frac{Q_s}{\lambda} |Q_s| \Delta x + \beta_p - \beta_s = 0 \quad (3.15)$$

com

$$I_2 = \left[ \sqrt{C_3 + P^2} - \sqrt{C_3} \ln \frac{\sqrt{C_3} + \sqrt{C_3 + P^2}}{P} \right]_{P_s}^{P_p} \quad (3.16)$$

As vazões  $Q_R$  e  $Q_S$  são obtidas por interpolação linear entre  $Q_A$ ,  $Q_C$  e  $Q_B$ .

O programa usa um processo iterativo para obter  $P_p$  e  $Q_p$  em cada instante. Inicialmente calcula-se a massa de gás livre  $m_g$  e portanto conhece-se  $C_3$ . Usam-se valores estimados de  $P_R$ ,  $P_S$  e  $P_p$  para as primeiras estimativas do grau de interpolação zeta, nos trechos AC e BC. Calculam-se  $Q_R$  e  $Q_S$  por interpolação linear e a seguir resolvem-se simultaneamente as equações (3.12) e (3.15) em  $P_p$  e  $Q_p$ . Recalculam-se os zetas e as equações (3.12) e (3.15) até a convergência com precisão desejada. [1] O tratamento da eventual vaporização do líquido, por resultar  $P_p$  inferior à pressão de vapor, é feito conforme exposto em 2.2. As condições de contorno são tratadas do mesmo modo como no primeiro modelo.

A fim de evitar zetas muitos baixos, ou seja, para minimizar as interpolações, o programa estabelece uma limitação à máxima massa de ar que pode ser liberado por unidade de volume.

### 3.4. DIAGRAMA DE BLOCOS

O fluxograma dos cálculos que este modelo executa está mostrado na Figura 3.2.

### 4. OUTROS MODELOS

Existem outras formulações para analisar o golpe de aríete com formação de cavidades e considerando a liberação do ar dissolvido. Estes modelos [6], [7], [8], [9] são de aplicação mais complexa e diferem do aqui exposto no equacionamento da velocidade de liberação do ar e da separação da coluna de líquido. Por exemplos os modelos de Driels [6] e de Tullis, J.P., Streeter V.L., e Wylie, E. B. [7], consideram que a velocidade de liberação de ar decai exponencialmente com o tempo numa súbita queda de pressão [9]. O modelo de Marsden, N.J. e Fox, J.A. [8] considera que a cavidade forma uma região de escoamento bifásico onde se aplicam as equações do movimento variado em canais. Estes autores concluem que a liberação do ar dissolvido, associado ao tratamento da reunião das colunas líquidas como o encontro gradual, e não abrupto, de dois escoamentos em canal, resulta em sobrepressões menos intensas que as obtidas pelos modelos expostos neste trabalho. Consideramos entretanto que o modelo exposto no item 3 reflete razoavelmente bem a realidade do fenômeno transiente, ao menos nos instantes anteriores à ocorrência dos picos de pressão subsequentes ao primeiro, de acordo com as conclusões das referências [7] e [10].

### 5. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

#### 5.1. O CASO ESTUDADO

O programa preparado para estudar o golpe de aríete com e sem liberação de ar, foi aplicado a uma instalação de bombeamento com as seguintes características:

*Estação elevatória:*

2 conjuntos motor-bomba de 250 HP cada, 1750 rpm, recalçando 110 l/s cada um, em regime. Existe uma válvula de retenção logo a jusante das bombas e a sucção é curta.

*Adutora de recalque:*

comprimento = 4020 m  
diâmetro = 0,35 m  
material = ferro fundido classe

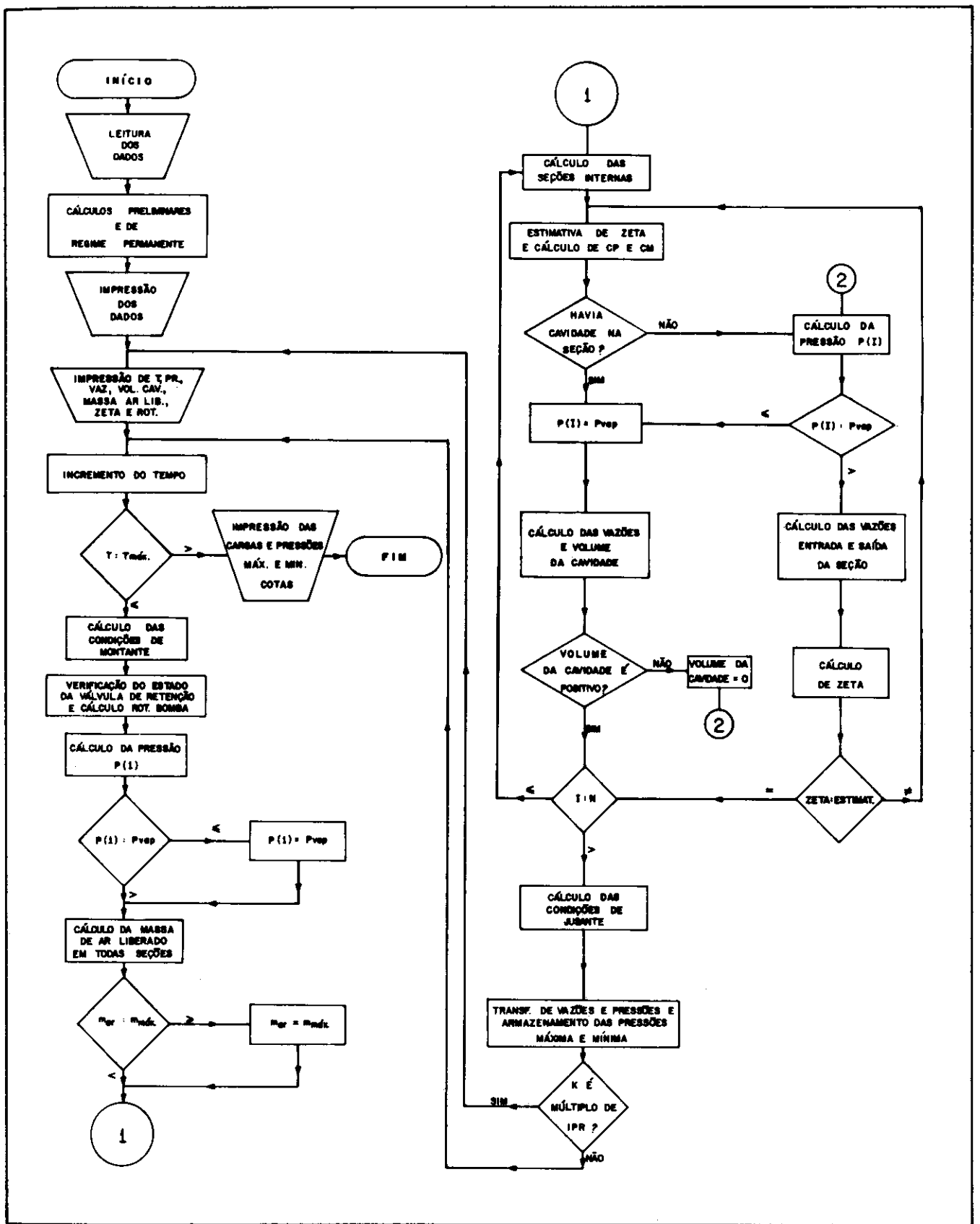


FIG. 3.2. – Diagrama de Blocos – Modelo com Liberação de Ar.

**K-9 com juntas elásticas**

A adutora descarrega livremente num reservatório mantido a nível constante.

O golpe de aríete é considerado produzido por interrupção no fornecimento de energia elétrica aos motores de acionamento das bombas.

Devido ao perfil da adutora de recalque, com pontos elevados relativamente próximos à casa de bombas, há formação de bolsões de vapor logo que a onda de depressão inicial atinge essas seções.

Os casos estudados foram os seguintes:

**Caso 1 – Modelo sem liberação de ar, sem ventosas na linha.** Corresponde à verificação inicial da gravidade do problema de separação de coluna na linha.

**Caso 2** — Modelo sem liberação de ar, com ventosas nas seções recomendadas.

É o caso de verificação da solução proposta para o problema de separação de coluna.

**Casos 3 a 5** — Modelo com liberação de ar, sem ventosas. A diferença entre os três casos é o coeficiente que quantifica a velocidade de liberação do ar dissolvido. Estes casos foram confrontados com o Caso 1.

**Caso 6** — Modelo com liberação de ar, com ventosas. Serve apenas como comparação em relação ao caso 2.

Em todos os processamentos a linha foi dividida por 80 seções, os cálculos foram executados a intervalos  $\Delta t$  de aproximadamente 0,05 s, limitados ao máximo de 90 s, e os resultados foram impressos a intervalos de  $5 \Delta t$ .

## 5.2. RESULTADOS OBTIDOS

Comparando inicialmente os três casos, n.ºs 3, 4 e 5, entre si, os quais diferem pelo valor da constante CKAR (equação 3.1),  $CKAR = 5 \times 10^{-6}$ ,  $10^{-7}$ ,  $10^{-8}$ , respectivamente, chegamos à conclusão de que a velocidade de liberação de ar é, em todos eles, suficientemente alta de molde a não causar diferenças sensíveis nos resultados. Não são muito afetados nem os valores extremos de pressão, nem os perfis de evolução das pressões com o tempo. Por este motivo escolhemos apenas o caso n.º 4 como representativo dos processamentos do modelo com liberação de ar e sem ventosas na linha.

O caso n.º 6 não apresentou sensíveis diferenças em relação ao n.º 2, como era de se esperar, uma vez que a admissão de ar pelas ventosas representa um efeito aliviador de pressões muito maior do que o provocado por liberação de ar dissolvido.

Os gráficos anexos são representativos dos resultados obtidos:

O Gráfico n.º 1 mostra o perfil da linha e as cotas máximas das linhas piezométricas, em todas as seções, para os casos n.ºs 1, 2 e 4. Evidentemente o caso n.º 1 apresenta picos mais intensos do que os demais. O caso n.º 2 corresponde à solução adotada no projeto, notando-se uma uniformização das cargas por trechos da linha. O caso n.º 4 segue qualitativamente o caso n.º 1, mas nota-se, uma atenuação das variações pronunciadas dos valores de carga máxima, ou seja, a dis-

tribuição dos máximos é mais suave no caso com liberação de ar; esta suavização levou a valores de carga no caso n.º 4 geralmente menores do que no caso n.º 1, exceto no trecho entre as seções 4 e 8, onde ocorre o contrário devido à variação brusca das cargas máximas no caso n.º 1.

O Gráfico n.º 2 representa a distribuição das pressões efetivas máximas e mínimas ao longo da linha, para os casos n.ºs 1, 2 e 4. O comportamento das pressões máximas segue evidentemente o do gráfico n.º 1. Quanto às pressões mínimas nota-se a sensível diferença, em várias seções, entre os valores do caso n.º 4 e do caso n.º 1; a liberação de ar elevou a pressão mínima, nessas seções, em cerca de 3 m em relação aos valores do caso n.º 1.

O Gráfico n.º 3 mostra a evolução da pressão efetiva na seção 1, logo a jusante da válvula de retenção, para os casos n.ºs 1 e 4. Enquanto a massa de ar liberado em outras seções não atinge valores que reduzem apreciavelmente a celeridade, as duas curvas seguem coincidentemente. A partir de 450 intervalos de tempo  $\Delta t$ , quando começa a haver sensíveis defasagens temporais na variação do volume da cavidade na seção 16, começam também a surgir diferenças no andamento das curvas dos casos n.ºs 1 e 4. Os picos de pressão resultam do encontro, numa seção, de duas ondas que avançam em sentidos opostos, ou da sobrelevação, devida ao desaparecimento de uma cavidade, e que se propaga rumo à seção 1. Devemos considerar que os picos constatados após 1200 intervalos  $\Delta t$  não são mais representativos do fenômeno porque podem resultar, na verdade, da ocorrência de encontro de colunas líquidas, previsto no modelo, mas devido apenas à particular divisão do conduto no número de seções fixado arbitrariamente.

Os Gráficos n.ºs 4 e 5 mostram respectivamente a variação da pressão efetiva e o volume da cavidade na seção 16, em função do tempo, nos casos n.ºs 1 e 4. A seção 16 foi escolhida por ser aquela onde primeiro se atinge a pressão de vapor na linha e onde se formam grandes cavidades de vapor. Nota-se que há, no caso n.º 4, uma diminuição da duração dos períodos em que se formam cavidades bem como de seus volumes, com redução das pressões subsequentes ao colapso dessas cavidades, em relação ao caso n.º 1, conforme constatado no Gráfico n.º 2 e de acordo com resultados obtidos por Kranenburg [9]

A análise comparativa das pressões e volumes de cavidade, nos casos n.ºs 1 e 4, revelou que:

- as pressões máximas do caso n.º 1 são maiores que as do n.º 4, em grande número de seções, chegando a haver diferenças de 30 m de coluna d'água.
- as pressões mínimas do caso n.º 1 são, na maioria das seções, inferiores às do caso n.º 4.
- os volumes das cavidades formadas são sistematicamente maiores no caso n.º 1.

Não se constatou variação sensível na evolução da rotação dos conjuntos motor-bomba de um caso para outro. Este resultado era de se esperar pois estes conjuntos têm inércia relativamente elevada e estão conectados numa linha bastante longa. Os conjuntos motor-bomba continuam bombeando água até cerca de 7 s, ocasião em que a válvula de retenção se fecha.

## 6. CONCLUSÕES

Os modelos de cálculo do golpe de aríete que consideram a liberação de ar dissolvido n'água nos períodos de baixa pressão local, tanto o aqui exposto como os demais citados na literatura, revelam que as pressões máximas e mínimas não atingem valores extremos tão elevados, em valor absoluto, como os obtidos pelos modelos que ignoram a separação do ar dissolvido. Os resultados dos modelos com liberação de ar dissolvido são bastante realísticos, especialmente se o conduto apresentar separação de coluna em trechos elevados bem delimitados.

Desta forma, os cálculos usuais com modelos sem liberação de ar dissolvido, utilizados para fins de dimensionamento estrutural de adutoras, segundo p. ex. P-NB-591/76, estão na realidade a favor da segurança.

## NOTAÇÃO

- a — celeridade; cte.
- A — área.
- b — cte.
- B — cte.
- c — cte.
- C — indica curva característica; cte.
- CKAR — cte.
- D — diâmetro.
- e — espessura da parede do tubo.
- E — módulo de elasticidade.
- f — coeficiente de perda de carga distribuída.
- g — aceleração da gravidade.
- h — cota.
- H — carga piezométrica.
- i — índice de seção.
- I — momento de inércia; integral.

K — módulo de elasticidade volumétrica.  
 m — vazão em massa.  
 $m_g$  — massa de gás.  
 M — momento.  
 N — rotação; índice de seção.  
 p — pressão.  
 P — carga de pressão.

Q — vazão.  
 r — coeficiente.  
 R — cte. do gás (ar).  
 t — tempo.  
 T — temperatura absoluta.  
 V — velocidade média na seção.  
 VCAV — volume da cavidade.  
 Vol. — volume.

x — coordenada; variável independente.  
 z — cota.  
 $\gamma$  — peso específico.  
 $\gamma$  — grau de interpolação.  
 $\theta$  — ângulo.  
 $\rho$  — massa específica.

GRÁFICO Nº 1

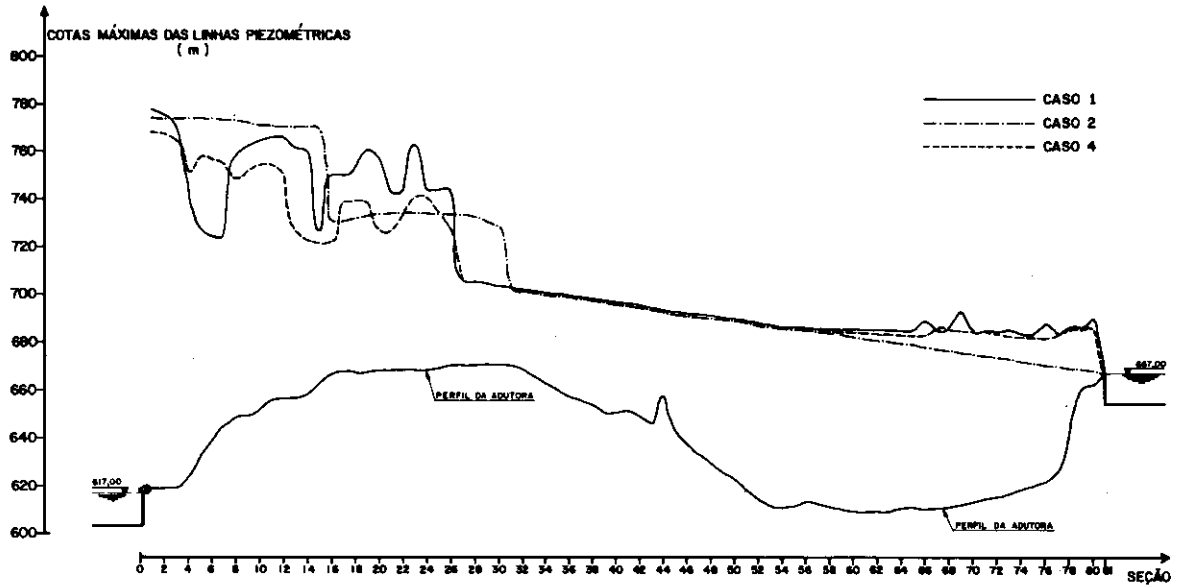


GRÁFICO Nº 2

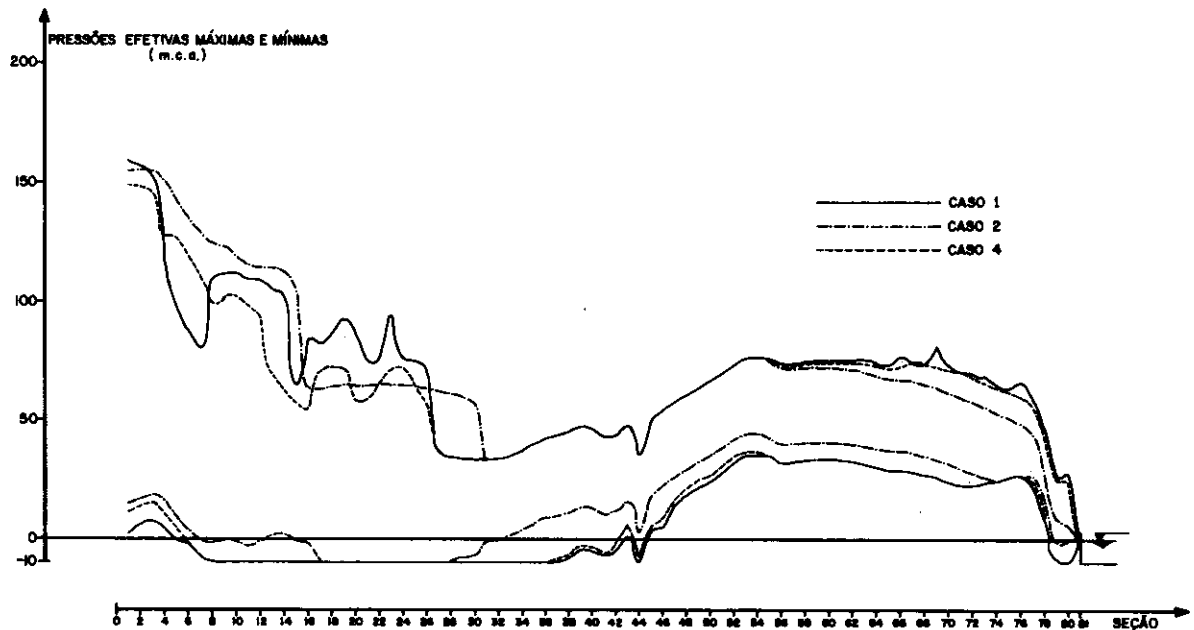




GRÁFICO Nº 3

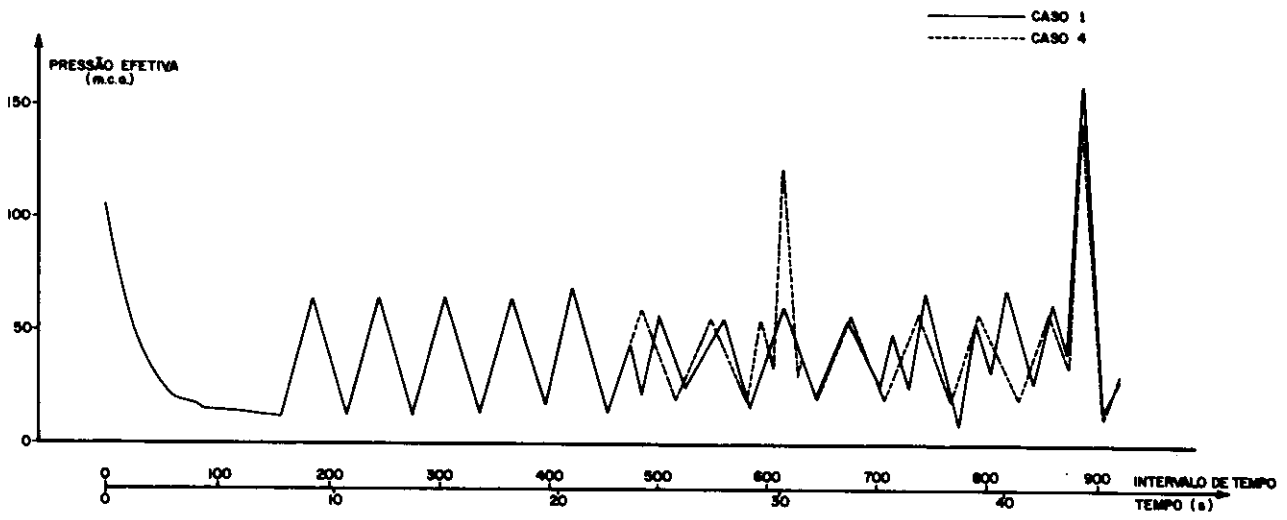


GRÁFICO Nº 4

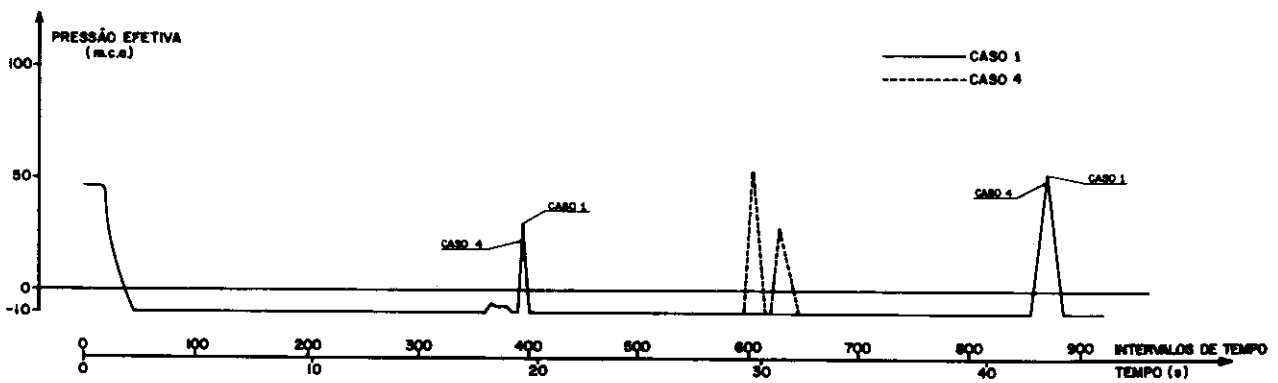
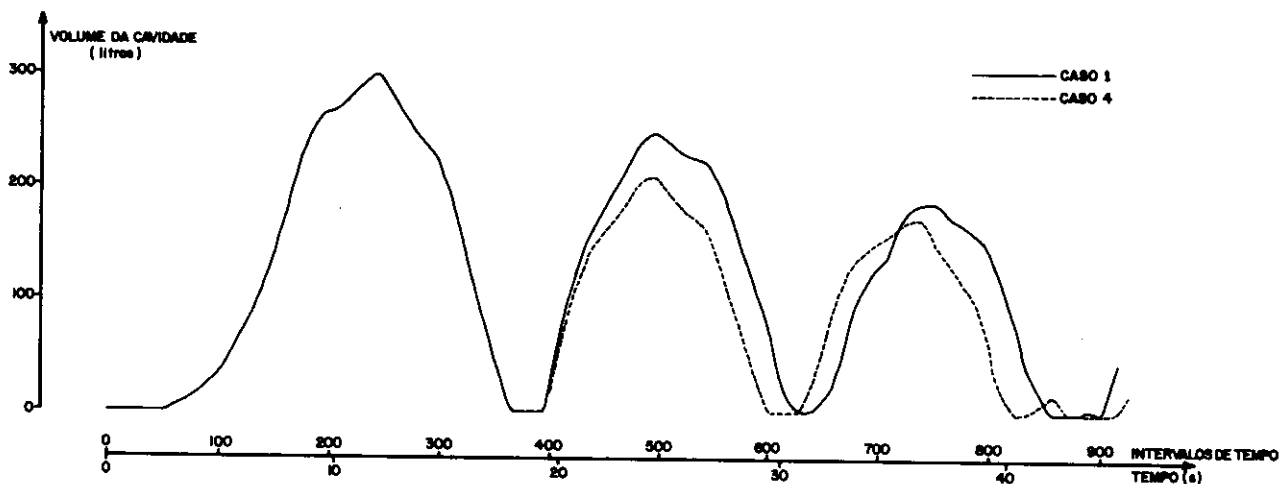


GRÁFICO Nº 5



**BIBLIOGRAFIA**

- [1] - Streeter, V. L. e Wylie, E. B. - "Fluid Transients" - McGraw-Hill - 1978.
- [1] - Vardy, A.E. - "On the Use of the Method of Characteristics for the Solution of Unsteady Flows in Networks". - 2<sup>nd</sup> International Conference on Pressure Surges - BHRA - Londres - 1976.
- [3] - Sanchez, M.G. - "Aplicações do Método das Características" - Dissertação de Mestrado - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - 1978.
- [4] - Streeter, V.L. e Wylie E.B. - "Hydraulic Transients" - McGraw-Hill - 1967.
- [5] - Assy, T.M. - "Método de Resolução dos Escoamentos em Regime Transitório" - Revista Brasileira de Tecnologia, vol 6-1975.
- [6] - Driels, M.R. - "An Investigation of Pressure Transients in a System Containing a Liquid Capable of Air Absorption" - Trans. ASME - Paper n.º 73-FE-28-Set. 1973.
- [7] - Tullis, J.P., Streeter, V.L. e Wylie, E.B. - "Waterhammer Analysis with Air Release". - 2<sup>nd</sup> International Conference on Pressure Surges - BHRA - Londres - 1976.
- [8] - Marsden, N.J. e Fox, J.A. - "An Alternative Approach to the Problem of Column Separation in an Elevated Section of Pipeline". - 2<sup>nd</sup> International Conference on Pressure Surges - BHRA - Londres - 1976.
- [9] - Kranenburg, C. - "Gas Release During Transient Cavitation in Pipes" - Journal of the Hydraulic Division - ASCE - vol. 100 - n.º HY10 - Out. 1974.
- [10] - Papadakis, C. N. e Hollingshead, D.F. "Air Release in the Transient Analysis of Condensers". - 2<sup>nd</sup> International Conference on Pressure Surges - BHRA - Londres - 1976.