

# Fundamentos Teóricos dos Reatores Biológicos e sua Aplicação ao Tratamento de Águas Residuárias

Engenheiro ELY CARLOS ALVARENGA (\*)  
Engenheiro PEDRO ALEM SOBRINHO (\*\*)

## 1 — INTRODUÇÃO

O presente artigo tem por finalidade esclarecer conceitos e mostrar, analiticamente, como as diversas variáveis envolvidas num tratamento biológico afetam o seu desempenho. Ele não tem a finalidade precípua de estabelecer critérios de dimensionamento dos sistemas de tratamento de águas residuárias.

A formulação aqui apresentada foi deduzida a partir de experiências com culturas puras de microrganismos, alimentando-se de um único substrato solúvel. Na prática, os despejos são constituídos por uma mistura de várias substâncias, e diversas espécies de microrganismos desenvolvem-se durante o processo de tratamento. Todavia, tem-se verificado que as conclusões obtidas com culturas puras continuam válidas para os casos práticos e que os desvios entre as previsões teóricas e os resultados obtidos não são acentuados.

Admitir-se-á que o único fator limitante ao desenvolvimento dos microrganismos seja a disponibilidade de alimento (substrato) e que todas as outras condições, tais como presença de nutrientes minerais, ausência de substâncias tóxicas, etc., estejam satisfeitas. Supõe-se também que o nível de agitação no reator é suficiente para manter todos os microrganismos em suspensão.

## 2 — REATOR DESCONTÍNUO

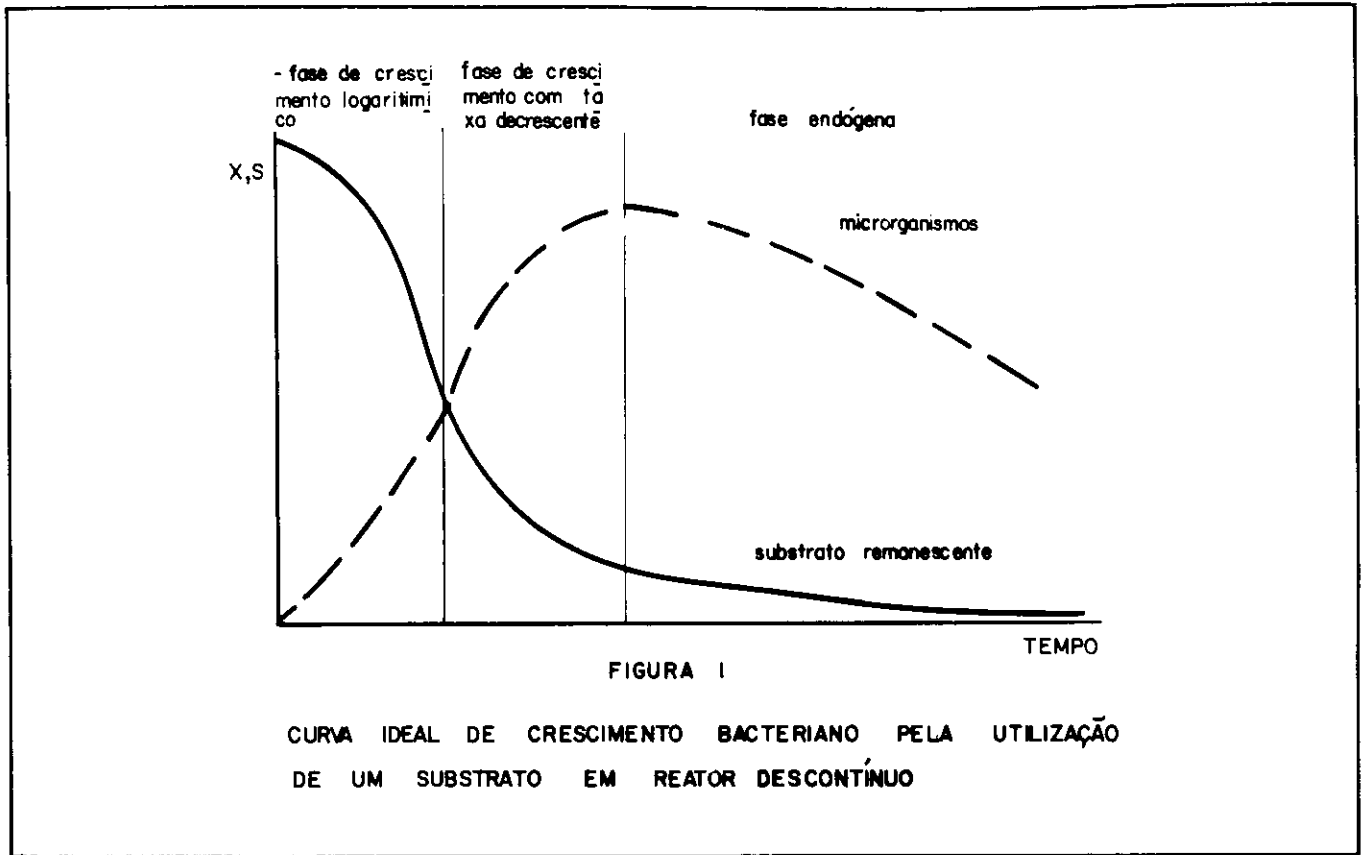
Neste tipo de reator não existe vazão de alimentação ou de saída. Seu estudo será feito de maneira bastante simplificada.

Inicialmente supõe-se que a quantidade de microrganismos introduzida é relativamente pequena em comparação com o substrato disponível no reator. Após um período de aclimação, nota-se que a massa de microrganismos começa a crescer a uma taxa exponencial, ao passo que a quantidade de substrato decresce também exponencialmente. Este decréscimo é resultante da utilização do substrato para a constituição de novo material celular, através da reação de síntese, e também como fonte de energia necessária às atividades dos microrganismos, através da reação de respiração, ou seja, reação de oxidação do substrato.

Esta fase é chamada de crescimento logarítmico e é caracterizada pelo fato de o substrato não ser um

(\*) Engenheiro civil pela Escola Politécnica da USP e engenheiro sanitário pela Universidade de Delft (Holanda). Docente do Departamento de Hidráulica da Universidade Júlio de Mesquita Filho. Diretor da EPA Engenharia de Proteção Ambiental Ltda.

(\*\*) Engenheiro civil pela EESC-USP, engenheiro sanitário pela FSP-USP e Master of Science pela Universidade de Newcastle Upon Tyne (Inglaterra). Docente do Departamento de Hidráulica da Escola Politécnica da USP. Engenheiro da Cetesb.



fator limitante ao crescimento dos microrganismos, o qual se verifica à velocidade máxima. A reação de síntese é predominante nesta fase, em relação à respiração.

Ao longo do tempo, a relação entre o substrato disponível e a massa de microrganismos presentes no reator decresce, chegando a um ponto em que o primeiro não é mais suficiente para permitir a velocidade máxima de crescimento. Esta fase em que o crescimento passa a ser limitado pela disponibilidade de substrato é chamada fase de crescimento com taxa decrescente. A energia total requerida é maior (maior população de microrganismos) e a parcela de substrato remanescente utilizado para a respiração aumenta, enquanto a parcela usada para síntese diminui.

Com o decorrer do processo chega-se a um ponto em que o substrato disponível não é mais suficiente para fornecer energia à massa de microrganismos, através da respiração. Eles passam então a oxidar a matéria orgânica acumulada, que agora faz parte da composição celular, e a massa de microrganismos começa a decrescer. Este fenômeno é chamado de respiração endógena, e esta fase de decréscimo da massa de microrganismos por auto-oxidação é chamada de fase de respiração endógena.

Tem-se verificado que a respiração endógena existe sempre, mas é desprezível quando a disponibilidade de substrato é grande em relação aos microrganismos presentes no reator.

A figura 1 mostra as curvas que representam as concentrações de substrato e microrganismos ao longo do tempo.

Percebe-se que após certo ponto a concentração de substrato diminui vagarosamente com o tempo. A vantagem adicional que se consegue aumentando o tempo de tratamento é a diminuição da concentração de microrganismos. A massa de novos microrganismos formada durante o processo de tratamento é denominada "lodo em excesso", e quase sempre necessita um tratamento complementar.

O reator descontínuo raramente é utilizado, pois os despejos em geral têm um fluxo contínuo.

### 3 — REACTORES CONTÍNUOS

Nestes reatores existe uma vazão de alimentação contínua. Admite-se neste trabalho que o volume da massa líquida dentro do reator permanece sempre constante, ou seja, a vazão de saída é idêntica à de alimentação.

Serão estudados três modelos básicos:

- reator de mistura homogênea sem recirculação;

- reator de mistura homogênea com recirculação;
- reator pistonado ("plug-flow") com recirculação.

#### 3.1 Reator de Mistura Homogênea sem Recirculação

Este reator apresenta-se com a mesma concentração de substrato e de microrganismos em todos os pontos da massa líquida. Assim, as concentrações no efluente serão idênticas às existentes no reator.

Inicialmente serão definidos alguns parâmetros:

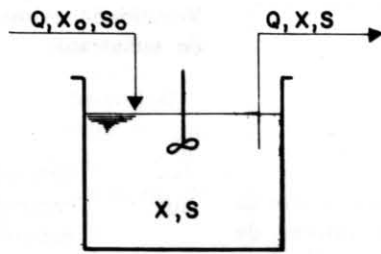
$$\mu = \frac{dX_s}{Xdt} \quad \dots \text{Velocidade específica de síntese (ou de reprodução) dos microrganismos.}$$

$$b = \frac{dX_a}{Xdt} \quad \dots \text{Velocidade específica de auto-oxidação dos microrganismos.}$$

$$D = \frac{Q}{V} \quad \dots \text{Taxa de diluição.}$$

A taxa de diluição é o recíproco do tempo de detenção hidráulico. Apesar deste último conceito ser mais familiar ao engenheiro sanitário, D será utilizado nas primeiras formulações.

Para o reator da figura 2, considerando-se o balanço de microrganismos num instante dt, tem-se:



- Q .... vazão  
 V .... volume do reator  
 $\tau$  .... tempo de detenção hidráulico  
 $X_0$  .... concentração de microrganismos no influente  
 X .... concentração de microrganismos no reator  
 $S_0$  .... concentração de substrato no influente  
 S .... concentração de substrato no reator.

FIGURA. 2

ESQUEMA DE REATOR CONTÍNUO SEM RECIRCULAÇÃO

Variação da massa de microrganismos no reator = Massa de microrganismos que entra - Massa de microrganismos que sai + Acréscimo de microrganismos produzidos pela síntese - Decréscimo de microrganismos destruídos pela auto-oxidação

$$VdX = QX_0 dt - QXd t + dX_s \cdot V - dX_a \cdot V$$

$$\frac{VdX}{dt} = QX_0 - QX + \mu XV - bXV$$

Considerando-se ainda que a concentração de microrganismos no influente é desprezível, ou nula, tem-se:

$$\frac{dX}{dt} = X(\mu - b - D) \quad (1)$$

b pode ser significativo ou desprezível quando comparado com  $\mu$ . Cada caso será considerado separadamente.

3.1.1 Caso em que a respiração endógena é desprezível

Neste caso, a concentração de substrato no reator é suficientemente grande para que a taxa de auto-oxidação dos microrganismos seja desprezível quando comparada com a taxa de síntese.

Nessas condições, a equação (1) pode ser escrita como:

$$\frac{dX}{dt} = X(\mu - D) \quad (2)$$

Considerando-se agora o regime estacionário, as concentrações de substrato e de microrganismos no reator serão constantes, e portanto  $\frac{dX}{dt} = 0$ . Logo,  $\mu = D$

$$\mu = D \quad (3)$$

ou seja, a velocidade específica de reprodução é numericamente igual à taxa de diluição. Assim, no regime estacionário, a massa sintetizada de novos microrganismos ( $dX_s \cdot V$ ) escapa imediatamente pelo efluente do reator ( $QXd t$ ), mantendo a concentração X constante.

Equação de Monod

Monod desenvolveu uma importante relação entre a velocidade espe-

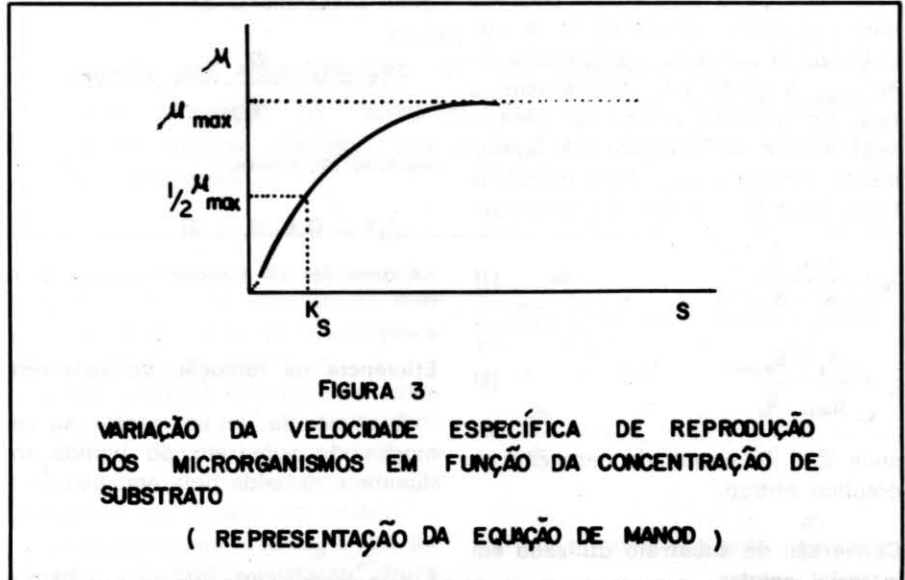


FIGURA 3

VARIAÇÃO DA VELOCIDADE ESPECÍFICA DE REPRODUÇÃO DOS MICRORGANISMOS EM FUNÇÃO DA CONCENTRAÇÃO DE SUBSTRATO

( REPRESENTAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MONOD )

cífica de reprodução dos microrganismos e a concentração de substrato no reator. Para se obter essa relação, estabelecem-se regimes estacionários para diferentes vazões de alimentação de um mesmo substrato, e então mede-se a concentração do substrato no reator. Obtém-se assim uma série de pares de valores de D (e portanto  $\mu$ ) e S.

Colocando-os num gráfico, obtém-se uma curva do tipo apresentado na figura 3.

Nota-se que o valor de  $\mu$  cresce com a elevação de S até um determinado valor máximo, a partir do qual ela se mantém constante, independentemente do valor de S.

Essa curva é representada por uma equação do tipo:

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S} \quad (4)$$

$\mu_{max}$  e  $K_s$  são constantes de ajustamento da curva e possuem o seguinte significado:

$\mu_{max}$  .... velocidade de reprodução específica máxima

$K_s$  .... concentração de substrato para a qual  $\mu = 1/2 \mu_{max}$

As grandezas  $\mu_{max}$  e  $K_s$  são cons-

tantes para um determinado tipo de substrato e microrganismo e podem ser determinadas experimentalmente.

Uma importante conclusão a tirar é que existe uma taxa de diluição máxima (ou um tempo de detenção mínimo) para a operação do reator. Para o caso de  $D > \mu_{max}$ , o tempo de detenção será inferior ao processo reprodutivo dos microrganismos, e estes serão arrastados gradualmente para fora do reator, até desaparecerem. Este fenômeno é conhecido por "lavagem", e é de fundamental importância levá-lo em consideração sempre que se dimensionar um reator, pois sua ocorrência conduziria ao colapso do tratamento.

Expressão de S

Na equação de Monod, fazendo

$$\mu = D = \mu_{max} \cdot \frac{S}{K_s + S}$$

e resolvendo, tem-se:

$$S = \frac{DK_s}{\mu_{max} - D} \quad (5)$$

ou,

$$S = \frac{K_s}{\mu_{max} \tau - 1} \quad (6)$$

Assim, a concentração de substrato no efluente depende apenas da taxa de diluição (ou do tempo de detenção), sendo independente da concentração de substrato no afluente. Se possível, é portanto teoricamente recomendável concentrar os despejos, já que isto não influiria no resultado. Todavia, em concentrações muito elevadas, outros fatores, como a pressão osmótica e a transferência de oxigênio em tratamentos aeróbicos, podem ser limitantes do processo, invalidando essa recomendação teórica.

O valor de S mantém-se pequeno para pequenos valores de D. A medida que D aumenta, aproximando-se de  $\mu_{max}$ , S tende a  $S_0$ . Na verdade, a taxa de diluição crítica  $D_c$  para a qual ocorre a "lavagem" é ligeiramente inferior a  $\mu_{max}$ . Para calculá-la basta fazer  $S = S_0$  em (5), e tem-se:

$$D_c = \frac{\mu_{max} S_0}{K_s + S_0} \quad \text{ou; (7)}$$

$$\tau_c = \frac{K_s + S_0}{\mu_{max} \cdot S_0} \quad (8)$$

onde  $\tau_c$ ..... tempo de detenção hidráulico crítico.

**Conversão de substrato utilizado em material celular**

Define-se:

$$a = \frac{dX_s}{dS_u} \dots \text{fator de conversão de substrato utilizado em material celular.}$$

$dX_s$  é a massa de material celular produzido por unidade de volume pela utilização da massa de substrato  $dS_u$ , na mesma unidade de volume.

**Expressão de X**

Fazendo-se um balanço de substrato no reator num intervalo de tempo dt, tem-se:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Variação} \\ \text{da massa} \\ \text{de substrato.} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{influente.} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{efluente.} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{utilizado.} \end{array} \right]$$

$$Vds = OS_0dt - OSdt - VdS_u$$

$$\text{ou } \frac{ds}{dt} = D(S_0 - S) - \frac{1}{a} \frac{dX_s}{dt}$$

Para o regime estacionário tem-se:

$$\frac{dS}{dt} = 0, \text{ e } D = \mu$$

e portanto,

$$\mu(S_0 - S) = \frac{1}{a} \mu X \quad \text{ou,}$$

$$X = a(S_0 - S) \quad (9)$$

Assim, X é bastante dependente da concentração  $S_0$  e, para valores de S pequenos em relação a  $S_0$ , X é aproximadamente proporcional a  $S_0$ .

**Produção de lodo (microrganismos)**

A massa de lodo em excesso produzida na unidade de tempo em regime estacionário é:

$$\Delta X = \cdot V \cdot \frac{dX_s}{dt} = V\mu X = VDX$$

usando-se (9), tem-se:

$$\Delta X = Q \cdot a \cdot (S_0 - S) \quad (10)$$

A curva de  $\Delta X$  é portanto semelhante à de X.

**Eficiência na remoção de substrato**

A eficiência de um reator na remoção do substrato do líquido influente é definida pela equação:

$$E = \frac{S_0 - S}{S_0} \times 100 \quad (11)$$

**Conceito de idade do lodo ( $\theta_c$ )**

A idade do lodo é o tempo médio de permanência dos microrganismos do reator, e é chamada também de tempo de detenção dos sólidos. Ela é expressa pelo quociente entre a massa total de microrganismos presentes no reator e a massa total de microrganismos removida na unidade de tempo.

Aplicando esta definição para reatores de mistura homogênea sem recirculação, tem-se:

$$\theta_c = \frac{XV}{QX} = \frac{V}{Q} = \tau \quad (12)$$

Neste caso, a idade do lodo é, portanto, numericamente igual ao tempo de detenção hidráulico. Considerando-se ainda a equação (3), tem-se:

$$\theta_c = \frac{1}{\mu} \quad (13)$$

ou seja, a idade do lodo é o recíproco da velocidade específica de síntese dos microrganismos.

**Velocidade específica de remoção de substrato**

Define-se

$$\frac{dS_u}{Xdt} \dots \text{velocidade específica de remoção (utilização) de substrato.}$$

Lembrando que

$$\mu = \frac{dX_s}{Xdt} = \frac{adS_u}{Xdt} = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S}$$

$$\frac{dS_u}{Xdt} = \frac{\mu_{max}}{a} \frac{S}{K_s + S}$$

Fazendo

$$\frac{\mu_{max}}{a} = k, \text{ tem-se}$$

$$\frac{dS_u}{Xdt} = k \frac{S}{K_s + S} \quad (14)$$

Nota-se que a velocidade específica de remoção do substrato também passa por um máximo, ou seja, uma determinada massa de microrganismos pode remover uma quantidade limitada de substrato, num dado período de tempo. Esta conclusão é de grande importância, pois impõe restrições à carga orgânica que a massa total de microrganismos presente no reator pode receber. Se ela ultrapassar certo limite, haverá um excesso de substrato que não será utilizado no metabolismo das bactérias e sairá junto com o efluente final.

É interessante salientar duas situações extremas de concentração de substrato:

$$SS \gg K_s \dots \frac{dS_u}{dt} = k \cdot X \quad (15)$$

$$S \ll K_s \dots \frac{dS_u}{dt} = \frac{k}{K_s} \cdot X \cdot S = k'XS \quad (16)$$

A primeira é uma reação de ordem zero com relação a S e a segunda é uma de primeira ordem. Esta última é utilizada com muita frequência para representar a utilização de substrato pelos microrganismos nos sistemas de tratamento.

**Fator de carga de lodo**

É definido como a massa de substrato aplicada por unidade de massa de microrganismos num determinado período de tempo.

$$f = \frac{OS_0}{XV}$$

Como nos sistemas de tratamento de alta eficiência a maior parte do substrato afluente é removida,  $f$  é numericamente próximo da velocidade específica de utilização de substrato para estes casos.

A figura 4 mostra a variação de  $V$  e  $S$  em relação a  $D$  e  $\theta_c$ .

### 3.1.2 Caso em que a respiração endógena é significativa

Este reator descreve o comportamento de lagoas aeradas aeróbicas e, aproximadamente, o dos digestores anaeróbios de lodo.

Nos tratamentos de águas residuárias procura-se fazer que o efluente tenha uma pequena concentração de substrato, o que significa que no reator também  $S$  será pequeno. Nessas condições é necessário levar em conta a destruição dos microrganismos por auto-oxidação. Em outras palavras, o aumento "líquido" da massa de microrganismos será a diferença entre a massa sintetizada de novos microrganismos e a massa de microrganismos destruída por auto-oxidação:

$$dX_1 = dX_s - dX_a$$

$$\frac{dX_1}{Xdt} = \frac{dX_s}{Xdt} - \frac{dX_a}{Xdt}$$

Define-se:

$$\mu' = \frac{dX_1}{Xdt} \dots \text{velocidade específica líquida de reprodução.}$$

$$\mu' = \mu - b$$

$$\mu' = \mu_{\max} \frac{S}{K_s + S} - b \quad (18)$$

Utilizando-se a equação (1) que foi obtida para o caso em que se considera também a respiração endógena,

$$\frac{dX}{dt} = X(\mu - b - D) \quad (1)$$

tem-se para o regime estacionário,

$$\frac{dX}{dt} = 0$$

$$0 = X(\mu' - D)$$

$$\text{ou } \mu' = D = \frac{1}{\tau} \quad (19)$$

A equação (19) pode ainda ser multiplicada por  $XV$  e tem-se:

$$XV\mu' = QX$$

$$\mu' = \frac{QX}{XV} = \frac{1}{\theta_c} \quad (20)$$

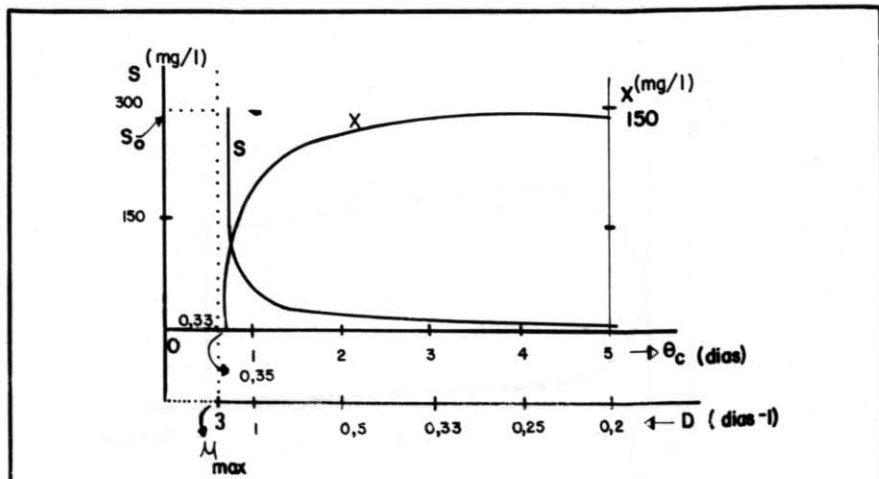


FIGURA 4  
VARIAÇÃO DAS CONCENTRAÇÕES DE MICRORGANISMOS (X) E DE SUBSTRATO (S) EM FUNÇÃO DA IDADE DO LODO ( $\theta_c$ ) E DA TAXA DE DILUIÇÃO (D), EM REATOR CONTÍNUO SEM RECIRCULAÇÃO E RESPIRAÇÃO ENDÓGENA DESPREZÍVEL.

pois  $QX$  é a massa de microrganismos descartada na unidade de tempo e  $XV$  é a massa de microrganismos presente no reator.

Nesse sistema, portanto, a idade do lodo é o recíproco da velocidade específica líquida de reprodução e coincide com o tempo de detenção hidráulico do líquido no reator.

Considerando-se que  $\theta_c$  é um parâmetro atualmente bastante utilizado para controle de estações de tratamento de águas residuárias, as expressões para  $X$  e  $S$  serão colocadas em função de  $\theta_c$ .

Expressão de  $S$ .

De (18) e (20) tem-se que:

$$\mu' = \mu_{\max} \frac{S}{K_s + S} - b = \frac{1}{\theta_c} \quad (21)$$

Resolvendo em relação a  $S$ :

$$S = \frac{K_s(1 + b\theta_c)}{\theta_c(ak - b) - 1} \quad (22)$$

Desta expressão tem-se que  $S$  decresce com o aumento de  $\theta_c$  (e  $\tau$  no caso) e também o valor de  $S$  é independente da concentração  $S_0$ . A idade do lodo crítica (para que não haja a "lavagem") é obtida fazendo-se  $S = S_0$  na equação (21).

Expressão de  $X$

O balanço de substrato no reator num intervalo de tempo  $dt$  fornece:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Variação} \\ \text{da massa} \\ \text{de substrato.} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{influyente.} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{efluente.} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{utilizado.} \end{array} \right]$$

$$Vds = OS_0dt - OSdt - VdS_u$$

$$\text{ou } \frac{dS}{dt} = D(S_0 - S) - \frac{1}{a} \frac{dX}{dt}$$

$$\text{Para o regime estacionário, } \frac{dS}{dt} = 0 \text{ e}$$

$$D = \mu' = \frac{1}{\theta_c}, \text{ no que resulta:}$$

$$\frac{1}{\theta_c} (S_0 - S) = \frac{X}{a} \left( \frac{1}{\theta_c} + b \right)$$

$$X = \frac{a(S_0 - S)}{1 + b\theta_c} \quad (23)$$

Uma análise dessa equação revela que  $X$  aumenta com  $\theta_c$  até este último atingir um determinado valor, além do qual  $X$  passa a decrescer. Isto era previsível, pois corresponde aos efeitos da respiração endógena para valores elevados de  $\theta_c$ .

Produção de lodo em excesso

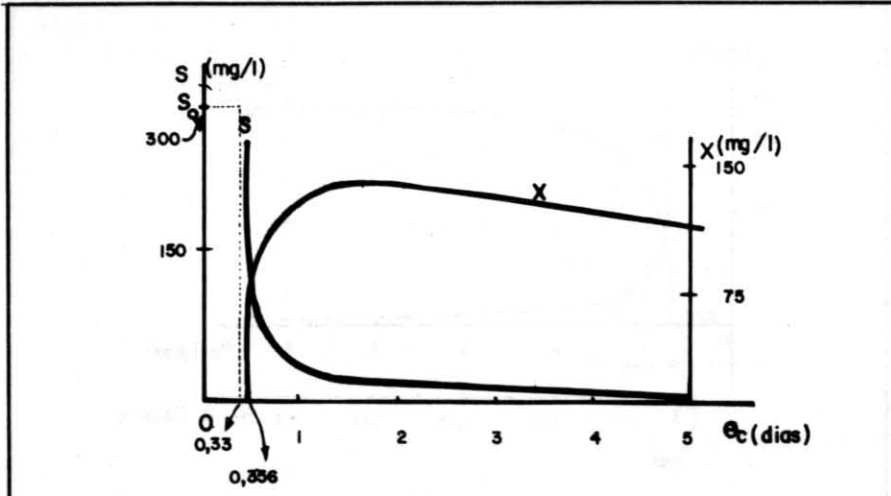
$$\Delta X = \frac{dX_1}{dt} \cdot V = \mu'XV = QX$$

$$\Delta X = \frac{0.a(S_0 - S)}{1 + b\theta_c} \quad (24)$$

Nota-se que o excesso de lodo produzido será decrescente quando  $\theta_c$  ultrapassar determinado valor, pois esta curva é semelhante à de  $X$ .

Eficiência





- FIGURA 5 -

VARIAÇÃO TEÓRICA DAS CONCENTRAÇÕES DE MICROORGANISMO (X) E SUBSTRATO (S) EM FUNÇÃO DA IDADE DO LODO ( $\theta_c$ ) EM REATOR CONTÍNUO, COM RESPIRAÇÃO ENDÓGENA NÃO DESPREZÍVEL.

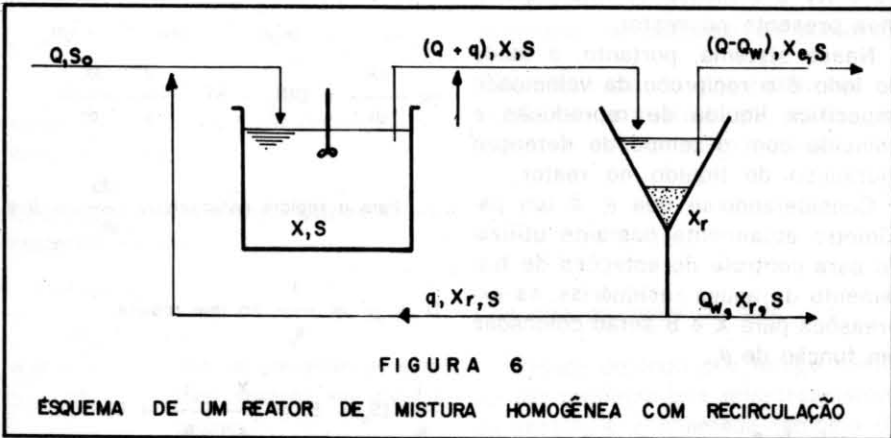


FIGURA 6

ESQUEMA DE UM REATOR DE MISTURA HOMOGÊNEA COM RECIRCULAÇÃO

$$E = \frac{S_0 - S}{S_0} \times 100$$

Portanto, a eficiência cresce com a idade do lodo, pois S é decrescente com  $\theta_c$ .

A figura 5 relaciona X e S com a idade do lodo.

**3.2 Reator de mistura homogênea com recirculação**

Neste modelo o efluente do reator passa por um decantador em que os microrganismos são separados da fase líquida e recirculados para o reator. O lodo, concentrado no fundo do decantador, atinge a concentração  $X_r$ . Para se manter um regime estacionário, o lodo em excesso é descartado para fora do sistema, através de uma derivação da linha de retorno.

Este modelo descreve o comportamento dos sistemas de lodos ati-

vados e suas variações, bem como do processo de contato anaeróbico.

São admitidas as seguintes hipóteses:

- a. toda a assimilação do substrato ocorre apenas no reator;
- b. a massa total de microrganismos está apenas no reator, ou seja, a massa de microrganismos presente no decantador é desprezível;
- c. não existem microrganismos ativos no influente.

**Idade do lodo**

Pela sua definição tem-se:

$$\theta_c = \frac{XV}{Q_w X_r + (Q - Q_w) X_e} \quad (25)$$

Fazendo-se um balanço da massa de microrganismos ao longo do sistema num intervalo de tempo dt, tem-se:

$$\left[ \begin{matrix} \text{variação da} \\ \text{massa de} \\ \text{microrganismos.} \end{matrix} \right] = \left[ \begin{matrix} \text{crescimento} \\ \text{líquido da} \\ \text{massa de} \\ \text{microrganismos.} \end{matrix} \right] - \left[ \begin{matrix} \text{massa de} \\ \text{microrganismos} \\ \text{descartada.} \end{matrix} \right]$$

$$V dX = (\mu - b) VX \cdot dt - [Q_w X_r + (Q - Q_w) X_e] dt$$

$$V \cdot \frac{dX}{dt} = (\mu - b) VX - [Q_w X_r + (Q - Q_w) X_e]$$

para o regime estacionário tem-se

$$\frac{dX}{dt} = 0, \text{ logo}$$

$$\mu - b = \frac{Q_w X_r + (Q - Q_w) X_e}{XV} = \frac{1}{\theta_c} \quad (26)$$

Neste caso também, a idade do lodo é igual ao recíproco da velocidade específica líquida de reprodução.

**Relação entre  $\theta_c$  e  $\tau$**

Considerando-se que a concentração de microrganismos no efluente do decantador ( $X_e$ ) é normalmente bem pequena (seria nula para um decantador ideal) e desprezando  $X_e$  em (25), tem-se:

$$\theta_c = \frac{XV}{Q_w X_r} \quad (27)$$

Esta expressão evidencia a possibilidade de controlar-se a idade do lodo apenas regulando a quantidade de lodo descartada do sistema ( $Q_w X_r$ ). Isto faz com que  $\theta_c$  possa ser estabelecido, do ponto de vista teórico, independentemente do tempo de detenção hidráulico. Esta é a característica mais marcante do reator com recirculação, e que o difere fundamentalmente do reator sem recirculação, em que se tinha sempre  $\theta_c = \tau$ . Assim, um determinado valor de  $\theta_c$ , necessário para se conseguir um desejado valor de S, pode ser obtido em um reator de menor volume no sistema com recirculação, quando comparado a um sistema sem recirculação.

Nos casos práticos, entretanto,  $\theta_c$  não pode variar completamente independente de  $\tau$ , devido a limitações resultantes das características de sedimentabilidade do lodo biológico. Será visto adiante que valores elevados de  $\theta_c$  reduzem a produção de lodo em excesso, além de produzirem efluentes com pequena concentração de substrato. Todavia, uma tentativa de elevar-se  $\theta_c$  através da redução da descarga de lodo em excesso  $Q_w X_r$  (na prática reduzindo-se apenas  $Q_w$ ) trará como consequência uma elevação da concentração de microrganismos no reator.

E existem limites práticos para o aumento de  $X$ , que podem ser mais bem observados relacionando-se  $X$  com outras grandezas, como segue:

□ Balanço da massa de microrganismos ao longo do reator num intervalo de tempo  $dt$ .

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Acréscimo da} \\ \text{massa de} \\ \text{microrganismos.} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{microrganismos} \\ \text{que entra.} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{microrganismos} \\ \text{que sai.} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Massa} \\ \text{liquida de} \\ \text{microrganismos} \\ \text{produzida.} \end{array} \right]$$

$$V \cdot dX = qX_r dt - (Q + q) X dt + (\mu - b) X V dt$$

Para o regime estacionário, e utilizando-se (26):

$$\frac{dX}{dt} = 0 = \frac{q}{V} X_r - \frac{Q+q}{V} X + \frac{1}{\theta_c} X$$

define-se:

$$r = \frac{q}{Q} \dots \text{razão volumétrica de recirculação.}$$

onde,

$$\frac{Q}{V} \cdot r X - \frac{Q}{V} (1+r) X + \frac{1}{\theta_c} X = 0$$

$$\frac{1}{\theta_c} = \frac{Q}{V} (1+r-r \frac{X_r}{X}) \quad (28)$$

ou,

$$\frac{1}{\theta_c} = \frac{Q}{XV} (X - r (X_r - X)) \quad (29)$$

resolvendo (28) em relação a  $X$  tem-se:

$$X = \frac{r}{1+r-\frac{\tau}{\theta_c}} \cdot X_r \quad (30)$$

Nos sistemas de tratamento a relação  $\frac{\tau}{\theta_c}$  é relativamente pequena em comparação com as outras duas parcelas que aparecem no denominador, e é na prática normalmente omitida nessa equação. Note-se que  $\tau$  está sendo definido apenas com relação à vazão  $Q$ . Assim,  $X$  varia na razão direta de  $r$  e  $X_r$ . Enquanto a limitação de  $r$  se prende mais a razões econômicas (raramente ultrapassa o valor 1,0),  $X_r$  depende das características de sedimentabilidade do lodo biológico e da eficiência do decantador.

O valor de  $X_r$  é geralmente estimado através do Índice Volumétrico do Lodo (IVL). Para uma amostra colhida no reator, o IVL é definido como sendo o volume em mililitros ocupado por 1 grama de lodo em peso seco, após meia hora de decan-

tação em um cilindro de 1 litro. Assim, não havendo perda de lodo pelo efluente do decantador,  $X_r$  é estimado pelo recíproco de IVL:

$$X_r \text{ (mg/l)} = \frac{10^6}{IVL}$$

Na prática, as condições do decantador são diferentes das do teste do IVL, e a experiência recomenda que para os casos reais, com tempo de detenção dos sólidos no decantador por volta de 1,5 h, seja utilizado:

$$X_r = 1,2 \frac{10^6}{IVL} \quad (31)$$

Como exemplo ilustrativo, num sistema de tratamento em que o lodo decanta com  $X_r = 10$  g/l, e  $r = 1,0$ , tem-se através de (30) que a concentração máxima de microrganismos que pode ser mantida no reator é, aproximadamente,  $X = 5$  g/l. Se a tentativa de elevar  $\theta_c$  através da redução de  $Q_w$  resultar em concentrações  $X$  acima desse valor, o excesso não terá condições de ser recirculado e escapará com o efluente do decantador, o que é indesejável do ponto de vista do tratamento.

Portanto, verifica-se através de (27) que a alternativa que resta para obter valores elevados de  $\theta_c$ , dadas as limitações práticas impostas a  $X$ , é aumentar-se o volume  $V$  e portanto o tempo de detenção hidráulico. É o caso dos sistemas chamados de aeração prolongada (entre os quais se inclui o valo de oxidação) em que a produção de lodo biológico em excesso é mínima.

Um outro fenômeno ligado a sedimentabilidade do lodo e que restringe a variação de  $\theta_c$  é o chamado "bulking", ou intumescimento do lodo. Ele é caracterizado pela má flocculação dos microrganismos, resultando um lodo "disperso", com altos valores de IVL, e de difícil sedimentação. Leva a uma queda na eficiência do tratamento e mesmo ao colapso total, caso não seja controlado com eficiência. Embora o relacionamento entre o IVL e  $\theta_c$  seja um tanto controvertido, recomenda-se que certas faixas de valores de  $\theta_c$  sejam evitadas, para prevenir-se contra o "bulking".

### Expressão de S

De (18) e (26) tem-se:

$$\mu_{\max} \frac{S}{K_s + S} - b = \frac{1}{\theta_c} \quad (32)$$

donde,

$$S = \frac{K_s (1 + b\theta_c)}{\theta_c (ak - b) - 1} \quad (33)$$

Nota-se que o valor de  $S$  independe de  $S_0$  e é decrescente com  $\theta_c$ . Ele é também independente, teoricamente, do tempo de detenção hidráulico.

### Expressão de X

Fazendo-se um balanço da massa de substrato no sistema num intervalo de tempo  $dt$ , tem-se:

$$\left[ \begin{array}{c} \text{Variação da} \\ \text{massa de} \\ \text{substrato.} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{que entra.} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{que sai.} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{utilizada pelos} \\ \text{microrganismos.} \end{array} \right]$$

$$V dS = Q S_0 dt - (Q - Q_w) S dt + Q_w S dt - V dS_u$$

$$V \frac{dS}{dt} = Q(S_0 - S) - V \cdot \frac{\mu}{a} \cdot X$$

para o regime estacionário,  $\frac{dS}{dt} = 0$ , e utilizando-se (26):

$$a \frac{Q}{V} (S_0 - S) = \left( \frac{1}{\theta_c} + b \right) X$$

donde,

$$X = \frac{a(S_0 - S)}{1 + b\theta_c} \cdot \frac{\theta_c}{\tau} \quad (34)$$

Verifica-se que, neste caso,  $X$  será sempre crescente com  $\theta_c$ , desde que  $\tau$  seja mantido constante. Como nos tratamentos tem-se, normalmente,  $\theta_c > \tau$ , a concentração de microrganismos neste caso é maior do que no reator sem recirculação.

A massa total de microrganismos no reator é dada por:

$$XV = \frac{Qa(S_0 - S)}{1 + b\theta_c} \cdot \theta_c \quad (35)$$

Produção de lodo em excesso

$$\Delta X = V \cdot \frac{dX_1}{dt} = V \cdot \mu' X$$

$$\Delta X = \frac{Qa(S_0 - S)}{1 + b\theta_c} \quad (36)$$

Expressão idêntica à dos reatores sem recirculação, ou seja,  $\Delta X$  é decrescente a partir de certo valor de  $\theta_c$ .

A figura 7 mostra a variação de  $X$ ,  $S$  e  $\Delta X$  em relação a  $\theta_c$ .

Para o projeto de um sistema de tratamento com o uso de um reator com recirculação, conhecidas as constantes de reação ( $a$ ,  $b$ ,  $k$  e  $K_s$ ) e fixando-se o valor de  $S$  desejado,

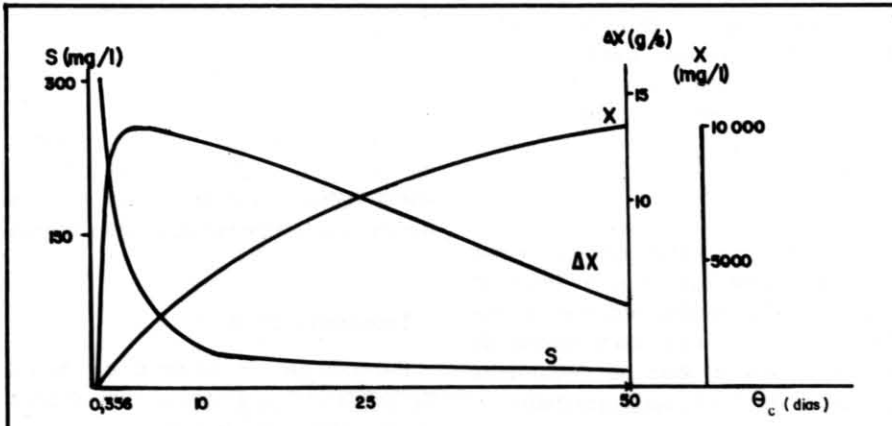
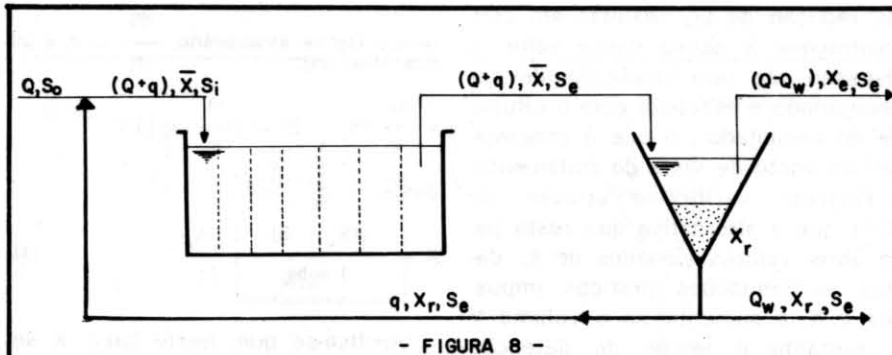


FIGURA 7  
VARIACÃO DAS CONCENTRAÇÕES DE microrganismos (X) DE SUBSTRATO (S) E DA PRODUÇÃO DE LODO MICROBIANO (A X) EM FUNÇÃO DA IDADE DO LODO (θc) EM UM REATOR DE MISTURA homogênea COM RECIRCULAÇÃO.



ESQUEMA DE UM REATOR PISTONADO COM RECIRCULAÇÃO

as equações (32) e (35) fornecem respectivamente  $\theta_c$  e XV.  $\theta_c$  deve estar fora das faixas que causam intumescimento do lodo. Com esses valores a equação (29) pode ser utilizada para se determinar o valor de X (e conseqüentemente de V) para valores adotados de r e  $X_r$ .

Os valores de  $X_r$  máximos são normalmente estimados a partir da equação (31). Para estações de lodos ativados com boa operação recomenda-se adotar o IVL = 150 m1/g e para sistemas pequenos, passíveis de operação mais deficiente, recomenda-se adotar o IVL = 250 m1/g. A escolha final de V e r resultará de uma comparação entre os custos de construção e operação do sistema.

3.3 Reator pistonado com recirculação

Neste modelo não há mistura no sentido longitudinal do escoamento.

A concentração de substrato decresce ao longo da extensão do reator, ao passo que a concentração de microrganismos aumenta. Todavia, verifica-se que o aumento de X é relativamente pequeno, desde que se tenha  $\frac{\theta_c}{\tau} > 5$ , o que ocorre nor-

malmente (exceto em sistemas de alta taxa). Assim, será feita a hipótese simplificadora de que X permanece constante ao longo do reator.

O estudo teórico desses reatores requer, em alguns casos, a adoção de parâmetros médios. Isto é feito considerando-se o reator como uma sucessão de tanques, em número suficiente para poderem ser considerados de mistura homogênea.

Expressão de S

A taxa de decréscimo de substrato ao longo do tanque é idêntica à

taxa de utilização de substrato, apenas possuindo sinal contrário, pois a utilização é crescente com o tempo:

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{dS_u}{dt} = - k \frac{\bar{X}S}{K_s + S}$$

onde  $\bar{X}$  é a concentração média de microrganismos. Integrando-se ao longo do período t em que o despejo permanece no reator, tem-se:

$$- \int_{S_i}^{S_e} \frac{S + K_s}{S} dS = \int_0^t k \bar{X} dt$$

$$(S_i - S_e) + K_s \ln \frac{S_i}{S_e} = k \bar{X} t \quad (37)$$

onde,

$$S_i = \frac{QS_o + qS_e}{Q + q} \quad (38)$$

e,

$$t = \frac{V}{Q + q} \quad (39)$$

Substituindo (38) e (39) em (37) tem-se:

$$\frac{S_o + r \cdot S_e}{1 + r} - S_e + K_s \ln \frac{S_i}{S_e} = k \bar{X} \frac{V}{Q + rQ}$$

donde,

$$\bar{X}V = \frac{Q}{k} \left[ S_o - S_e + (1 + r) K_s \ln \frac{S_o + rS_e}{(1 + r) S_e} \right] \quad (40)$$

Fazendo-se um balanço da massa de microrganismos ao longo do sistema, tem-se:

$$\left[ \begin{matrix} \text{variação da} \\ \text{massa de} \\ \text{microrganismos.} \end{matrix} \right] = \left[ \begin{matrix} \text{crescimento} \\ \text{líquido da} \\ \text{massa de} \\ \text{microrganismos.} \end{matrix} \right] - \left[ \begin{matrix} \text{massa de} \\ \text{microrganismos} \\ \text{descartada.} \end{matrix} \right]$$

$$\frac{dX}{dt} \cdot V = \frac{a \cdot dS_u}{dt} \cdot V - b \bar{X}V - Q_w X_r - (Q - Q_w) X_c$$

para o regime estacionário tem-se  $\frac{dX}{dt} = 0$ , e portanto:

$$\frac{a \cdot dS_u}{\bar{X} dt} - b = \frac{Q_w X_r + (Q - Q_w) X_c}{\bar{X}V} = \frac{1}{\theta_c} \quad (41)$$

Um balanço da massa de substrato ao longo do reator em regime estacionário fornece:

$$\left[ \begin{matrix} \text{massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{que entra} \end{matrix} \right] = \left[ \begin{matrix} \text{massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{que sai} \end{matrix} \right] - \left[ \begin{matrix} \text{massa de} \\ \text{substrato} \\ \text{utilizada} \end{matrix} \right]$$



TABELA I									
$\theta_c$ (dias)	1			2			3		
	S (mg/l)	X (mg/l)	$\Delta X$ (g/s)	S (mg/l)	X (mg/l)	$\Delta X$ (g/s)	S (mg/l)	X (mg/l)	$\Delta X$ (g/s)
0,350	300	0	0	—	—	—	—	—	—
0,356	—	—	—	300	0	0	300	0	0
0,5	30,0	135,0	13,50	32,4	130,6	13,06	32,4	326	13,06
1	7,5	146,0	14,62	8,1	139,0	13,90	8,1	695	13,90
2	3,0	148,5	14,85	3,4	134,8	13,48	3,4	1348	13,48
3	1,9	149,0	14,90	2,2	129,5	12,95	2,2	1942	12,95
4	1,4	149,3	14,93	1,7	124,3	12,43	1,7	2486	12,43
5	1,1	149,4	14,94	1,4	119,4	11,94	1,4	2985	11,94
10	—	—	—	—	—	—	0,79	4987	9,97
20	—	—	—	—	—	—	0,52	7487	7,49
50	—	—	—	—	—	—	0,36	10700	4,28

Esgoto doméstico: conc. da DBO efluente, conc. de microrganismos, e produção de lodo em excesso, para:

- 1 — reator de mistura homogênea sem recirculação, b desprezível
- 2 — reator de mistura homogênea sem recirculação, com respiração endógena
- 3 — reator de mistura homogênea sem recirculação, e com respiração endógena

$$QS_u = qS_c - (Q + q)S_c + \frac{dS_u}{dt} V$$

$$\frac{dS_u}{dt} = \frac{Q}{V} (S_u - S_c) \quad (42)$$

substituindo (42) em (41) tem-se

$$\frac{1}{h_c} = \frac{aQ}{XV} (S_u - S_c) + b \quad (43)$$

substituindo (40) em (43) tem-se

$$\frac{1}{h_c} = \frac{ak(S_u - S_c)}{S_u - S_c - (1+r)K_n \ln \left( \frac{S_u + rS_c}{(1+r)S_c} \right)} + b \quad (44)$$

que para valores pequenos de r pode ser simplificada para:

$$\frac{1}{h_c} = \frac{ak(S_u - S_c)}{S_u - S_c - K_n \ln \frac{S_u}{S_c}} + b \quad (45)$$

A equação acima é análoga a (32), no sentido de que relaciona a concentração final de substrato com a idade do lodo. Embora ela seja de solução difícil com relação a  $S_c$ , verifica-se que neste caso  $S_c$  dependerá também de  $S_u$ , além de  $\theta_c$ . Neste aspecto, este reator é diferente dos anteriores.

#### Expressão de X e $\Delta X$

As equações (29), (30), (34) e (35) são também válidas para o reator pistonado, desde que se substitua X por  $\bar{X}$ .

#### 3.4 Comparações entre reatores pistonados e de mistura homogênea

De modo geral, as observações feitas para o reator de mistura homogênea com recirculação são também válidas para o reator pistonado com recirculação. O reator pistonado fornece menores valores da concentração final de substrato, mantidas a mesma idade do lodo e demais con-

dições. Ele é portanto mais eficiente, teoricamente, que o reator de mistura homogênea. Todavia, na prática, a existência de redemoinhos e contracorrentes tende a diminuir esta vantagem teórica. Ademais, o reator de mistura homogênea possui maior estabilidade operacional quando sujeito a cargas de choque ou substâncias tóxicas, uma vez que o influente é imediatamente misturado com toda a massa líquida presente no reator, sofrendo apreciável diluição, o que não ocorre no reator pistonado.

Tanto o reator de mistura homogênea como o pistonado são casos ideais extremos, embora o primeiro possa ser mais facilmente obtido na prática. O sistema de lodos ativados convencional é, freqüentemente, um meio-termo entre esses dois modelos.

#### ANEXO I

Para ilustrar a aplicação das fórmulas construiu-se a tabela I, que foi utilizada para obter as curvas das figuras 4, 5 e 7. O despejo considerado é o esgoto doméstico, cujas características são, aproximadamente:

$$S_0 = 300 \text{ mg/l (DBO}_5\text{)}$$

$$a = 0,5$$

$$b = 0,05 \text{ dias}^{-1}$$

$$\mu_{\max} = 3,0 \text{ dias}^{-1}$$

$$k = 6,0 \text{ dias}^{-1}$$

$$K_s = 15 \text{ mg/l}$$

Foram estudados os seguintes casos:

- 1.º) Reator de mistura homogênea

sem recirculação, com b desprezível.

Este caso é apenas teórico, pois no tratamento de esgoto doméstico a concentração de matéria orgânica no reator é suficientemente pequena para que a respiração endógena influencie o processo.

2.º) Reator de mistura homogênea sem recirculação, com respiração endógena.

3.º) Reator de mistura homogênea com recirculação.

Neste caso adotou-se um tempo de detenção hidráulico de 0,2 dia. A vazão utilizada nos três casos é de 100 l/s. Foram calculadas para cada caso a concentração de DBO no efluente, a concentração de microrganismos no reator e a produção de lodo em excesso, em peso seco.

A concentração S representa apenas a DBO solúvel, não estando incluída a parcela constituída por sólidos em suspensão eventualmente presentes no efluente.

#### BIBLIOGRAFIA

- Morris, J. — "Modern Chemical Methods" — Apostila do curso de Engenharia Sanitária — Delft University, 1970.
- Lawrence, A.W. e Mc Carty, P.L. — "Unified Basis for Biological Treatment Design and Operation" — A.S.C.E. Journal of the Sanitary Engineering Division — Junho de 1970.
- Vosloo, P.B.B. — "Some Factors Relating to the Design of Activated Sludge Plants" — Journal of Water Pollution Control, pág. 486 — 1970.
- Alem, P.S. — "The Influence of Sludge Loading Rate, Mixing Characteristics of the Aeration Tank and the Influence of the Presence of Poly- $\beta$ -Hydroxybutyric Acid in the Sludge on the Activated Sludge Volume Index" — Tese apresentada na Universidade de Newcastle Upon Tyne para obtenção do grau de "Master of Science" — 1975.