

Equações Explícitas do Fator "f" da Fórmula Universal para escoamentos turbulentos

Engenheiro PODALYRO AMARAL DE SOUZA (*)

1 — INTRODUÇÃO

Os pesquisadores ingleses Colebrook e White, do Imperial College, propuseram, em 1937, uma equação para o cálculo de "f" no regime turbulento de transição em tubos comerciais (ref. [1]):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{K}{3.71D} + \frac{2.52}{R\sqrt{f}} \right) \quad (1)$$

(turbulento de transição)

onde

D = diâmetro
 f = fator da fórmula Universal
 K = rugosidade equivalente
 VD
 R = $\frac{VD}{\nu}$ = número de Reynolds
 V = velocidade média
 ν = viscosidade cinemática

Na Eq. (1), desprezando-se a primeira parcela, presente no argumento do logaritmo, quando insignificante face à segunda, tem-se a equação proposta por von Karman-Prandtl para o regime turbulento hidraulicamente liso:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2.52}{R\sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

ou

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log R \sqrt{f} - 0.8 \quad (2a)$$

(turbulento liso)

Quando, ao contrário, a segunda parcela é desprezada face à primeira, obtém-se a equação válida para o regime turbulento rugoso, também proposta por von Karman-Prandtl:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{K}{3.71D} \right) \quad (3)$$

ou

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{D}{K} \right) + 1.14 \quad (3a)$$

(turbulento rugoso)

Por requererem procedimento iterativo para o cálculo do fator "f", as Eqs. (1) e (2) ainda não desfrutam boa aceitação pelos técnicos, mesmo depois da popularização das sofisticadas calculadoras eletrônicas de bolso.

2 — EQUAÇÕES EXPLÍCITAS

Segundo informa Nekrasov (2), deve-se ao cientista russo P. Konakov

(*) Chefe da Seção de Hidráulica Fluvial e de Barragens do CTH-DAEE. Auxiliar de Ensino do Departamento de Engenharia Hidráulica da EPUSP.

a proposição de nova equação válida para o escoamento turbulento hidraulicamente liso, onde o fator "f" aparece explicitamente:

$$f = \frac{1}{(1,8 \log - 1,5)^2} \quad (4)$$

ou

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{5,62}{R} \right) \quad (4a)$$

(turbulento liso)

Na Tab. (1) apresentam-se valores de "f" calculados pelas Eqs. (2) e (4). O erro relativo máximo, em valor absoluto, é menor que 0.012.

Observa-se que a Eq. (1) corresponde a uma hábil combinação das Eqs. (2) e (3). Como a Eq. (2) pode ser substituída com satisfatória aproximação pela Eq. (4), propõe-se uma nova equação para o cálculo do fator "f" no regime turbulento de transição, pela combinação dos argumentos dos logaritmos presentes nas Eqs. (3) e (4a) do seguinte modo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{K}{3,71D} + \frac{5,62}{R^{0,9}} \right)$$

(turbulento de transição)

A Tab. (2) contem os valores de "f" calculados pelas Eqs. (5) e (1) para os mesmos valores de R e K

D

3 — CONCLUSÕES

No regime turbulento hidraulicamente liso, o fator "f" pode ser calculado pela Eq. (4) ou (4a), sem necessidade de procedimento iterativo e sem prejuízo da precisão do resultado, como está evidenciado na Tab. (1).

No escoamento turbulento de transição a Eq. (5) permite o cálculo direto do fator "f", com ótimo ajuste, dentro dos intervalos mais frequen-

tes de R e $\frac{K}{D}$:

$$4 \times 10^3 \leq R \leq 10^5$$

$$10^{-5} \leq \frac{K}{D} \leq 10^{-2}$$

como se observa pelos valores comparativos constantes da Tab. (2).

4 — BIBLIOGRAFIA

(1) Feghali, Juarès Paulo, "Mecânica dos fluidos", Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1974.
 (2) Nekrasov, Boris, "Hidráulica", Moscou, Editorial MIR, 1966

TABELA 1

Comparação de valores de "f" calculados pelas equações (2) e (4).

| EQ. (2) | | f ₂ | (f ₂ - f ₁)/f ₁ |
|----------------|--------------------------|----------------|---|
| f ₁ | R | | |
| 0.0400 | 3.9686 x 10 ² | 0.0404 | 0.0090 |
| 0.0300 | 1.1165 x 10 ³ | 0.0299 | -0.0044 |
| 0.0250 | 2.3066 x 10 ³ | 0.0248 | -0.0090 |
| 0.0200 | 6.0911 x 10 ³ | 0.0198 | -0.0116 |
| 0.0180 | 9.9728 x 10 ³ | 0.0179 | -0.0118 |
| 0.0160 | 1.7802 x 10 ⁴ | 0.0158 | -0.0113 |
| 0.0140 | 3.5676 x 10 ⁴ | 0.0139 | -0.0100 |
| 0.0120 | 8.4031 x 10 ⁴ | 0.0119 | -0.0077 |
| 0.0100 | 2.5100 x 10 ⁵ | 0.0100 | -0.0033 |
| 0.0090 | | 0.0090 | -0.0012 |

EQ. (4)

TABELA 2

Comparação de valores de "f" calculados pelas equações (5) e (1).

| $\frac{K}{D}$ | R = VD/v | | | | | | | |
|------------------|---------------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|
| | 4 x 10 ³ | | 10 ⁴ | | 10 ⁵ | | 10 ⁶ | |
| | Eq. (5) | Eq. (1) | Eq. (5) | Eq. (1) | Eq. (5) | Eq. (1) | Eq. (5) | Eq. (1) |
| 10 ⁻² | 0.0504 | 0.0491 | 0.0439 | 0.0431 | 0.0387 | 0.0385 | 0.0380 | 0.0379 |
| 10 ⁻³ | 0.0414 | 0.0410 | 0.0325 | 0.0324 | 0.0223 | 0.0222 | 0.0200 | 0.0199 |
| 10 ⁻⁴ | 0.0404 | 0.0401 | 0.0310 | 0.0311 | 0.0184 | 0.0185 | 0.0135 | 0.0134 |
| 10 ⁻⁵ | 0.0403 | 0.0400 | 0.0308 | 0.0309 | 0.0178 | 0.0181 | 0.0118 | 0.0119 |