

Dimensionamento de Redes de Distribuição de Água através de Malhas Quadrangulares

ANTONIO M. RIGHETTO (*)

INTRODUÇÃO

Fixar as vazões dos trechos, os diâmetros em função de velocidades limites e posterior verificação das pressões e vazões através do cálculo hidráulico da rede pelo método de Hardy-Cross, constitui o método convencional de dimensionamento das redes de distribuição de água (1).

Nessa metodologia, os trechos que possuem vazões muito diferentes das fixadas inicialmente, deverão sofrer alterações nos diâmetros para, em seguida, nova verificação ser realizada.

Esse processo de dimensionamento é aleatório no sentido de se procurar um dimensionamento que atenda às vazões desejadas para os trechos, assim como outras características importantes da rede, quais sejam, pressão mínima, uniformidade

da declividade piezométrica, carga piezométrica nos nós dentro de certos limites, etc.

Pretende-se no modelo a ser apresentado, sugerir uma nova metodologia de dimensionamento, baseada na técnica de simulação que permite fornecer diversas soluções possíveis para os diâmetros da rede, através de fixação inicial das vazões e cotas piezométricas nos nós.

A superfície piezométrica e as vazões nos nós são fornecidas através de duas matrizes bidimensionais. Cada elemento da matriz $H(i, j)$ estará fornecendo o valor da cota piezométrica no nó (i, j) ; da mesma maneira, cada elemento da matriz $Q(i, j)$ fornece a vazão no nó (i, j) que será uma vazão de alimentação ou de retirada de água da rede, dependendo do sinal ser positivo ou negativo, respectivamente.

Para a aplicação do método a ser proposto, a configuração geométrica da rede deverá ser do tipo quadrangular, ou seja, cada nó é definido

pelas coordenadas cartesianas (i, j) , sendo i o número do nó na direção x e j o número do nó na direção y .

Na formulação do modelo matemático ficará evidenciado que, para uma determinada superfície piezométrica e vazões nos nós, haverá diversas soluções para a rede, ficando a escolha da melhor solução vinculada a algum critério particular, seja o de mínimo custo ou de maior simetria e uniformidade quanto aos diâmetros da rede ou outro qualquer.

Basicamente, o método toma as cotas piezométricas dos nós e calcula as perdas de carga nos trechos; utilizando-se da perda de carga para cada trecho e da equação da continuidade para cada nó, obtém-se um sistema de equações cujas variáveis são os diâmetros dos trechos. Esse sistema de equações possui um número de equações menor do que o número de trechos, permitindo então, que se obtenha diversas soluções, tendo em vista os diâmetros comerciais existentes.

(*) Professor Assistente Doutor do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

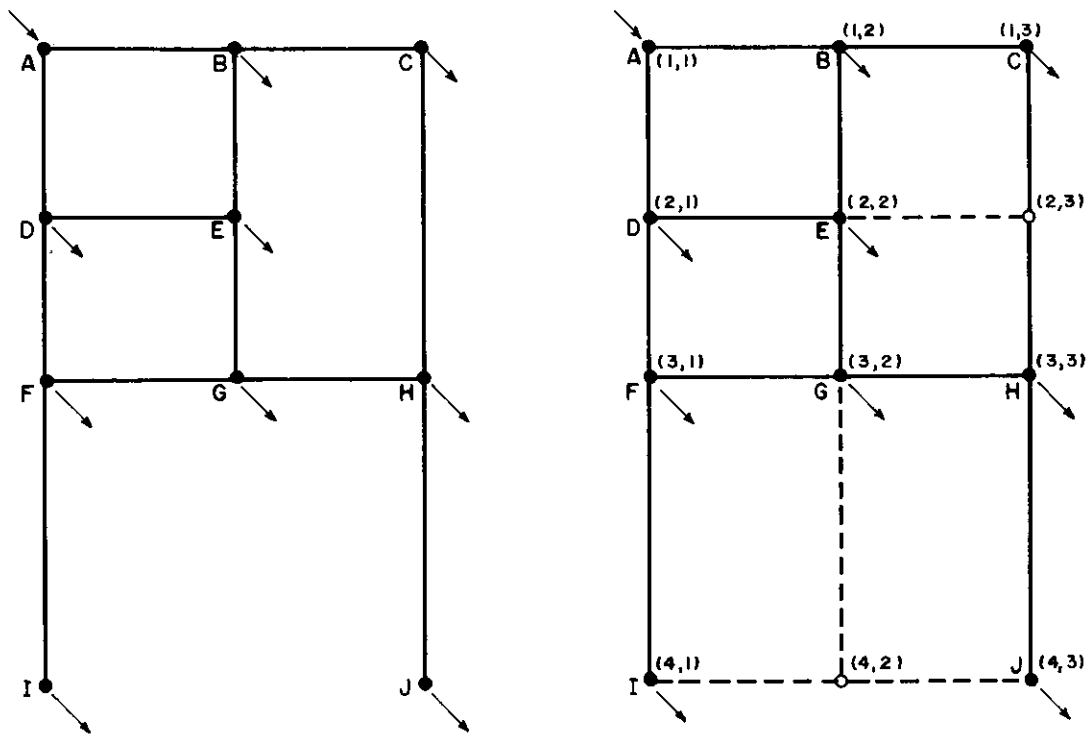


FIG. 1.1 — REDE NA CONFIGURAÇÃO REAL E REDE ADAPTADA A CONFIGURAÇÃO ORTOGONAL; LINHAS PONTILHADAS CORRESPONDEM A TRECHOS FICTÍCIOS

Diversos métodos de otimização de redes de distribuição de água foram propostos nos últimos anos (2, 3, 4 e 5). Todos eles por pretenderem equacionar uma rede genérica, fornecem equações gerais, que para serem utilizadas em um problema específico precisam ser adaptados às técnicas de otimização existentes.

Apesar do método a ser proposto ser restritivo, isto é, só possível de ser utilizado em redes quadrangulares, uma vez adaptada a configuração da rede genérica a uma rede do tipo quadrangular, o método pode ser imediatamente utilizado.

DEFINIÇÃO DE REDE QUADRANGULAR

Mencionou-se que o modelo deve fornecer, para cada tipo de rede, as soluções possíveis para os diâmetros dos trechos e estas estão baseadas nos diversos caminhos que a água possui para alimentar os nós dos pontos de alimentação.

A construção do modelo está baseada na possibilidade de se exprimir a rede em questão, em uma configuração quadrangular. Essa necessidade está baseada na regularidade com que as restrições aparecem para os diâmetros dos trechos independentes.

Algumas justificativas servem para mostrar que a configuração quadrangular é adaptável à maioria dos casos. Em geral, as cidades são planejadas no sentido de se ter quadras retangulares, o que induz ao projetista hidráulico escolher uma rede que seja, pelo menos, aproximada-

mente retangular. A segunda justificativa, talvez a mais importante, é que a adaptação de uma rede qualquer para uma do tipo quadrangular é quase sempre possível como mostram as ilustrações apresentadas pelas figuras 1.1 e 1.2.

Nessas figuras, as linhas pontilhadas que unem alguns nós representam trechos fictícios, com comprimentos iguais a zero, e servem apenas para formar a rede quadrangular. Os nós enumerados, porém, não especificados por letras, são nós também criados para a obtenção da grelha regular. Convém já salientar que, mesmo para esses nós os valores das cotas piezométricas devem ser fornecidos como dados. Evidentemente, as vazões nesses nós serão iguais a zero.

Na computação, os trechos pontilhados corresponderão a diâmetros necessariamente nulos, o que equivale a inexistência real dos trechos.

Dois nós ligados por um trecho, não podem ter a mesma cota piezométrica; essa restrição se prende ao conceito de eficiência hidráulica da rede, no que diz respeito a trechos inúteis. Caso a topografia seja tal, que dois nós estejam interligados por um trecho e suas cotas piezométricas sejam iguais, isto é, estes dois nós estão alimentando a rede secundária através do trecho que os une, então, deve ser criado um nó intermediário, cujo valor da cota piezométrica será, necessariamente, diferente daqueles nós.

A figura 1.3 caracteriza as variáveis da rede que serão utilizadas na formulação do modelo. Na rede ilus-

trada tem-se (M.N) nós e (2M.N-M-N) trechos. Aplicando-se a equação da continuidade (M.N-1) vezes e, sendo (M-1). N+(N-1)M diâmetros a determinar, conclui-se que o sistema de equações possui (M-1) (N-1) graus de liberdade. Isso significa que podem ser escolhidos (M-1). (N-1) trechos de decisão (variáveis independentes), cujos diâmetros são escolhidos de maneira a satisfazerem as restrições impostas pela hidráulica da rede; os demais trechos são calculados pelo sistema de equações.

Na figura 1.3 as variáveis $X(i, j)$, $i = 1$ a $M-1$ e $j = 1$ a $M-1$ são as variáveis de decisão e, $Y(i, j)$, $i = 1$ a N e $j = 1$ a $M-1$ e $X(i, M)$, $i = 1$ a $M-1$ representam as variáveis para os trechos dependentes. Tanto $X(i, j)$ como $Y(i, j)$ são variáveis que representam os diâmetros transformados através do uso de uma equação de perda de carga.

Na figura 1.4 estão representados dois trechos, um com orientação paralela ao eixo x e o outro ao eixo y. L_x e L_y são os comprimentos, D_x e D_y os diâmetros e C_x e C_y , os coeficientes de Hazen-Williams.

A perda de carga em qualquer trecho h_x ou h_y pode ser expressa por uma das equações abaixo:

$$h_x(i, j) = H(i, j) - H(i + 1, j)$$

para os trechos orientados segundo a direção x, ou

$$h_y(i, j) = H(i, j) - H(i, j + 1)$$

para os trechos orientados segundo a direção y.

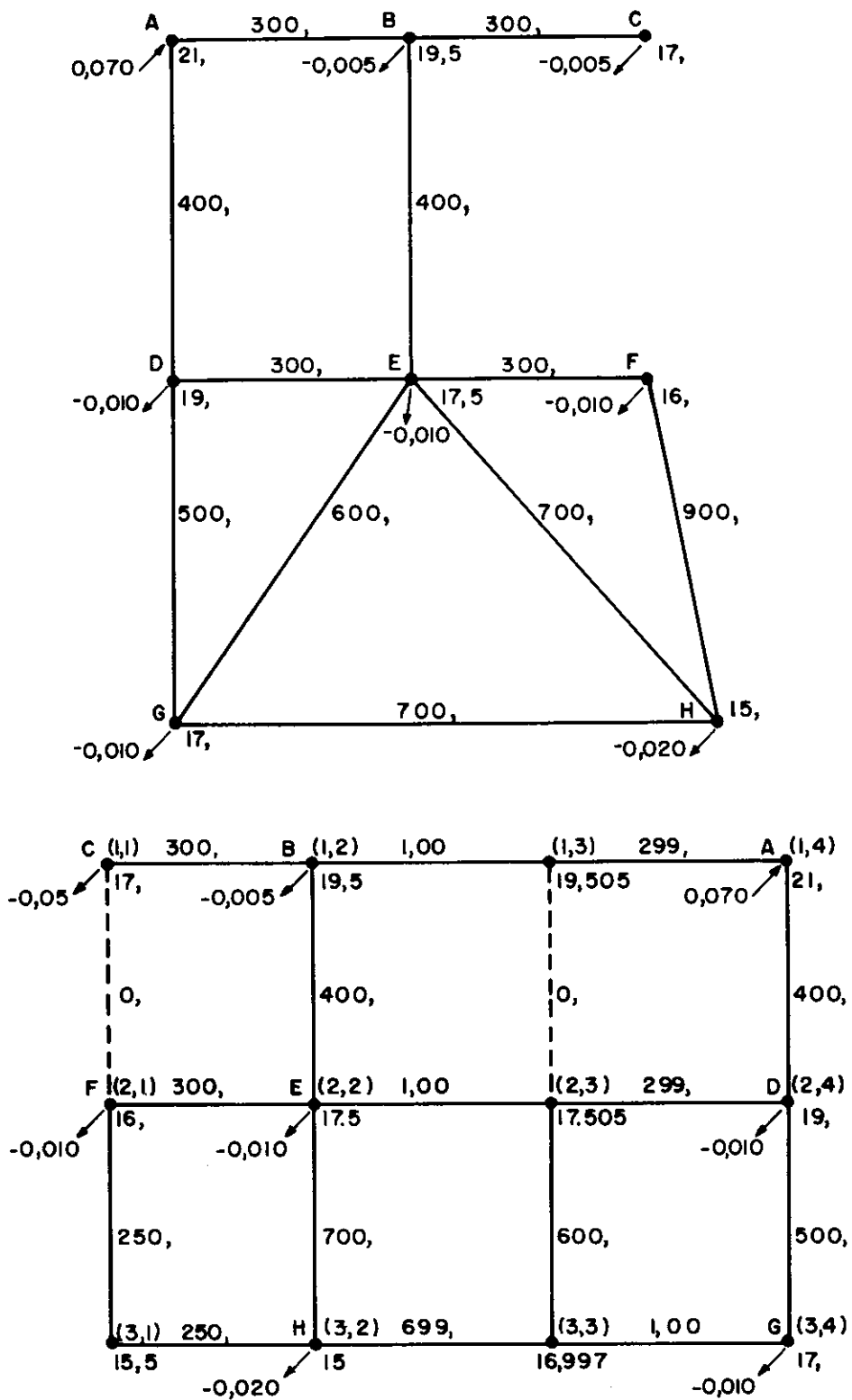
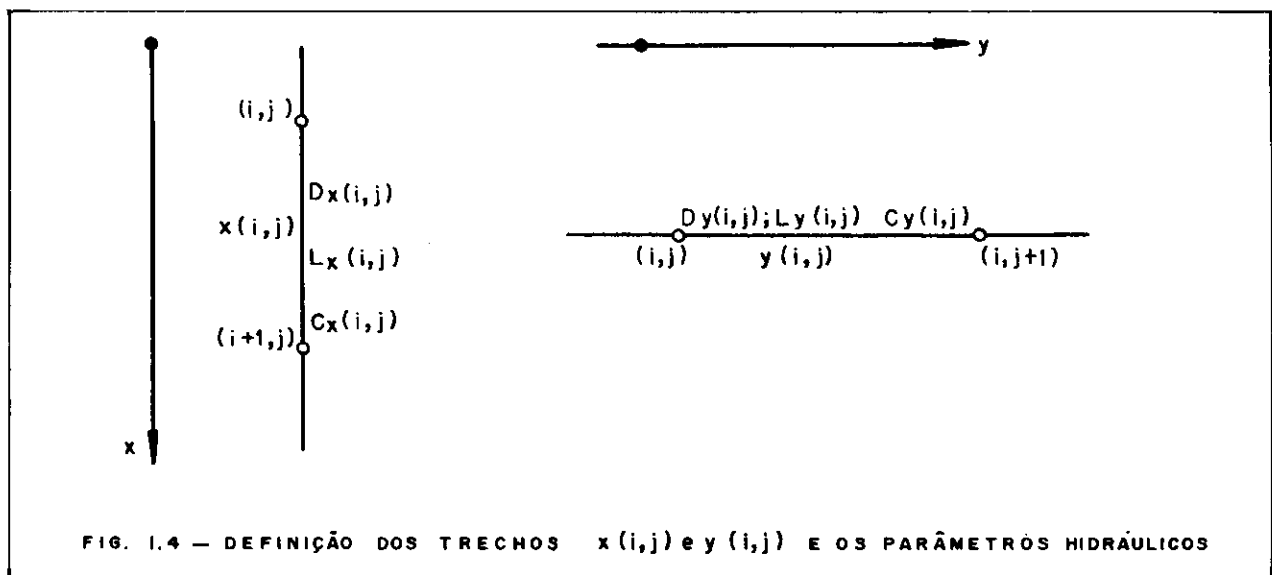
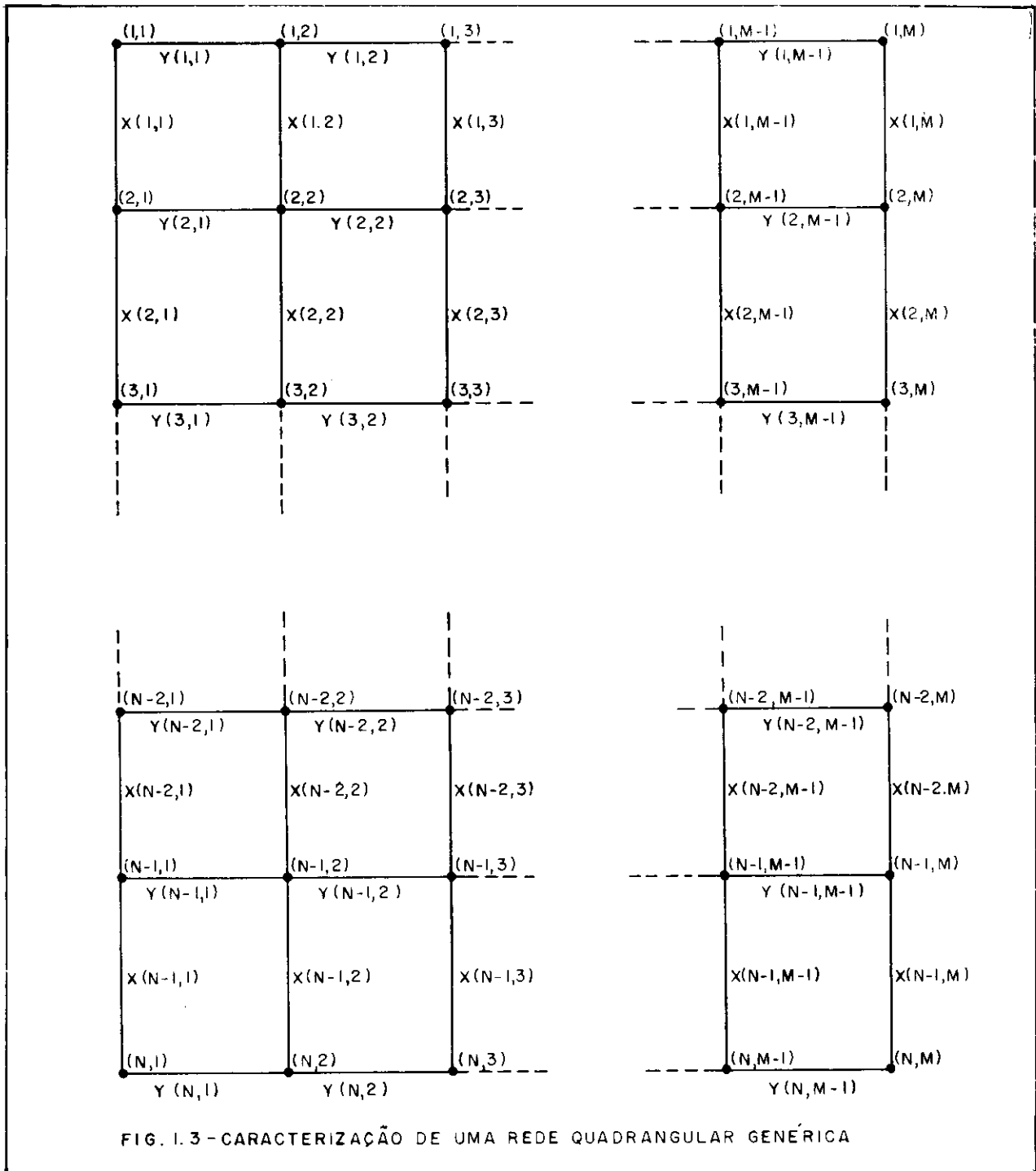


FIG. 1.2 - REDE NA CONFIGURAÇÃO REAL E NA FORMA QUADRANGULAR;
VALORES DAS VAZÕES E COTAS PIEZOMÉTRICAS NOS NÓS E
COMPRIMENTOS DOS TRECHOS.



A equação de Hazen-Williams aplicada aos trechos é escrita, alternativamente, ou

$$|J_x| = \frac{|h_x|}{L_x} = \frac{|q_x|^{1,85}}{C_x^{1,85} \cdot D_x^{4,87}}$$

ou

$$|J_y| = \frac{|h_y|}{L_y} = \frac{|q_y|^{1,85}}{C_y^{1,85} \cdot D_y^{4,87}}$$

sendo q_x a vazão no trecho $x(i, j)$ e q_y a vazão no trecho $y(i, j)$.

As variáveis $X(i, j)$ e $Y(i, j)$ são obtidas através das respectivas definições:

$$X(i, j) = \frac{|h_x(i, j)|}{|q_x(i, j)|}$$

$$Y(i, j) = \frac{|h_y(i, j)|}{|q_y(i, j)|}$$

Utilizando-se da equação de Hazen-Williams, tem-se

$$X(i, j) = \frac{C_x^{1,85}(i, j) \cdot D_x^{4,87}(i, j)^{0,54}}{L_x(i, j) \cdot |h_x(i, j)|^{0,85}} \quad \text{para } L_x(i, j) > 0$$

$$0 \quad \text{para } L_x(i, j) = 0$$

$$Y(i, j) = \frac{C_y^{1,85}(i, j) \cdot D_y^{4,87}(i, j)^{0,54}}{L_y(i, j) \cdot |h_y(i, j)|^{0,85}} \quad \text{para } L_y(i, j) > 0$$

$$0 \quad \text{para } L_y(i, j) = 0$$

Através das relações acima, os diâmetros $D_x(i, j)$ e $D_y(i, j)$ são transformados nas variáveis $X(i, j)$ e $Y(i, j)$, respectivamente.

EQUACIONAMENTO DA REDE QUADRANGULAR

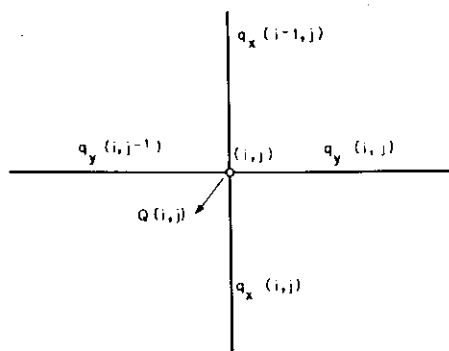


FIG. 1.5 - VAZÕES RELACIONADAS COM O NÓ (i, j)

As equações são obtidas através da aplicação da equação da continuidade aos $(M \cdot N - 1)$ nós. Para melhor elucidar a maneira pela qual é utilizada a equação da conservação da massa, considere o nó da figura 1.5.

As relações lineares entre q e h são

$$|q_x(i, j)| = X(i, j) \cdot |h_x(i, j)|$$

$$\begin{aligned} q_x(i-1, j) &= X(i-1, j) \cdot |h_x(i-1, j)| \\ |q_y(i, j)| &= Y(i, j) \cdot |h_y(i, j)| \\ |q_y(i, j-1)| &= Y(i, j-1) \cdot |h_y(i, j-1)| \end{aligned}$$

Aplicando-se a equação da continuidade ao nó (i, j) tem-se

$$-X(i-1, j) \cdot h_x(i-1, j) + X(i, j) \cdot h_x(i, j) - Y(i, j-1) \cdot h_y(i, j-1) + Y(i, j) \cdot h_y(i, j) = Q(i, j)$$

O mesmo procedimento aplicado aos demais nós conduz aos seguintes resultados (6):

$$Y(1, j) = \frac{(\sum_{k=1}^j Q(1, k) - \sum_{k=1}^j X(1, k) \cdot h_x(1, k))}{h_y(1, j)}, \quad j = 1 \text{ a } M-1$$

$$X(1, M) = \frac{(\sum_{k=1}^M Q(1, k) - \sum_{k=1}^{M-1} X(1, k) \cdot h_x(1, k))}{h_x(1, M)}$$

$$Y(i, j) = \frac{(\sum_{k=1}^j Q(i, k) + \sum_{k=1}^j X(i-1, k) \cdot h_x(i-1, k) - \sum_{k=1}^j X(i, k) \cdot h_x(i, k))}{h_y(i, j)},$$

$i = 2 \text{ a } N-1 \text{ e } j = 1 \text{ a } M-1$

$$X(i, M) = \frac{(\sum_{r=1}^i \sum_{k=1}^M Q(r, k) - \sum_{k=1}^{M-1} X(i, k) \cdot h_x(i, k))}{h_x(i, M)}, \quad i = 2 \text{ a } N-1$$

$$Y(N, j) = \frac{(\sum_{k=1}^j Q(N, k) + \sum_{k=1}^j X(N-1, k) \cdot h_x(N-1, k))}{h_y(N, j)}, \quad j = 1 \text{ a } M-1$$

RESTRIÇÕES PARA AS VARIÁVEIS DE DECISÃO

Para a obtenção das inequações restritivas às variáveis

$$X(i, j), \quad i = 1 \text{ a } N-1 \text{ e } M=1 \text{ a } M-1$$

considere a seguinte função indicadora

$$I(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } h(i, j) > 0 \\ 0 & \text{se } h(i, j) < 0 \end{cases}$$

Para os trechos orientados segundo a direção x a função indicadora será $I_x(i, j)$ e para os trechos y , $I_y(i, j)$.

Através da imposição prática $D_v(i, j) > 0$ e $D_x(i, M) > 0$ obtém-se através do uso do sistema de equações, os seguintes resultados para $i = 1 \text{ a } N-1$ e $j = 1 \text{ a } M-1$:

$$A(i, j, k) = \frac{(\sum_{r=1}^j Q(i, r) + \sum_{r=1}^j X(i-1, r) \cdot h_x(i-1, r) - \sum_{r=1}^j X(i, r) \cdot h_x(i, r))}{h_x(i, j)}, \quad k=1 \text{ a } M-j$$

$$e \quad A(i, j, k) = \frac{(\sum_{r=1}^{k-M+2(j-1)} Q(i+1, r) + \sum_{r=1}^k X(i, r) \cdot h_x(i, r))}{h_x(i, j)}, \quad k=M-j+2 \text{ a } 2(M-j)+1$$

A partir das equações acima e a comparação dos sinais das funções indicadoras obtém-se as restrições para as variáveis independentes segundo os diagramas apresentados nas figuras 1.6, 1.7 e 1.8.

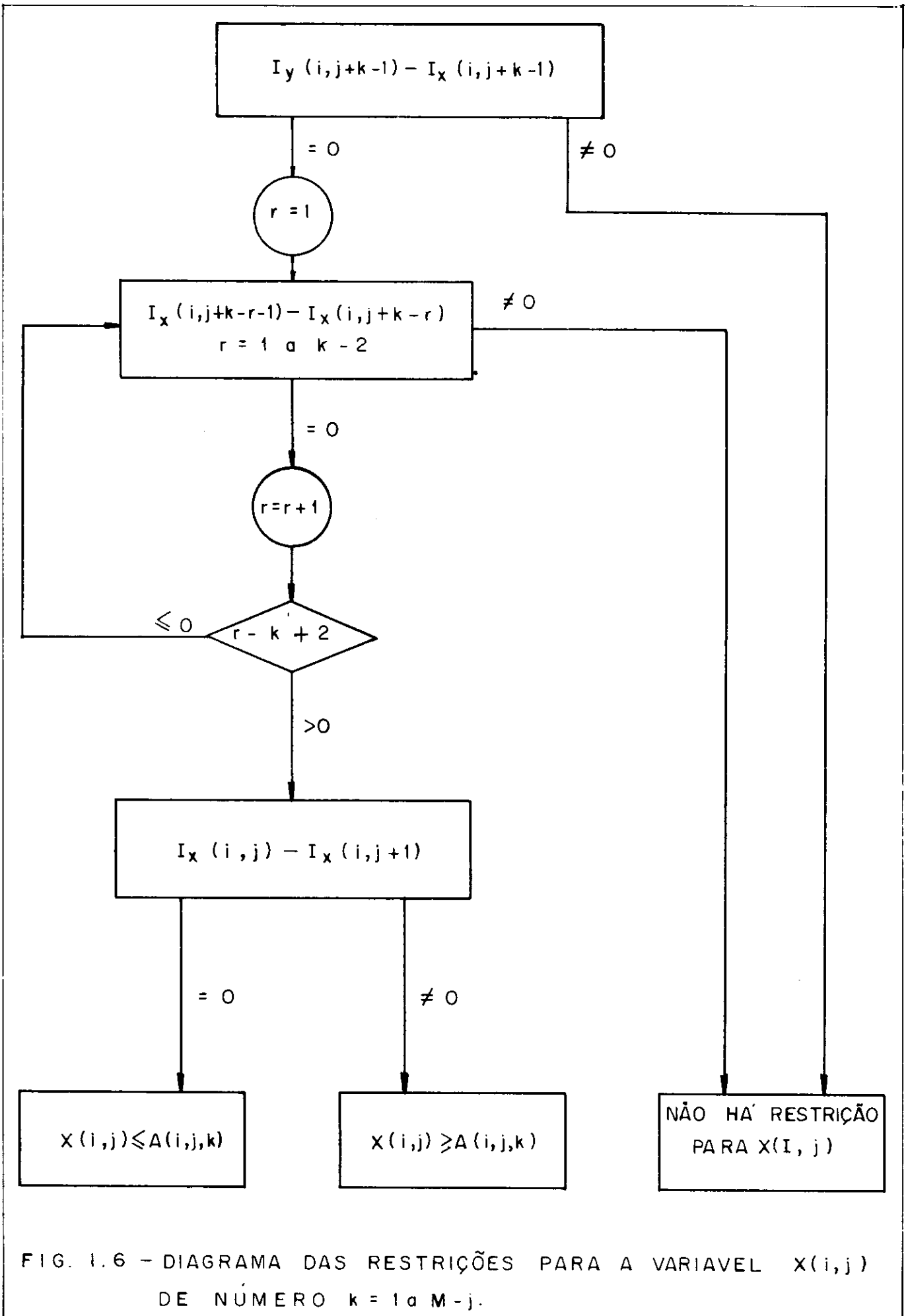


FIG. 1.6 - DIAGRAMA DAS RESTRIÇÕES PARA A VARIÁVEL $X(i,j)$ DE NÚMERO $k = 1$ a $M - j$.

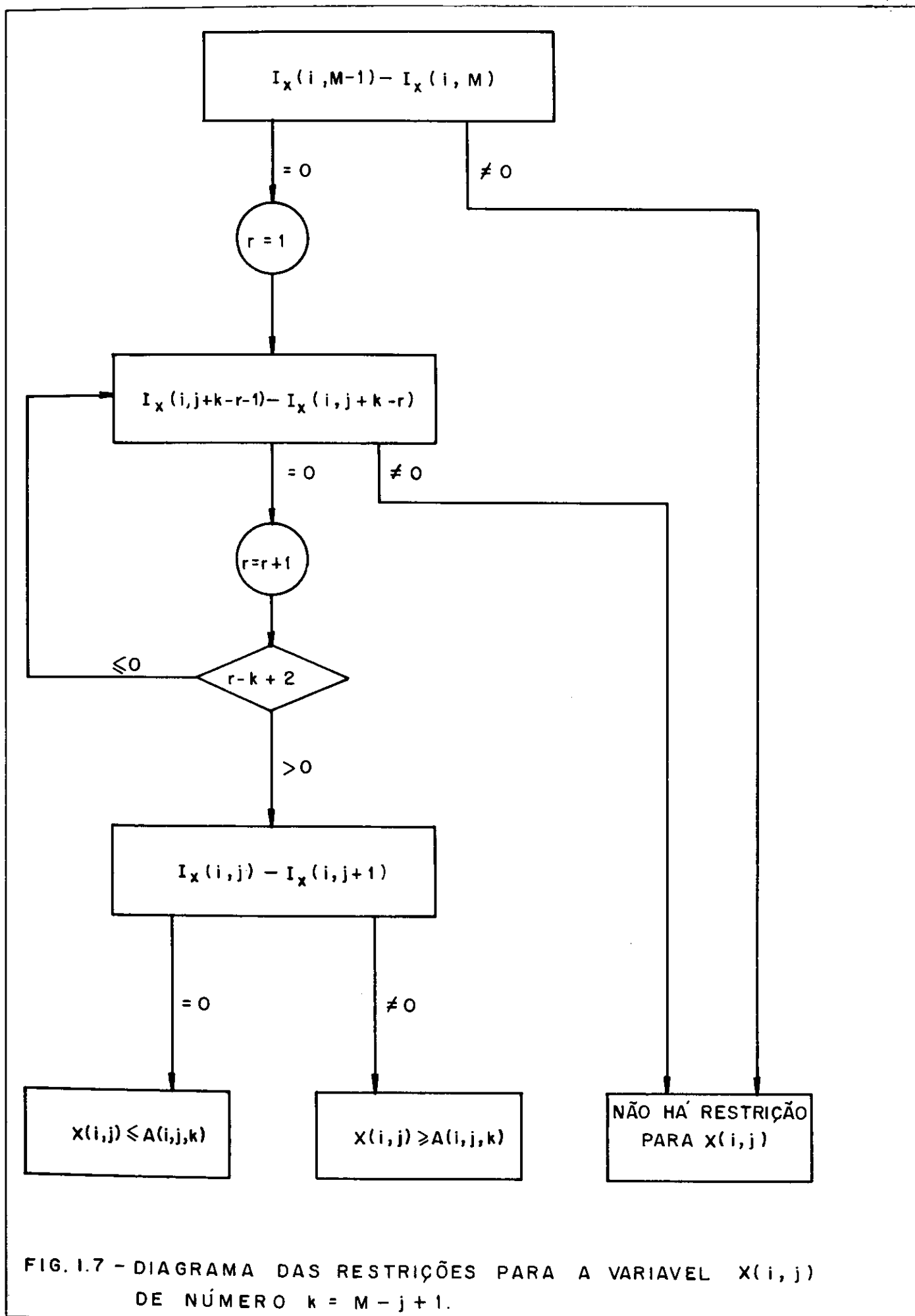


FIG. 1.7 - DIAGRAMA DAS RESTRIÇÕES PARA A VARIÁVEL $x(i, j)$ DE NÚMERO $k = M - j + 1$.

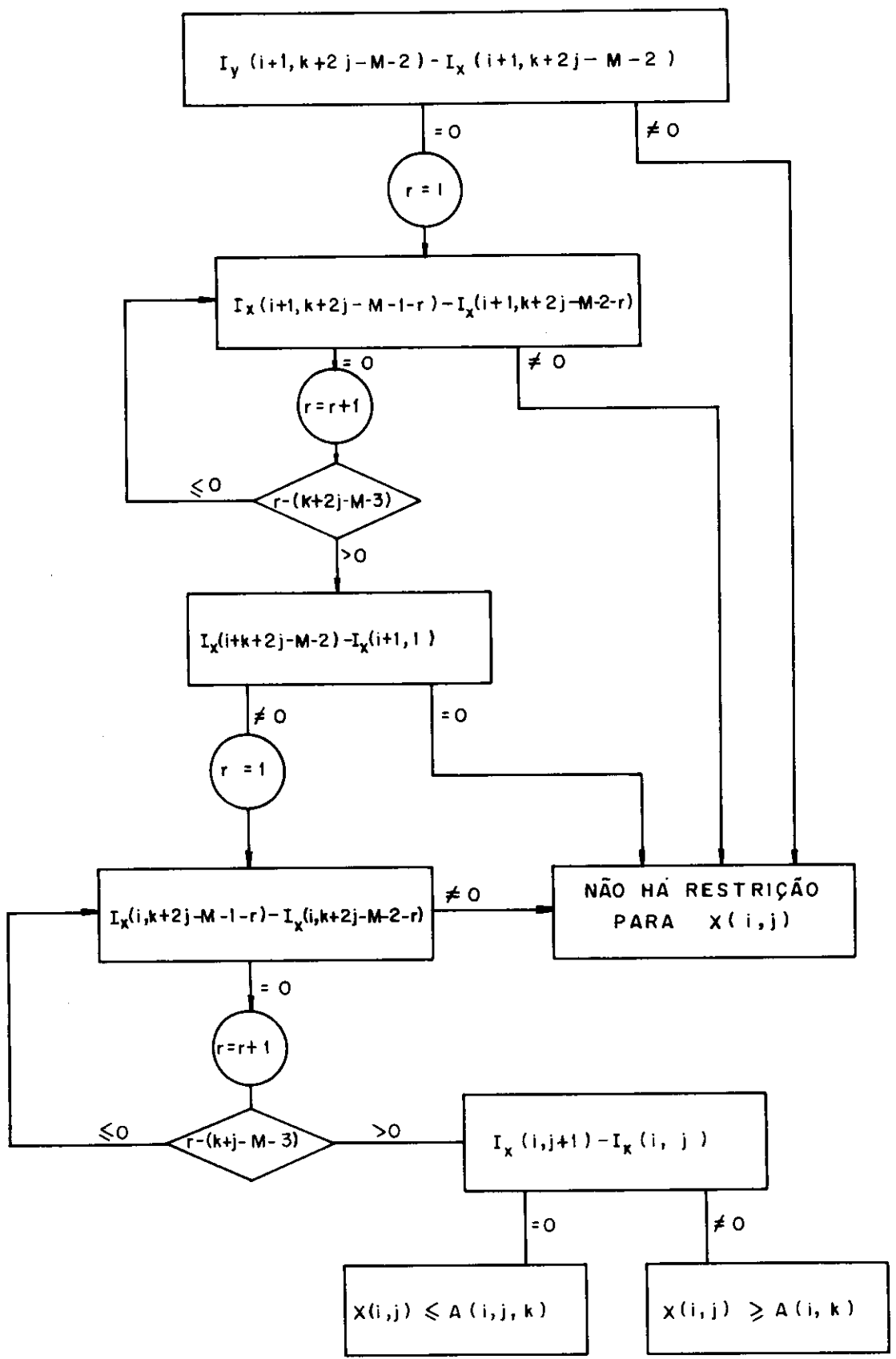


FIG. 1.8 - DIAGRAMA DAS RESTRIÇÕES PARA A VARIÁVEL $X(i, j)$ DE NÚMERO $k = M - j + 2$ a $2 \cdot (M - j) + 1$.

PROGRAMA COMPUTACIONAL

Desenvolveu-se um programa computacional para ser usado no computador Burroughs 2500, instalado na Escola de Engenharia de São Carlos. Os seguintes valores devem ser fornecidos como dados: dimensão da rede quadrangular NxM, sendo N o número de nós na direção x e M o número de nós na direção y; os coeficientes de Hazen-Williams dos trechos $C_x(i, j)$ e $C_y(i, j)$; os comprimentos dos trechos $L_x(i, j)$ e L_y

(i, j) ; as vazões nos nós $Q(i, j)$; as cotas piezométricas nos nós $H(i, j)$; diâmetro mínimo para os trechos reais D_{min} ; lei de custo para as tubulações assentadas; diâmetros comerciais a serem testados.

O programa seleciona os diâmetros possíveis para o trecho $x(1,1)$ e para cada valor fixado deste trecho, as mesmas operações são realizadas aos outros trechos independentes.

Uma vez fixado, por seleção, um

vetor $X(1,1), X(1,2), \dots, X(M-1, N-1)$, os trechos dependentes são, a seguir, calculados diretamente pelas relações de dependência mencionadas anteriormente. Para cada solução calculada, o custo total da rede é obtido através da lei de custo das tubulações.

O diagrama abaixo esclarece a seqüência de comandos do programa computacional (fig. 1.9).

Algumas soluções para a rede da figura 1.2 são apresentadas na figura

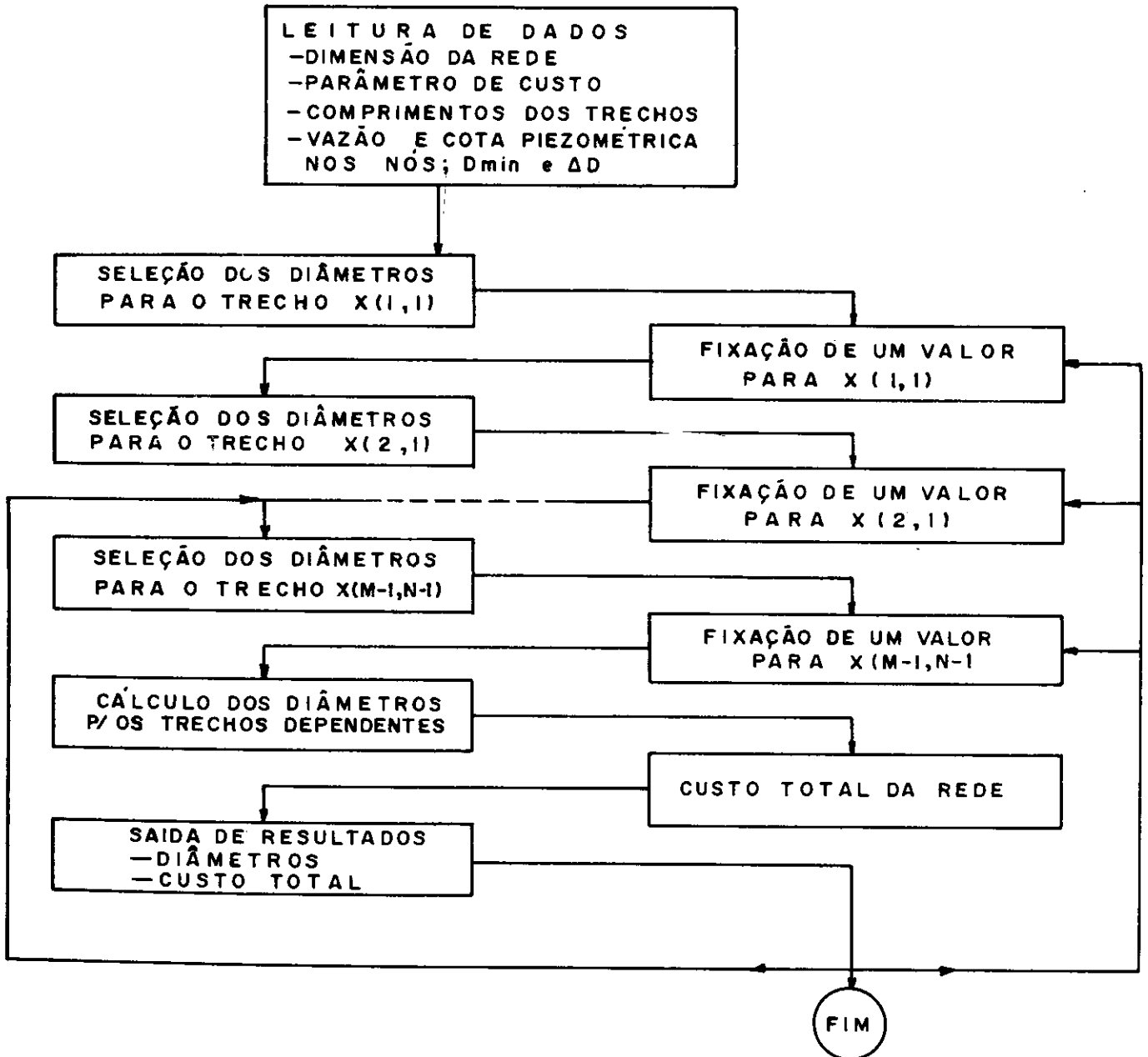
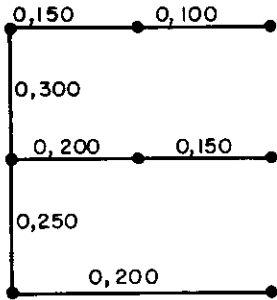
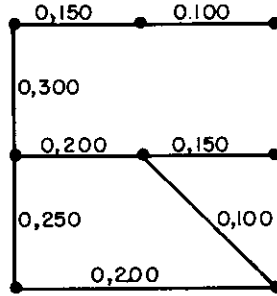


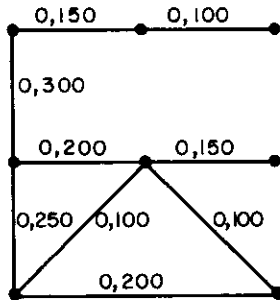
FIG. 1.9 - SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES DO DIAGRAMA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDO.



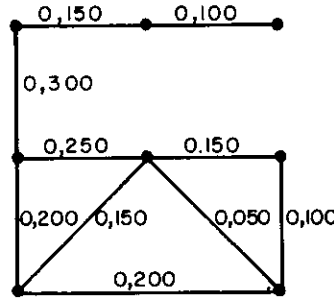
custo = 63255 u



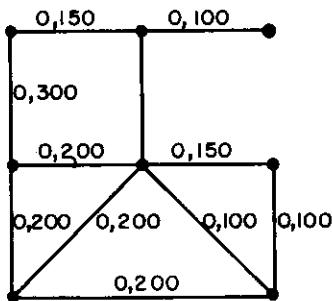
custo = 67305 u



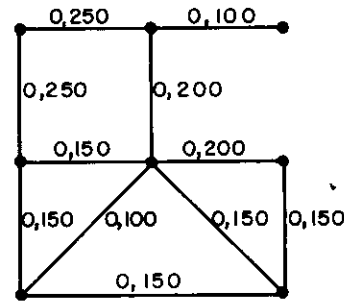
custo = 72770 u



custo = 77850 u



custo = 87900 u



custo = 85100 u

FIG. 1.10 - ALGUMAS SOLUÇÕES PARA A REDE DA FIG. 1.2.
VARIÇÃO NOS DIÂMETROS ANALISADOS = 0,050m;
DIÂMETRO MÍNIMO = 0,00m.

1. 10. Foram obtidas 120 soluções através do programa computacional, considerando a variação dos diâmetros analisados igual a 0,050 m, e o valor zero para o diâmetro mínimo. A comparação entre os custos das soluções, evidencia a rede ramificada como a mais econômica.

CONCLUSÕES

Através de diversos testes realizados com redes das mais diversas dimensões verificou-se que o método é eficiente na localização das possíveis soluções para os diâmetros dos trechos da rede quando pré-fixadas as vazões e cotas piezométricas dos nós. De posse das soluções possíveis dentro dos diâmetros comerciais disponíveis, o projetista poderá escolher a solução mais conveniente para o problema específico, seja ele o de mínimo custo, ou de máxima eficiência hidráulica, ou outro critério qualquer.

Para redes de grande porte, a fixação da superfície piezométrica pode restringir em demasia os possíveis diâmetros para os trechos da rede, podendo acarretar a inexistência de soluções. Caso este fato venha a ocorrer, novas superfícies piezométricas devem ser adotadas até se obter uma que permita a existência de soluções práticas.

Uma alteração no programa computacional pode, no entanto, evitar o trabalho da escolha das superfícies piezométricas. Se forem anexadas ao método uma faixa piezométrica ao nó (i, j), isto é, se o valor da cota piezométrica no nó (i, j) ao invés de $H(i, j)$, for $H(i, j) \pm (1/2)\Delta H(i, j)$, então o método menos restritivo, poderá calcular para qualquer superfície piezométrica matematicamente aceitável, os diâmetros comerciais possíveis para os trechos da rede. Esta alteração no método está sendo elaborada e deverá ser incorporada no programa computacional.

BIBLIOGRAFIA

- (1) MARTINS, J. A. "Redes de Distribuição de Água", na publicação "Técnicas de Abastecimento e Tratamento de Água", vol. I, CETESB, 1973.
- (2) CEMBROWICS, R. G., "Least Cost Design of Water Distribution Networks", Proceedings Second World Congress, International Water Resources Association, New Delhi, vol. V, 299-311, Dec., 1975.
- (3) DEB, A. K. "Least Cost Design of Branched Pipe Network System", J. of the Env. Div., 100, ASCE, 821-835, Aug, 1974.
- (4) LAM, C. F. "Discrete Gradient Optimization of Water Systems", J. of the Hydraulics Division, 99, ASCE, 863-872, June 1973.
- (5) DEB, A.K; SARKAR, A.K. "Optimization in Hydraulic Network", J. of the Sanitary Eng. Div., 97, ASCE, 141-159, april 1971.
- (6) RIGHETTO, A. M. "Desenvolvimento de Modelos de Simulação para o Dimensionamento de Redes de Distribuição de Água" - Tese de Doutorado, EESC, 1977.